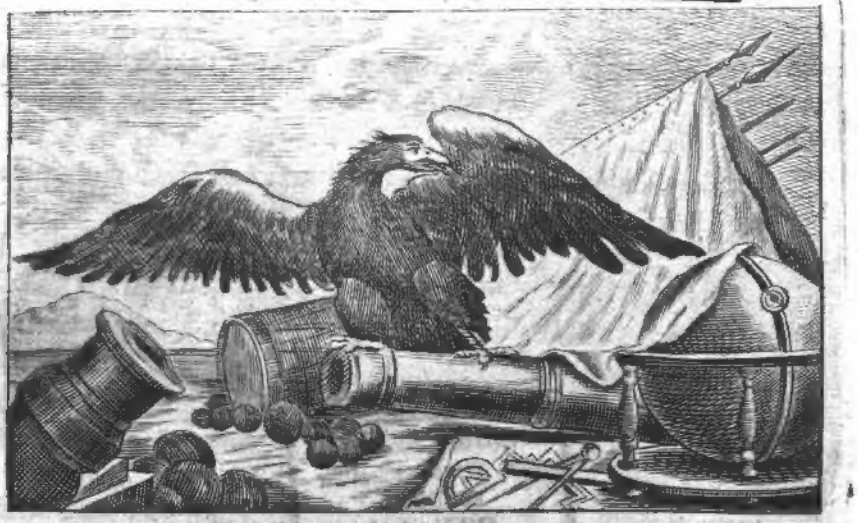
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLXVI.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLXVIII.

Imprimé
par ordre de l'Académie.

TABLE.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

Sur *le vrai caractere, naturel & générique de la Plante nommée* Zietenia, *par* M. GLEDITSCH. p. 3

Mémoire *ſur une huile du regne végétal, propre à remplacer l'huile d'olive dans tous les pays trop froids pour l'olivier, par* M. DE FRANCHEVILLE. 11

Analyſe *de quelques Expériences faites ſur l'Aiman, par* M. LAMBERT. 22

Sur *la courbure du courant magnétique, par* M. LAMBERT. 49

Recherches *ſur l'extenſion que ſouffrent les fils avant de ſe rompre, par* M. JEAN BERNOULLI. 78

Sur

Sur *la cohérence des corps ;* ſecond Mémoire. Problemes *ſur la force & la courbure des lames élaſtiques. Par* M. JEAN BERNOULLI. 99

——— Troiſieme Mémoire. Problemes *ſur la réſiſtance des poutres.* 108

CLASSE
DE MATHÉMATIQUE.

Conſtruction *des objectifs compoſés de deux différentes ſortes de verre qui ne produiſent aucune confuſion, ni par leur ouverture, ni par la différente réfrangibilité des rayons, avec la maniere la plus avantageuſe d'en faire des lunettes. Par* M. L. EULER. 119

Conſtruction *des objectifs compoſés propres à détruire toute la confuſion dans les Lunettes. Par* M. L. EULER. 171

Réflexions *ſur la maniere d'examiner la réfraction des verres par le moyen des priſmes, par* M. L. EULER. 202

Mémoire *ſur le paſſage de Vénus du 3 Juin* 1769, *par* M. DE LA GRANGE. 265

Projet *de quelques nouvelles Expériences à faire, dont l'idée eſt venue en examinant les différens fourneaux qui ont été recommandés au grand Directoire, comme les meilleurs rélativement à l'épargne du bois. Par* M. J. A. EULER. 302

Addition *au Projet précédent, par* le même. 319

Ré-

Réflexions *ſur la variation de la Lune, par* M. J. A. EULER. 334

Propoſitions *de Géométrie & de Trigonométrie élémentaire démontrées d'une maniere nouvelle, par* M. DE CASTILLON. 354

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Eſſai *d'une conciliation de la Métaphyſique de* Leibnitz *avec la Phyſique de* Newton, *d'où réſulte l'explication des phénomenes les plus généraux & les plus intéreſſans de la Nature. Par* M. BEGUELIN. 365

Sur *la durée & ſur l'intenſité du plaiſir & de la peine, par* M. MERIAN. 381

Réflexions *ſur le preſſentiment, par* M. DE BEAUSOBRE. 401

CLASSE
DE BELLES - LETTRES.

Troiſieme Mémoire, *ſur* Tarſcis, *pour faire voir la conformité ou le rapport des coûtumes des Negres de la Guinée à celles des Juifs, par* M. DE FRANCHEVILLE. 413

Second Diſcours *ſur les talens du Littérateur, par* M. DE CATT. 453

Diſcours *ſur les avantages de la Vertu, par* M. TOUSSAINT. 461

Mémoire, *où l'on examine s'il eſt vrai que l'on a toujours eu de bons Poëtes avant que d'avoir de bons Proſateurs. Par* M. THIEBAULT. 487

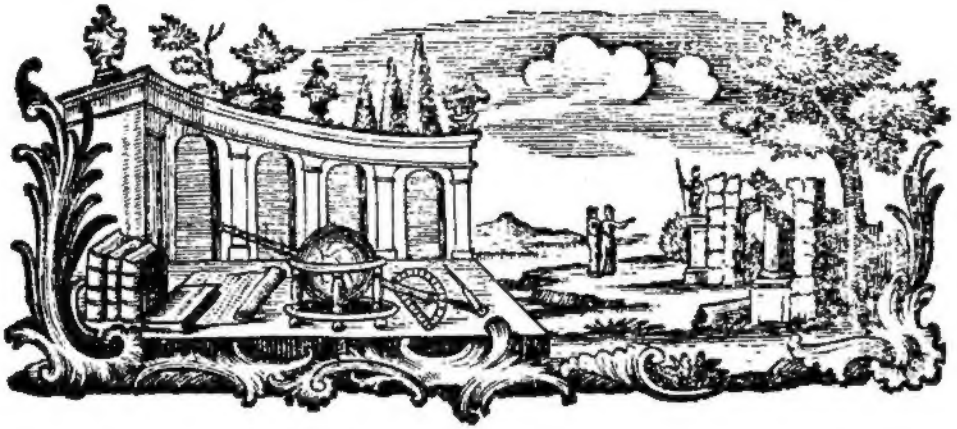
Second Mémoire. 499

Diſcours *de réception de* M. BITAUBÉ. 523

Diſcours *de réception de* M. WEGUELIN. 527.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



SUR

LE VRAI CARACTERE, NATUREL ET GÉNÉRIQUE,

DE LA PLANTE NOMMÉE

ZIETENIA.

PAR M. GLÉDITSCH.

Traduit du Latin.

Dans mon *Syſteme des Plantes*, p. 184. n°. 766. j'ai fait part aux amateurs de la Botanique du *caractere eſſentiel* de la *Zietenia*, que j'avois conſtruit dans les années précédentes. Les Auteurs du Journal qui paroit à Leipſig ſous le titre de *Commentarii de Rebus in Scientia Naturali & Medicina geſtis*, en ont fait mention, Vol. XII. Part. 2. pag. 359. Mais, comme tout ce *caractere eſſentiel* véritable, au moyen duquel on diſtingue & l'on peut diſtinguer dans l'ordre naturel, par une ou deux marques, cha-

chaque genre de plantes de celles qui ont de l'affinité, eſt contenu, auſſi bien que le *caractere factice*, dans le caractere naturel, cela ſuffit pour faire connoître d'une maniere certaine que, dès ce tems-là, j'avois conduit le travail du premier de ces caracteres à ſa perfection.

Notre *Zietenia*, dans cet ordre naturel qui contient les plantes qu'on appelle *verticillées*, differe de celles qui ont de l'affinité avec elles, par rapport à la conſtruction du caractere naturel, tant par une conformation ſinguliere que par la ſtructure de quelques unes des parties qui ſervent à la fructification. A la vérité ce caractere eſt fort difficile à déterminer dans pluſieurs genres; mais ce qui augmente ſurtout la difficulté par rapport au caractere des genres, dans ces ordres de plantes qui ſont plus naturels que les autres, c'eſt que les notes diſtinctives y exiſtent en très petite quantité, ou qu'elles y ſont moins manifeſtes, à cauſe de la proximité des degrés d'affinité. La *Zietenia* en fournit un exemple, lorsqu'on veut la placer méthodiquement entre les genres du *Stachys*, de la *Galeopſis*, de la *Betoine*, du *Siderites* & du *Lamium*, qui ont de l'affinité avec elle.

La *Zietenia* qui, dans notre Syſteme, appartient à la ſeconde claſſe des *Petaloſtemones*, & entre dans l'ordre des *Tetrantheres verticillées*, contient aujourd'hui ſous ſoi une ſeule eſpece, qui eſt une très belle plante, de celles qu'on deſigne par les épithetes de *ſuffruticoſa* & *piloſa*; les amateurs des curioſités naturelles en font un cas tout particulier. La conformation extérieure de la Plante préſente manifeſtement les ſignes naturels de l'ordre qui lui eſt propre, ſurtout dans les jeunes tiges, dont l'évolution naturelle n'eſt pas encore parvenue juſqu'à une fructification complette. Elle offre entr'autres cette variété Moriſonienne bien marquée, qui reſſemble à celle de la plante dite *Lavendula latifolia ſterilis*, ou de cette autre plante du même genre, plus récemment découverte, qui croit d'elle-même dans les Isles Baléares, dans celle de Corſe & dans d'autres de la Méditerranée, tirant en particulier des Isles Stœchades ſon nom de *Stœchas*; avec une différence pourtant qui ſe trouve dans la baſe des tiges, qui eſt

ſqua-

ſquamoſo-gemmacea imbricata. Outre cela le calyce de la *Zietenia*, qui eſt garni de poils, a quelque rapport avec le calyce du *Thymus Maſtichina* de *Linnæus*.

Le grand *Tournefort* eſt le premier qui, l'ayant découverte dans des lieux montueux & expoſés au ſoleil en Arménie, l'a rangée ſans explication ultérieure parmi les eſpeces de *Galeopſis*, dans ſon *Coroll. Inſt. R. Herb.* ſous le nom de *Galeopſis Orientalis Lavendulæ folio, calyce villoſiſſimo.* Il en auroit aſſurément donné la deſcription, comme celle de tant d'autres belles plantes, dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, s'il n'avoit été enlevé par une mort prématurée. Depuis ce tems-là, cette plante n'a presque jamais exiſté vivante dans les Jardins Botaniques, pas même au Jardin Royal de Paris, à moins que ce n'ait été pendant les premieres années après le retour de Tournefort de ſon voyage d'Orient. C'eſt ce qui n'a permis à aucun Botaniſte d'en faire l'objet de ſon examen.

Néanmoins il peut s'en trouver de ſeches parmi les Collections Royales, ou dans celles de quelques particuliers fort abondantes, comme l'eſt la collection de M. de Juſſieu à Paris; & l'on en a auſſi des figures parfaitement bien gravées, mais rares & n'exiſtant gueres que dans les Cabinets des Princes. Le très ample *Herbarium vivum* de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, formé de la réunion de ceux de *Gundel* & de *Stoff*, poſſede un échantillon ſec de cette plante. Auſſi Gundel, qui a été le premier fondateur de notre Jardin Botanique, & de qui vient la principale partie de cet Herbier, avoit-il été un des compagnons les plus diſtingués de Tournefort dans ſon Voyage d'Orient; & il recueillit de ſa propre main les plantes qui s'offrirent à ſes recherches dans les régions de la Cappadoce, de l'Arménie, de la Grece, & dans les Iles de la Mer Egée.

Depuis le tems de Tournefort, notre plante n'a excité l'attention de perſonne; & elle eſt demeurée en quelque ſorte cachée, juſqu'à ce que *Buxbaum* l'ayant rencontrée ſur des lieux montueux d'Arménie tout émaillés de fleurs, l'en a rapportée comme nouvelle. Il

en a fait mention dans ſa V. Centurie des Plantes, p. 32. & ſuivant ſa coutume, il n'a fourni aucuns indices du caractere générique, ſe contentant d'en donner un deſſein aſſez groſſier, Tab. 61. fig. 1. & de la déſigner par le nom de *Sideritites parvis floribus purpureis.* Ainſi *Buxbaum* eſt d'avis que notre plante répond au *Sideritites* vulgaire, excepté qu'elle eſt plus petite à tous égards, & que ſes fleurs de pourpre, au mois de Mai, ſe changent en un épi long.

Mais, comme la confuſion dans le genre des plantes, en répand néceſſairement dans tout le reſte du ſyſteme, nous ſommes obligés de ramener tous les genres que nos prédéceſſeurs ont conſtruit ſuivant différentes hypotheſes, à un examen plus approfondi, ſans nous en laiſſer impoſer par le préjugé de l'autorité, & de mieux définir enſuite ces genres, d'après des obſervations plus exactes, tant par rapport à la conformation extérieure qu'à l'égard de la ſtructure des parties florales; rejettant & détruiſant, en vertu des loix caractériſtiques naturelles, tout ce qui eſt trop artificiel, factice & ſuſpect. Quand les eſpeces naturelles ſont diſpoſées conformément à cette méthode, il ſe développe enſuite de nouveaux genres, qui ſont naturels, & dont les caracteres, qui contiennent toutes les notes génériques poſſibles, & en particulier celles que fourniſſent les parties florales, peuvent être aiſément ramenés à toutes les méthodes botaniques poſſibles, entant qu'elles ſont fondées ſur la fructification.

Ci-devant il eſt incroyable combien on a violemment ſéparé les unes des autres pluſieurs eſpeces de plantes, pour les inſérer d'une maniere incertaine & confuſe dans des genres tels, par exemple, que ceux du *Sideritites*, de la Betoine, du *Lamium*, de la *Galeopſis* & du *Stachys.* A préſent le travail des Botaniſtes modernes s'eſt ſervi de la valeur du caractere naturel pour les reſtituer à leurs genres; & l'on n'a laiſſé à l'écart que les plantes qui n'ont encore pu être ſuffiſamment examinées. De ce nombre avoit été juſqu'ici notre *Zietenia*, dont je donne dans ce Mémoire ſuccint le vrai caractere naturel, expoſé ſuivant les regles de l'art, & repréſenté par des figures exactes.

Pour

Pour ne point altérer les termes techniques, il convient de laiſſer la deſcription ſuivante dans la Langue où elle a été faite.

DESCRIPTIO.

RADIX *perennis, lignoſa, fibroſa, ſuperne incraſſata, gemmifera.* Gemmæ *oppoſitæ ſubrotundæ, obtuſæ, pubeſcentes;* ſquamis *oppoſitis, ovatis, obtuſis, imbricatis.*

CAULES *herbacei, dodrantales, diffuſi, tetragoni;* baſi *ſquamis ovatis integerrimis obtuſis, carinatis, imbricatis; inferne ramoſi;* ramis *oppoſitis, internodiis brevioribus, ſterilibus.*

FOLIA *oppoſita, erecta, connato-vaginantia, baſi attenuata, lanceolata, integerrima, obtuſiuſcula, lineata, piloſa; in* caulibus florentibus *anguſtiora, breviora, in* ſterilibus *multo latiora, longiora, baſique anguſtiſſima, ut fere in petiolos definere videantur.* Vagina *baſeos in* caulibus florentibus *breviſſima, & fere nulla; in* ſterilibus *autem longior & ſatis manifeſta, membranacea, integerrima.*

PILI *ſimplices, baſi vaginati, articulati, in foliis adpreſſi, in caule & floribus patentes; undique longi, & in pagina ſuperiore foliorum & bracteearum breviſſimi.*

BRACTEAE *oppoſitæ, reflexæ, amplexicaules, ovatæ, apicem verſus attenuatæ, integerrimæ, obtuſæ, quinquenerviæ, ſupra ſub-villoſæ, ſubtus piloſæ, planæ, internodiis breviores.*

VERTICILLI *plures* (4-6) *remoti ſex-f. quadriferi a medio ad ſummitatem caulium.* Flores *ſeſſiles.*

CAL. Perianthium *monophyllum, hypocrateriforme,* Tubus *cylindraceus, leviſſime incurvus, piloſus.* Limbus *quinquepartitus, patens,* laciniis *linearibus, integerrimis, acuminatis, undique piloſis; harum duæ reliquis breviores latioresque ſunt.*

COROLL. *monopetala, ringens, albida.* Tubus *cylindraceus, piloſus, incurvus, calycis tubo ſemilongior.* Faux *compreſſa.* Labium ſuperius *adſcendens, ovatum, apice leviſſime emarginatum,*

dor-

dorſo piloſiſſimum. Labium inferius *trifidum, integerrimum; cujus laciniæ duæ laterales oblongiusculæ, rotundatæ, reflexæ; quarum margo anticus antrorſum adſcendit, in ſinu utriusque laciniæ erigitur, & continuatur in laciniam intermediam, ovatam ſurſum conniventem, emarginatam.*

STAM. Filamenta *quatuor, ſubulata, recta, ſub labio ſuperiore corollæ recondita, eoque paulo breviora, glabra. Horum duo exteriora, reliquis paulo longiora, (peracta floreſcentia,) ut in* Betonica & Stachy, *ad latus flexa.* Antheræ *oblongæ ſimplices.*

PISTILL. Germen *quadrifidum in fundo calycis.* Stylus *filiformis, glaber, ſub labio ſuperiore, ſtaminibus paulo longior.* Stigma *bifidum, acutum; aliter in* Sideritite.

PER. o.

SEM. *unicum, globoſum, læve in fundo calycis.*

Ex data deſcriptione patet, genus Zieteniæ a reliquis eſſe diverſiſſimum

1. Calyce *hypocrateriformi, limbo patente, lineari, longiſſimo.*
2. Corollæ *labio inferiori, laciniis lateralibus reflexis,* media complicata.
3. Semine *ſemper unico, perfecto in quovis calyce, ad cujus baſin tria abortiva minima, ſeu potius rudimenta tantum conſpiciuntur, ut in* Collinſonia.

CHARACTER ESSENTIALIS *datus eſt in* Syſt. Plantarum, p. 184. n. 766. Naturalis *autem ex ſuppeditata deſcriptione ſua ſponte fluens, facile concinnari poteſt ſequentem in modum.*

CAL. Perianthium *monophyllum, hypocrateriforme:* Tubo *ſubcylindraceo,* limbo *quinquefido:* laciniis *linearibus, acutis, patentibus, longiſſimis, ſubæqualibus.*

COR. *monopetala, ringens;* Tubus *cylindraceus incurvus.* Faux *compreſſa.* Labium ſuperius *adſcendens, ovatum, leviſſime emargina-*

ginatum. Labium inferius *trifidum: laciniis lateralibus rotundatis, reflexis, ſurſum aſcendentibus, in intermedium, ovatum, emarginatum, complicatum.*

STAM. Filamenta *quatuor ſubulata, corolla breviora, ſub labio ſuperiore recondita; quorum duo longiora ad latus flexa.* Antheræ *oblongæ ſimplices.*

PIST. Germen *quadrifidum;* Stylus *filiformis, ſtaminibus longior, ſub labio ſuperiore.* Stigma *bifidum acutum.*

PER. o.

SEM. *Unicum, globoſum, in fundo calycis.*

Ergo proxime accedit ad Stachyn, *maxime autem differt à* Galeopſide, Sideritide & Betonica, *quæ genera nullo modo in unum verum & naturale confluunt.*

SPECIES.

I. ZIETENIA (*Orientalis.*)

Galeopſis *orientalis lavendulæ folio, calyce villoſiſſimo.* Tournefort. Coroll. II.

Galeopſis *Armena, lavendulæ folio,* Herbar. viv. Gudelian.

Sideritis *parva, floribus purpureis.* Buxbaum, Cent. V. Plant. p. 32. Tab. 61. fig. I.

Habitat in Armeniæ montoſis, ubi menſe Majo floret.

J'ai donné au nouveau genre de plante, dont je viens d'expoſer le caractere naturel, après avoir fait précéder la deſcription, le nom de ZIETENIA, à l'honneur d'un Homme, à qui la Botanique, le jardinage, l'agriculture, l'entretien des prairies & des forêts, & toute la Phyſique œconomique ont de très-grandes obligations dans notre Marche, M. *George Fréderic de Zieten,* ancien Capitaine des Gens-d'armes, Chevalier de l'Ordre de St. Jean & Commandeur déſigné de *Schiefelbein* & de *Lagow,* plus que ſeptuagénaire, Botanophile diſtingué, & à qui ſon Jardin Botanique de Trebnitz a procuré depuis plus de trente ans une réputation décidée dans ce genre.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Pl. A. La Plante repréſentée de grandeur naturelle.

Pl. B. F. I. Une jeune branche coupée, à larges feuilles, ſtérile.

Pl. B. F. II. Les parties de la fructification de la *Zietenia*, ſavoir,

C. Le *Calyce*, avec la fleur non encore développée, mais s'avançant un peu hors du calyce.

D. Le Calyce avec la corolle en fleur.

E. Le Calyce ſeparément.

A. La Corolle vue de côté.

B. La Corolle conſidérée par devant; où l'on voit

r. le tuyau.

l. la levre ſupérieure.

d. les decoupures latérales de la levre inférieure réfléchies.

e. la découpure du milieu de la levre inferieure, dont les bords ſont redreſſés, & par conſéquent le disque ſe préſente concave par enhaut.

f. le pli à l'endroit où les deux levres ſe rencontrent.

F. La *Corolle* ouverte du côté inférieur ſuivant la longueur, afin qu'on puiſſe appercevoir l'intérieur: où

l. la levre ſupérieure.

m. la levre inférieure découpée.

b. les étamines les plus longues, pliées de côté.

i. les étamines les plus courtes redreſſées.

k. le ſtyle.

G. Une des longues *étamines* ſéparées, avec l'anthere ſans pouſſiere, oblongue, & défleurillant.

H. Une des courtes étamines avec l'anthere impregnée & presque arrondie *p.*

I. Le *germe* avec le ſtyle & le ſtigma fendu en deux. *S.*

K. Les *ſemences* ſolitaires de la plante, avec les rudimens des ſemences abortives à la baſe.

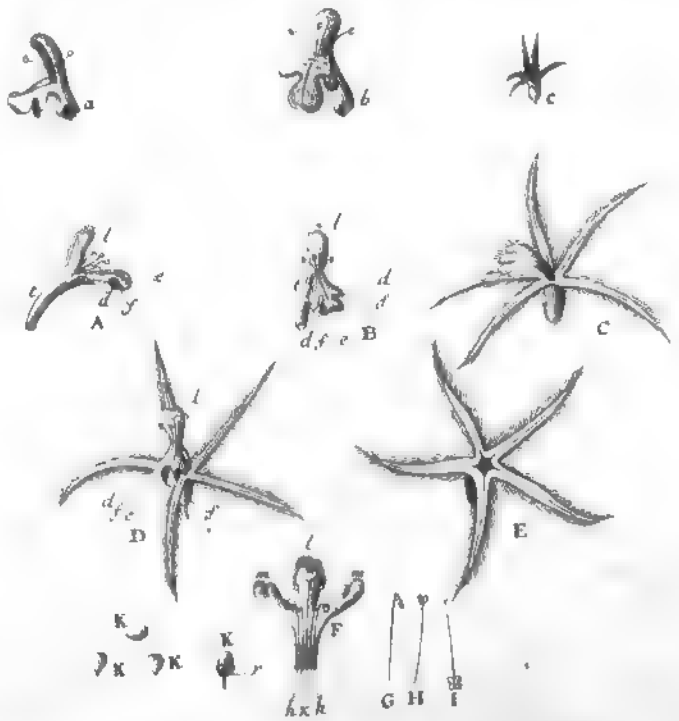
a. La fleur de la *grande Stachys d'Allemagne*,

C. B. vue de côté, afin que la levre inférieure paroiſſe toute repliée.

b. La fleur de la *Stachys de Marais*, *Linn.* par devant.

c. Le calyce du *Thymus Maſtichina Linn.*, avec la levre fendue en deux, & *garni de poils.*

Pl.B.Fig.II
p.10.



MÉMOIRE
SUR
UNE HUILE DU RÉGNE VÉGÉTAL, PROPRE À REMPLACER L'HUILE D'OLIVE DANS TOUS LES PAYS TROP FROIDS POUR L'OLIVIER. (*)

PAR Mr. DE FRANCHEVILLE.

L'Utilité de l'huile d'olive eſt ſi connue qu'il ſeroit ſuperflu de s'arrêter à décrire ſes divers uſages. Je dirai ſeulement qu'on en a fait de tout tems un ſi grand cas, que pour déſigner un pays fertile & riche, il ſuffiſoit de dire que c'étoit un pays d'huile, de miel & de lait.

Les olives dont cette huile eſt tirée par expreſſion, ſont les fruits d'un arbre des pays chauds: encore eſt-on, depuis bien des ſiécles, dans l'idée qu'il n'y réuſſit point, s'il eſt planté à plus de 30 lieues de la mer, parce que les oliviers d'Eſpagne, du bas Languedoc, de Provence, d'Italie, du Levant & de la Barbarie, ne ſont guére au-delà de cette diſtance; & même ſuppoſant que l'air de la Méditerranée leur eſt plus favorable que celui de l'Océan, on dit que c'eſt par cette raiſon qu'il ne s'en trouve point ſur les côtes occidentales & méridionales d'Afrique, non plus que dans les Indes orientales, à la Chine, au Japon, ni dans l'Amérique. Le fait eſt vrai, mais la véritable raiſon en eſt que ces climats ſont trop chauds, & que l'olivier craint autant la trop grande chaleur que la froidure. Cependant il paroît probable qu'il pourroit croître, & ſans doute auſſi fructifier, ce qui eſt le grand point, ſinon dans la partie méridionale de l'Amérique, au moins dans

(*) Lû dans l'Aſſemblée ordinaire de l'Académie du 10 Avril 1766.

les régions les plus tempérées de la ſeptentrionale, où vivent ſans difficulté les eſpeces de végétaux qui ſe trouvent également dans toutes les contrées propres à l'olivier.

Mais en même tems que la Nature a privé d'un arbre ſi précieux ces divers pays, il eſt très-certain qu'elle les en a dédommagés par un autre qui leur en tient lieu, & qui eſt plus propre à vivre & à ſe perpétuer ſous des climats ſi brûlans. Cet autre arbre égal en utilité à l'olivier, eſt le *Palmier* ou *Palmiſte*, que les Indiens Américains nomment *Aouara*, & des fruits duquel on tire une huile, qu'en Afrique les Negres appellent *Guiro-amy*, c'eſt à dire *huile de palme*. Plus cette huile eſt récente, plus elle eſt douce & agréable; mais, comme les autres huiles, vieilliſſant ou n'étant pas gardée dans des lieux aſſez frais, elle devient d'autant plutôt rance, forte & puante, que la chaleur du climat ne ſauroit manquer d'y contribuer beaucoup. Il ſe trouve là, comme ailleurs, des gens peu délicats qui n'y regardent pas de ſi près, & à qui elle convient en quelque état qu'elle ſoit, croyant même qu'une huile n'eſt bonne qu'autant qu'on la ſent au palais. Elle tient lieu de beure auſſi bien que d'huile; & les navigateurs Européens, qui ont occaſion d'en uſer dans les voyages qu'ils font en Guinée & autres lieux où il s'en trouve, au défaut d'autre huile ou de beure, s'en accommodent très-bien dans l'apprêt de leurs alimens.

Cependant ces climats trop chauds pour l'olivier ſeroient-ils les ſeuls que la Nature eût dédommagés de la privation de cet arbre? N'étoit-il pas digne de la ſageſſe & de la bonté du Créateur, de ménager auſſi un dédommagement, une reſſource équivalante, en faveur des nations qu'une raiſon contraire, je veux dire des climats trop froids pour l'olivier, en devoit également priver? Oui ſans doute, & c'eſt en cela comme en tant d'autres choſes, que nous devons reconnoître les ſoins bienfaiſans de la Providence.

Ses vues n'auroient été qu'imparfaitement remplies, ſi l'arbre qui devoit tenir la place de l'olivier, eût demandé de grandes attentions,

tions, une culture pénible, des terrains recherchés, ou s'il eût été ſeulement auſſi délicat, auſſi ſenſible à la gelée que le noyer, qui fournit lui-même une huile comeſtible, aſſez eſtimée lorsqu'elle eſt récente, mais qui eſt chere, même dans les régions où cet arbre eſt plus commun & plus fertile, que dans celles où l'inclémence des ſaiſons en rend le rapport incertain, moins abondant & peu lucratif.

En un mot, l'arbre que la Nature a choiſi, & donné aux peuples des pays plus froids que chauds, pour les conſoler de la privation de l'olivier, c'eſt le *Hêtre*, nommé auſſi en François *Fayar*, *Fau*, ou *Fouteau*, du mot Latin *Fagus*, & en Allemand *Hageriche*, ou vulgairement *Roth-buch*, pour le diſtinguer du charme appellé *Weiſs-buch* ou *Hainbuchen-baum*, & en Latin *Carpinus*. On dit communément que de tous les arbres fruitiers l'olivier eſt celui qui demande le moins de culture, & qui ſouffre plus aiſément la négligence de ſon maître: c'eſt déja ce qu'il a de commun avec le Hêtre, qui n'a été connu juſqu'ici que comme un arbre ſauvage, abandonné aux ſeuls ſoins de la Nature ou à lui-même. Il n'y a point de forêts de bois durs où il ne croiſſe, & partout il s'éleve à une aſſez grande hauteur & perd rarement ſa tête ou ſa cime, à cauſe que ſes racines tracent plus qu'elles ne pivotent, & cela prouve qu'il s'accommode de tous les terrains. Son écorce eſt extérieurement griſe, cendrée, aſſez unie, plus rude & plus épaiſſe que celle du charme. Ses feuilles ſont minces, luiſantes, douces au toucher & d'un verd noirâtre. Ses fleurs ſont en cloches, découpées ſur leurs bords & ramaſſées en chatons arrondis. Ses fruits viennent, comme les noix & les noiſettes, dans des endroits ſéparés des chatons: ils ſont de la couleur des châtaignes, mais plus menus, d'une forme triangulaire, dont les angles un peu piquans s'entr'ouvrent quand le fruit eſt très-mur, & ce fruit conſiſte en deux amandes qui ſous leur pellicule ont une pulpe douce au goût; mais de blanche qu'elle eſt d'abord, elle jaunit enſuite & prend un goût huileux au bout d'un certain tems, comme il arrive auſſi aux noix, aux noiſettes & à d'autres fruits en coque qui ont été trop longtems gardés. Ce

fruit du Hêtre ſe nomme en François *Faine*, en Latin *Bacca* ou *Glans fagina*, & en Allemand *Hageichen-beer* ou *Buchen-beer*.

Le bois du Hêtre eſt un des meilleurs qu'on puiſſe employer au chauffage, & les Menuiſiers le travaillent aiſément: mais, bien loin de recommander ici le Hêtre par ces endroits, je voudrois qu'il fût regardé comme un arbre ſacré ou privilégié, qui ne pourroit être abattu, que quand l'âge ou ſa mauvaiſe conſtitution l'auroit mis hors d'état de porter du fruit.

Les Poëtes nous peignent les premiers hommes vivans de gland, & vantent leur bonheur.

Felix nimium prior ætas . . .
Facili quæ fera ſolebat
Jejunia ſolvere glande. Boeth.

Il n'étoit guéres poſſible aux hommes d'alors, quelque groſſiers qu'ils fuſſent, de s'accommoder des glands du Chêne commun dont l'amertume eſt ſi désagréable: mais il eſt à croire qu'ils faiſoient leur nourriture des glands du Hêtre, de la Faine; car on n'a donné à cet arbre le nom de *Fagus* en Latin & de Φάγος en Grec, qu'à cauſe qu'on en mangeoit le fruit; & en effet étant le plus doux de tous les glands, (*dulciſſima eſt omnium glans fagi*, comme dit Pline Liv. XVI. Ch. 5.) il y a des exemples qu'il a ſervi plus d'une fois dans des tems de famine à faire du pain, & que même des villes anciennes ont ſoutenu de longs ſiéges avec ce ſeul fruit pour tout aliment. Mais aujourd'hui abandonné dans les bois, il y ſert à la nourriture des bêtes fauves & des bêtes noires, ainſi qu'à l'engrais des pourceaux domeſtiques qu'on y envoye paître; encore eſt-il avéré que la plus grande partie de ce fruit ſe pourrit ſur la terre, ſoit que ces animaux lui préférent d'autres glands ou fruits ſauvages, ſoit auſſi qu'il tombe des Hêtres beaucoup plus de faine qu'ils n'en peuvent conſommer. Or, quand on ne feroit qu'empêcher la pourriture de ce ſuperflu qui eſt en pure perte, on procureroit à la moitié de l'Europe, & ſurtout aux Pays Septentrionaux où le Hêtre croît

croît en abondance, la reſſource d'une huile nationale qui leur manque; & loin que les pourceaux en ſouffriſſent, la pulpe de la faine dont on auroit tiré cette huile, n'en deviendroit pas moins propre à la nourriture de ces animaux, qui ne la négligent actuellement, que parce qu'elle devient rance & moiſie en vieilliſſant ſur la terre; & la nouvelle ſe mêlant toujours avec la vieille, il eſt impoſſible qu'elle ait pour eux l'agrément qu'elle auroit lorsque l'huile en ſeroit exprimée.

L'huile de faine fraîche, ou bien conſervée, & faite avec le ſoin néceſſaire, approche aſſez de l'huile d'olive, pour tromper des connoiſſeurs qui n'en ſeroient pas prévenus. Quelques perſonnes de ce pays qui diſent la connoître, prétendent que ceux qui en uſent intérieurement deviennent fous: c'eſt une imagination démentie par l'expérience de pluſieurs pays.

Il eſt connu que la France produit des huiles d'olive très-eſtimées & en abondance, puiſqu'elle fait part aux pays étrangers de ce qu'elle n'en peut pas conſommer chez elle. Il s'en porte dans toute l'Allemagne, l'Angleterre, la Hollande, le Nord & juſques dans l'Amérique. Cependant il eſt très-ſûr qu'il y a dans la Bourgogne, la Champagne, la Picardie & pluſieurs autres provinces de France, un grand nombre de villes, de bourgs & de villages dont les habitans, pouvant avoir à meilleur marché l'huile de faine qu'ils font eux-mêmes, la préférent à l'huile d'olive, que la plûpart ne connoiſſent pas même. Or, malgré l'uſage qu'on y fait journellement de cette huile de faine, il eſt inoui qu'elle ait jamais cauſé la folie à perſonne; & ſi elle avoit cette funeſte propriété, il n'y auroit pas dans ces provinces aſſez d'hôpitaux pour contenir tous les fous qui s'y trouveroient. La premiere fois que je goûtai de cette huile de faine, ce fut au mois de Fevrier 1728 à Villers-côterez, jolie ville du Soiſſonnois, qui appartient à la Maiſon d'Orléans. Le parc qui tient aux jardins du château étant une grande forêt remplie de hêtres, les habitans y ont non ſeulement leur chauffage, mais auſſi la liberté de ramaſſer la faine pour en exprimer l'huile néceſſaire à leurs beſoins. Les principaux du lieu

chez

chez qui je fus invité à manger pendant près de huit jours que j'y paſſai, m'aſſurerent la plûpart qu'ils n'avoient jamais uſé d'autre huile pour la table & que toute la ville en uſoit journellement depuis un tems immémorial; preuve convaincante que les Médecins ne lui attribuoient aucune mauvaiſe qualité. Cette huile étant fraîche, ou bien conſervée, & faite avec ſoin, n'eſt guere inférieure à une bonne huile d'olive: elle eſt d'une couleur d'ambre pâle, claire, ſans odeur, ne différant de l'huile vierge de Provence qu'en ce que celle-ci eſt d'un blanc verdâtre, & qu'elle a un petit goût ſauvagin que ſon fruit lui donne. Je vis en cette occaſion ce que peut la force de l'habitude; car ces huiles étant plus ou moins fraîches, & faites avec plus ou moins de ſoin, différoient entr'elles eſſentiellement en douceur & en bonté. Les gens du lieu ne diſtinguoient que peu ou point cette différence qui m'affectoit très-ſenſiblement. Celles qui étoient vieilles, mal faites, ou mal conſervées, avoient le défaut d'être rances, fortes & adhérentes au goſier: mais ce défaut eſt auſſi celui des huiles d'olive qui ne ſont pas bien faites, ou bien conſervées, & même des meilleures lorſqu'elles ſont vieilles. „Comme ſi (dit Pline „Liv. XV. chap. 2.) la Nature avoit voulu nous avertir par-là, qu'il ne „faut point épargner l'huile à cauſe de ſa bonté; au lieu que le vin n'eſt „jamais ſi bon que quand il eſt vieux, parce qu'il faut le boire avec „réſerve pour n'en être point incommodé.

La bonté de l'huile de faine récente, & ſa diſpoſition à ſe conſerver qui en eſt une ſuite naturelle, dépendent de pluſieurs circonſtances qu'il faut ici remarquer. De même que les vins ſont plus ou moins bons, plus ou moins fins & délicats, non ſeulement à raiſon du terroir, mais auſſi à proportion du ſoin qu'on apporte au choix des raiſins & aux autres façons; ainſi les huiles en général, & celle de faine en particulier, ne ſauroient être également douces, également claires, & de durée, ſi elles ne ſont pas faites avec le même ſoin & la même attention. Permis à gens qui ne ſuivent que leur fantaiſie, ou une mauvaiſe routine par entêtement, de faire de mauvaiſe huile, com-

comme de mauvais vins: mais ceux qui ne feroient une mauvaiſe huile de faine que par ignorance, méritent d'être inſtruits.

La premiere circonſtance qu'ils doivent obſerver, eſt de ſe procurer une Faine bien conditionnée; car comme une olive pourrie, moiſie, corrompue, ne produiroit qu'une huile de très-mauvaiſe qualité; on n'en peut attendre auſſi qu'une pareille d'une Faine qui auroit les mêmes vices. Les olives ſont cueillies ſur les arbres, ce qui demande & du tems & de la peine; au lieu que les glands du Hêtre, ou la Faine, ſe ramaſſent à terre lorſqu'ils ſont tombés de l'arbre dans leur parfaite maturité, ce qui peut ſe faire avec moins de peine, plus vîte & à peu de fraix, parce que l'on y peut employer la main des enfans. Mais d'un autre côté, il eſt impoſſible qu'en cueillant les olives de l'année, il ſe mêle parmi elles des olives de l'année précédente; au lieu qu'en ramaſſant la Faine ſous les Hêtres, il eſt à craindre & même inévitable de ramaſſer en même tems celle d'une autre année, qui étant tombée après coup, depuis la derniere récolte, & ayant paſſé tout l'hiver & l'été ſur la terre, s'y eſt gâtée & corrompue; ainſi il eſt néceſſaire de ſéparer, de démêler cette vieille Faine qui infecteroit l'autre: cette opération n'eſt ni pénible ni difficultueuſe, parce que la vieille Faine ayant ſon écorce brune & noirâtre, ſe diſtingue aiſément de la nouvelle qui a la ſienne plus blonde & plus luiſante. On peut donc encore abandonner aux enfans ce triage, qui eſt plutôt un amuſement qu'un travail.

La ſeconde circonſtance eſt de dépouiller la Faine de ſon écorce. On ne s'imagineroit pas peut-être combien cette précaution eſt avantageuſe: elle ſert en premier lieu à empêcher qu'on ne laiſſe des amandes moiſies qui pourroient avoir échappé à la premiere recherche: en ſecond lieu on retire beaucoup plus d'huile, parce que l'écorce s'en abreuvant ne laiſſe pas d'en enlever une partie conſidérable: & en troiſieme lieu l'huile en eſt plus pure & plus fine, l'écorce ne lui communiquant point ſon goût, ni les impuretés qu'elle a contractées en tombant ſur la terre. Ce dépouillement eſt encore un ouvrage d'enfans,

& s'il s'agiſſoit de l'exécuter en grand, on parviendroit peut-être à imaginer une machine propre à monder la Faine: le profit en payeroit bien la dépenſe.

La troiſiéme circonſtance eſt que la Faine dépouillée de ſa coque, retient la membrane ou pellicule qui l'enveloppe, & dont il faut encore la ſéparer: par là on la préſerve d'un goût ſtyptique ou âcre qui contribue à rendre l'huile forte & adhérente au goſier: cette troiſieme opération ſe fait par le moyen de l'eau tiéde, dans laquelle cette pellicule ſe ramollit, ſe dilate, & ſe détache enſuite aiſément des amandes, pour peu qu'on les agite dans l'eau & qu'on les frotte avec les mains.

La quatriéme circonſtance regarde le tems le plus propre à faire l'huile de Faine. Dans les pays d'oliviers l'expérience a appris que plus on ſe hâte à preſſer les olives, plus elles rendent d'huile. Il en eſt tout au contraire de la Faine, car étant preſſée immédiatement après qu'on l'a ramaſſée, elle rend moins d'huile que quand elle a été gardée dans ſa coque l'eſpace de deux à trois mois: mais pour empêcher qu'elle ne ſe gâte dans cet intervalle, il faut la loger dans un lieu qui ne ſoit ni froid ni humide, l'étendre ſur le plancher, & la remuer ſouvent; en cet état elle acheve de mûrir, & ſa pulpe, de blanche qu'elle étoit d'abord, devenant jaune, commence d'elle-même à ſe tourner en huile.

Enfin après toutes ces précautions on peut eſpérer qu'on fera une huile de Faine de très-bonne qualité: mais il reſte à ſavoir quelle eſt la meilleure maniere de la faire. On doit avant tout s'être muni d'un preſſoir, aſſis dans un endroit un peu chaud (car cet ouvrage ſe doit faire en hiver), & à l'abri de la fumée, ainſi que de toute mauvaiſe odeur: il faut que ce preſſoir ait une forte vis, & que ſes tables de deſſus & de deſſous (celle-ci plus longue, plus large & à rebords) ſoient de bois de noyer ou tout au moins de cœur de chêne ſans aubier, épaiſſes de 3 à 4 pouces, bien ſeches & bien polies. On doit

être

être auſſi à portée d'un moulin, ſoit à meules ſoit à pilons, pour y faire concaſſer ou piler la Faine. Cela fait, on prend une quantité de cette Faine proportionnée à la longueur & largeur des tables; on la met dans un ſac de groſſe toile de chanvre un peu claire, mais forte; & ayant couché ce ſac bien fermé entre les deux tables, on le preſſe d'abord doucement de peur de crever le ſac, & on reçoit l'huile qui en découle par une ouverture pratiquée au milieu du rebord de chacun des quatre côtés de la table de deſſous, dans autant de jattes de fayance qui ſont placées un peu plus bas. Cette premiere huile eſt la plus fine, & il ne faut pas la mêler avec la ſeconde, ni celle-ci avec la troiſiéme. La ſeconde ſe tire par une expreſſion un peu plus forte que la premiere, mais moindre que la troiſiéme, par laquelle on tire de la Faine tout ce qui peut y reſter d'huile; & il faut avoir ſoin après chaque expreſſion de remuer le ſac & de le retourner dans un ſens contraire à celui d'auparavant. Ces trois preſſurages étant faits, on vuide le ſac, on le remplit de nouveau pour le preſſer de même, & on continue ainſi juſqu'à la fin. Cette maniere de tirer l'huile de la Faine eſt de beaucoup préférable à celle où l'on employe l'eau bouillante, dans laquelle faiſant cuire la Faine, l'huile s'en détache, & nageant au-deſſus de l'eau elle eſt enlevée aſſez facilement avec des cuilliers: mais premiérement la chaleur du feu & l'eau font que cette huile devient plutôt rance, & n'eſt ni ſi pure ni ſi fine: en ſecond lieu, la Faine miſe en bouillie par cette opération, ne peut plus ſervir aux mêmes uſages que la Faine crue & preſſurée à ſec. Ainſi je ſuis d'avis qu'on s'en tienne à la premiere façon, qui donnera, comme il a été dit, trois huiles de différentes qualités, l'une très-fine & très-pure, la ſeconde un peu moindre, & la troiſiéme plus commune; c'eſt par cette raiſon qu'elles doivent être logées ſéparément, & pour les conſerver il faut les tenir à la cave dans des bouteilles de verre, ou dans des cruches de grais bien nettes & bien bouchées.

Il s'agit à préſent des uſages qu'on peut faire du marc de la Faine, dont on a tiré l'huile à ſec. Ce marc trois fois preſſuré en eſt

devenu (choſe admirable) encore plus alimentaire que n'étoit la Faine dans ſon premier état. Car, ſoit frais ou humide comme il eſt au ſortir du ſac, ſoit mis en tourteaux & ſéché pour le conſerver, il peut être donné aux volailles, aux cochons, même aux bœufs & aux vaches, & il eſt pour ces animaux une nourriture ſaine & agréable qui les engraiſſe merveilleuſement, ſans rendre leur chair & leur graiſſe molaſſe, comme doit faire la Faine, lorsqu'elle contient encore ſon huile. Ce n'eſt pas le tout, ni même le meilleur: car ce marc étendu ſur des nappes à l'air pour en faire évaporer l'humidité, & enſuite porté de nouveau au moulin pour achever de le moudre & bluter, devient une farine propre à faire du pain, comme la caſſave de l'Amérique dont on a épuiſé le ſuc venimeux. On peut faire, ſi l'on veut, un mêlange de cette farine avec celle du bled, elle n'y gâtera rien; mais ce mêlange n'eſt pas néceſſaire, le pain de pure farine de Faine étant d'un bon goût, d'une belle couleur, & nullement mal-faiſant. De quel prix ne doit pas être cette reſſource dans des tems de famine? Voilà peut-être quel fut le pain dont vécurent les premiers hommes, & entr'autres les Grecs, juſqu'à l'an du Monde 2626 & avant l'Ere Chrétienne 1409, que Cérès apporta d'Egypte dans l'Attique l'invention de labourer la terre & d'y ſemer les bleds, ſuivant la Chronique des Marbres d'Arundel, Epoques XII & XIII. Et c'eſt auſſi par cette raiſon que ces mêmes Grecs, & les Latins après eux, donnerent au Hêtre & à ſon fruit un nom qui ſignifie *la choſe mangeable.* Mais comme l'homme ne vit pas de pain ſeulement, ce même marc de Faine lui fournit encore quelque choſe de plus recherché; c'eſt qu'au ſortir du preſſoir étant humecté de lait, mis dans des formes & aſſaiſonné de ſel, il devient une eſpece de fromage auſſi bon que celui qui ſe fait en Bourgogne & en Franche-comté, avec le marc de noix dont on a exprimé l'huile, & qu'on y mange par régal. Enfin la farine du même marc de Faine, ſi l'on y joint du lait & des œufs, donne des gâteaux que les premiers hommes ne mangeoient apparemment qu'aux bonnes fêtes; & d'ailleurs elle peut ſervir auſſi à faire de l'amidon & de la poudre à cheveux qu'ils ne connoiſſoient pas vraiſemblablement.

Mais

Mais, ſi l'on peut tirer un ſi grand parti d'un fruit ſauvage tel qu'eſt aujourd'hui la Faine des Bois, quelle ſupériorité n'auroit pas la farine de ſa pulpe, & ſon huile même, s'il étoit poſſible de rendre les Hêtres des Forêts auſſi francs que le ſont les Oliviers de Provence & les Arbres fruitiers de nos Jardins? C'eſt à dire qu'il faudroit trouver un Hêtre déja franc, pour pouvoir affranchir les Hêtres ſauvages en le greffant ou l'entant ſur eux: c'eſt à dire qu'il faudroit trouver le ſecret de rendre franc un Hêtre ſauvage, ſans en changer l'eſpece. Ce ſecret ſeroit véritablement *le Grand-Oeuvre des Arboriſtes*, des Botaniſtes. Car enfin, s'il n'exiſte point de Hêtres francs dans la Nature, comment pourroit-on affranchir un Hêtre ſauvage, ſans le marier avec un arbre franc d'une autre eſpece, qui doit néceſſairement changer la ſienne, & le dénaturer? Cependant je me flatte de le poſſéder, ce ſecret; mais comme le Hêtre n'eſt pas le ſeul arbre ſauvage que je me ſuis propoſé de rendre franc, je me diſpenſerai de découvrir mon ſecret dans ce Mémoire, qui ne regarde que l'huile qu'on peut tirer du fruit de cet arbre.

ANALYSE

DE

QUELQUES EXPÉRIENCES FAITES SUR L'AIMAN.

PAR M. LAMBERT.

§. 1.

Les Loix, ſuivant leſquelles la force magnétique varie, ſont un de ces objets de la Phyſique, qui excitent la curioſité autant qu'ils éludent l'attente de celui qui entreprend de les examiner. On ſait que la connoiſſance de ces loix ſeroit d'une grande utilité pour la navigation, & que la Phyſique en obtiendroit un luſtre & même un accroiſſement très-conſidérable. Toutes ces raiſons ſont plus que ſuffiſantes, & il n'en faudroit pas même autant, pour engager à faire ſur cette matiere toutes les recherches qu'elle mérite. Auſſi l'aiman n'a-t-il pas manqué d'attirer l'attention des plus grands Phyſiciens & même celle des Académies, qui ſur ce ſujet ont propoſé pluſieurs queſtions intéreſſantes, dont au moins quelques-unes ont été très-bien réſolues. Je nommerai ſurtout auſſi le célebre Mr. *Muſſchenbræck*, qui s'eſt particulierement appliqué à mettre, pour ainſi dire, l'aiman à toutes les épreuves, pour voir s'il y avoit moyen d'en connoître la nature & les loix, ſuivant leſquelles il attire & repouſſe. La Diſſertation qu'il a publiée là-deſſus, offre des phénomenes fort curieux & très-propres à engager à de nouvelles recherches. On en trouve de même dans l'ouvrage, que Mr. *Brugmann* vient de publier ſur la force magnétique. On loue encore un ouvrage publié en 1759 à *Breſcia* par Mr. *Scarella*. Et il ſeroit ſurtout à ſouhaiter, que la Société R. des Sciences de Göttin-

ringue fit publier les Mémoires qu'elle poſſede de feu Mr. *Mayer*, où il doit y avoir de fort belles expériences ſur l'aiman & la bouſſole.

§. 2. La grande difficulté qu'on rencontre dans ces ſortes de recherches, c'eſt que quand on veut déterminer les loix fondamentales, qui en elles-mêmes doivent être très-ſimples, il faut trouver moyen de ſimplifier les expériences à un tel point, qu'étant dégagées de toutes les circonſtances étrangeres & de tout mécaniſme trop compliqué, elles ne préſentent que l'effet tout pur de la loi qu'on veut découvrir. Mais cela préſuppoſe, qu'on connoiſſe ces circonſtances & ce mécaniſme, & qu'on ſache plus ou moins l'influence qu'elles peuvent avoir pour altérer le ſuccès de l'expérience qu'on veut faire. L'aiman nous préſente tous ces obſtacles. L'un de ſes poles attire tandis que l'autre repouſſe, & l'effet qui en réſulte eſt toujours mêlé. On peut augmenter le nombre des poles; mais on n'a point encore pu faire, qu'il n'y en ait qu'un ſeul. Ce ſeroit cependant là le moyen de connoître ſon effet pur ou dégagé de l'altération qui provient de l'action toute contraire de l'autre pole. Enſuite, ce n'eſt pas au pole ſeul que l'aiman attire, il attire plus ou moins en chaque point de ſa ſurface, avec des forces fort inégales. De là vient que la direction moyenne & la force compoſée varient d'une façon extrémement compliquée. Pour parvenir à trouver les premieres Loix, il faudroit pouvoir faire l'expérience pour chaque point iſolé. Mais l'expérience ne nous fait voir que la ſomme qui réſulte de l'effet mêlé de tous les points.

§. 3. A ces difficultés il s'en joint encore pluſieurs autres. Car, pour déterminer par des expériences les forces de l'aiman, nous ne pouvons lui préſenter que des matieres ferrugineuſes ou quelque autre aiman. Or, pour peu que l'expérience dure, le fer que nous approchons de l'aiman pour en être attiré, commence à participer lui-même de la force magnétique, & l'effet qui en réſulte commence à en être plus ou moins altéré. Il en eſt de même ſi au lieu du fer nous nous ſervons d'un autre aiman. Enſuite, ſi les expériences qu'on fait deman-

demandent beaucoup de tems, on n'eſt plus aſſuré, ſi l'aiman qu'on employe, conſerve ſa force invariablement pendant tout le tems que dure l'expérience. Car on ſait que la force magnétique, de même que ſa direction moyenne, varie d'un moment à l'autre.

§. 4. Enfin, quoiqu'il ſoit indubitable que la force de l'aiman & ſes variations dépendent de quelques loix générales, il n'eſt pas ſi facile de deviner d'avance, quelles ſont ces loix. Si nous conſultons là-deſſus les expériences, elles s'accordent toutes à nous faire voir, que la force de l'aiman s'affoiblit à meſure que la diſtance augmente. Mais c'eſt peu de choſe de ne ſavoir que cela. Il s'agit de connoître exactement le rapport qu'il y a entre la force & la diſtance. Il s'agit de plus de ſavoir, ſi ce rapport eſt le même, quelle que puiſſe être la poſition abſolue & rélative de l'aiman & de celle du fer, qu'on lui préſente pour être attiré. On ſait encore que la grandeur & la figure de l'aiman influent très conſidérablement à varier l'effet de ſa force attractive, & que cette force augmente pluſieurs fois dès que l'aiman eſt garni d'une armure.

§. 5. Ces rapports, qu'il s'agit de trouver entre la maſſe, la figure, la diſtance & la force de l'aiman, ne ſont pas les ſeuls qu'il faut chercher. Il reſte enſuite encore à déterminer, quel peut être l'effet de l'obliquité d'incidence, puiſque nous ſavons que toute action eſt plus foible à meſure qu'elle agit plus obliquement. Il eſt cependant fort à préſumer, que l'action oblique de l'aiman ſur le fer non aimanté differe de beaucoup de celle qu'il exerce ſur le fer aimanté. Le premier ſera attiré en telle poſition qu'il ſe trouve. L'autre ſera attiré fort différemment, & quelquefois même repouſſé. De plus, ſi d'une aiguille non aimantée on vouloit faire une bouſſole, cette aiguille ſeroit indifférente pour une poſition quelconque, ſans affecter même de vouloir ſe tourner vers le Nord. C'eſt tout autre choſe quand elle eſt aimantée. Elle n'aura point de repos, à moins qu'elle ne ſe trouve dans la direction du méridien magnétique.

§. 6.

§. 6. Ce phénomene nous fait voir qu'une aiguille aimantée, de même que toute matiere ferrugineuſe, peut toujours être conſidérée comme expoſée à l'action d'un ou de pluſieurs gros aimans, qui ſe trouvent dans les entrailles de la terre. C'eſt auſſi la circonſtance la plus ſimple dans laquelle une aiguille aimantée puiſſe ſe trouver. Car dès qu'on en approche quelque autre aiman, ou quelque matiere ferrugineuſe, l'action devient compoſée, & nous jette dans l'embaras de déterminer ce qui eſt du à chaque cauſe ſéparément.

§. 7. Mais, en écartant de l'aiguille tout ce qui pourroit en altérer la poſition, elle ne nous offre que deux phénomenes. L'un c'eſt d'être en repos, quand elle ſe trouve dans ſon méridien magnétique; l'autre c'eſt de faire des oſcillations, auſſitôt qu'elle ne ſe trouve pas dans ce méridien. Ces oſcillations nous font voir, que les forces qui agiſſent ſur l'aiguille, ne ſont inégales, que lorsque l'aiguille ſe trouve dans ſon méridien. Comme par-là elle peut être regardée comme un pendule compoſé, dont les oſcillations ſont circulaires, on pourra comparer la durée des oſcillations avec l'arc que l'aiguille parcourt; & par-là on pourra parvenir à connoitre quelque rapport entre la force moyenne & ſa direction moyenne, entant que cette direction eſt plus ou moins oblique. On peut encore remarquer que ces oſcillations ne ſe font exactement dans le plan horizontal, que là où l'inclinaiſon eſt nulle. Dans tout autre cas les arcs parcourus ſont des courbes à double courbure. L'aiguille d'inclinaiſon nous indique la raiſon de ce phénomene. Car elle s'incline le moins quand elle ſe trouve dans le méridien magnétique; elle baiſſe davantage à meſure qu'on la tourne vers l'Eſt ou l'Oueſt de ce méridien, & elle devient verticale toutes les fois que ſa déclinaiſon eſt de 90 degrés. Or l'aiguille de déclinaiſon n'eſt horizontale, que parce qu'on lui donne un contrepoids, qui ſuffit pour la tenir dans la poſition horizontale auſſi longtems que ſa force ne varie point, & qu'elle ſe trouve dans la direction de ſon méridien. Mais la force, qui ſans ce contrepoids l'auroit déprimée, agit plus fortement auſſitôt que l'aiguille

ne ſe trouve plus dans la direction de ſon méridien. Comme donc par-là le contrepoids ne ſuffit plus, l'aiguille eſt plus ou moins déprimée. Je rapporte cette circonſtance parce qu'il faut y avoir égard, quand on veut tirer quelque concluſion des oſcillations de l'aiguille de déclinaiſon. Mr. *Muſſchenbræck* rapporte pluſieurs expériences qu'il a faites ſur les oſcillations de l'aiguille & ſur leur durée. Elles reſſemblent à la plûpart des autres expériences de ce célebre Phyſicien, en ce qu'elles ne s'accordent gueres entr'elles, ſans qu'on trouve alléguées les circonſtances, qu'il faudroit ſavoir pour rendre raiſon de la diverſité de l'effet. Auſſi eſt-ce une affaire trop ſujette à caution que de vouloir comparer la durée des oſcillations avec la longueur des aiguilles. Car, avant que d'en venir là, il s'agit d'expliquer, ce que cela veut dire que deux aiguilles d'une longueur inégale, mais douées d'une force magnétique égale. Mais ce n'eſt pas là ce qu'il y a de plus ſimple, ni par où il faut commencer. D'abord il vaudra mieux comparer une aiguille à elle-même, en recherchant, ſi par des expériences bien exactes faites ſur ſes oſcillations on peut parvenir à déterminer la loi de l'obliquité d'incidence. Les petits arcs ne ſuffiſent pas, parce qu'on peut aiſément démontrer que les petites oſcillations ſeront à très peu près iſochrones, quelle que puiſſe être cette loi. Car il faudra toujours regarder la force ſollicitante comme une fonction du ſinus d'incidence, de ſorte que ce ſinus étant $= x$, la force ſoit exprimée par la ſuite

$$ax + bx^2 + cx^3 + \&c.$$

laquelle ſe réduit au premier terme toutes les fois que l'oſcillation peut être regardée comme infiniment petite.

§. 8. Quoique les expériences à faire ſur ces oſcillations ſoient fort ſimples, & qu'elles puiſſent ſervir à connoitre les variations ſucceſſives de la force magnétique, on voit pourtant par ce que je viens de dire, qu'il eſt difficile d'en rien déduire pour déterminer la loi de l'obliquité d'incidence. Car, les petits arcs ne ſuffiſant pas pour ce ſujet, il faudra en faire parcourir de plus grands à l'aiguille. Par-là on augmente

mente la friction qu'elle ſouffre en ſe tournant ſur la pointe qui lui ſert de pivot ou d'appui; & cette friction ne laiſſe pas de raccourcir les arcs, & de changer la durée des oſcillations.

§. 9. J'en reviens donc aux expériences que j'ai faites en employant, outre l'aiguille & l'aiman qui ſe trouve dans le globe de la terre, encore un petit aiman non armé & d'une figure à peu près cubique, que je pouvois par conſéquent placer dans une ſituation & à une diſtance quelconque de l'aiguille, tandis que la poſition du grand aiman, qui eſt dans les entrailles de la terre, reſtoit la même. On ſait qu'en approchant un aiman d'une bouſſole, l'aiguille change de poſition, & qu'en variant celle de l'aiman on peut donner à l'aiguille une déclinaiſon quelconque de ſon méridien. On peut même donner à l'aiman une infinité de poſitions différentes, de ſorte qu'en le plaçant dans quelle de ces poſitions que l'on voudra, la déclinaiſon de l'aiguille de ſon méridien reſte la même. Je me ſuis cependant borné à ne donner à l'aiman, que ces poſitions où ſon axe & ſon pole méridional fût dirigé vers le centre ou vers le pivot ſur lequel l'aiguille tourne, & entre les déclinaiſons de l'aiguille j'ai choiſi celles de 10 en 10 degrés vers l'oueſt & celles de 15, 30, 60, 90, 120 degrés vers l'eſt. Il s'agiſſoit donc de tracer les lignes courbes, qu'on pouvoit faire parcourir au pole méridional de l'aiman, à condition que ce pole ſoit toujours dirigé vers le centre de la bouſſole & que la déclinaiſon de la bouſſole reſte toujours la même, c'eſt à dire, celle qu'on a choiſie. Exp. 1

§. 10. Pour tracer les lignes plus commodément & de façon à m'en pouvoir ſervir dans la ſuite, j'affermis un papier ſur une planche de bois, & au milieu du papier j'enfonçai un bout d'aiguille fort pointue, ſur laquelle je poſai enſuite l'aiguille aimantée. Et ayant décrit un cercle concentrique, & tant ſoit peu plus grand que la longueur de l'aiguille aimantée, je le diviſai en degrés numérotés vers l'eſt & vers l'oueſt. Ce qui étant fait, il ne reſtoit plus que de tourner la planche en ſorte que le degré 0 ſe trouvât dans le méridien magnétique de l'aiguille. Et par-là la préparation étoit faite.

§. 11. La figure repréſente les lignes courbes, tracées de la façon que je viens de dire, dans leur grandeur naturelle. AB eſt le méridien magnétique, C le centre autour duquel l'aiguille tournoit. Les angles ACα, ACD, ACK, ACP, ACT, ſont ceux de déclinaiſon, & de 15, 30, 60, 90, 120 dégrés. Et les courbes $\alpha\zeta$, DB, KL, PQ, Tγ. ſont telles, qu'en y plaçant l'aiman que j'ai employé, de ſorte que ſon pole méridional ſoit tourné vers le centre C, & qu'il ſe trouve ſur la ligne courbe en quelque point que ce ſoit, la déclinaiſon de l'aiguille ſoit conſtamment la même, p. ex. de 30 degrés, quand l'aiman eſt placé ſur la courbe DEFI*m*.

§. 12. Comme toutes ces courbes ſe reſſemblent, je me ſuis borné à repréſenter dans la premiere figure celles que j'avois tracées du côté oriental du méridien magnétique, afin de ne pas trop embarraſſer la figure. Comme cette figure les repréſente dans leur grandeur naturelle, c'eſt à dire, telles que l'expérience me les fourniſſoit, il eſt clair que la figure eſt comme l'expérience même. Nous n'aurons donc qu'à comparer enſemble les lignes courbes qu'elle nous offre.

§. 13. Pour faire cette comparaiſon, je n'admettrai d'autre propoſition, que celle dont j'ai parlé ci-deſſus (§. 4.) & qui ſe prouve par toutes les expériences qu'on fait ſur la force de l'aiman, c'eſt que cette force diminue à meſure que la diſtance augmente. Mais, avant que de faire uſage de cette propoſition, il s'agit de voir comment nous devons enviſager cette diſtance. D'abord donc il eſt clair, qu'elle ſe détermineroit très facilement, ſi dans le cas de cette expérience l'aiman auſſi bien que l'aiguille avoit été infiniment petit. Alors la diſtance dont il eſt ici queſtion, ſeroit par tout celle de chaque point des courbes du centre C.

§. 14. Mais ce n'eſt pas là le cas où nous nous trouvons. L'aiguille avoit la longueur *p*C*q*, & l'aiman en avoit presque tout autant, & autant de largeur, & la moitié d'épaiſſeur. Ainſi les droites CE, CM &c. ne ſont que la diſtance du pole méridional du centre C.

p. ex.

p. ex. l'aiman, ou pour mieux dire ſon pole méridional étant en E, l'aiguille ſe trouva dans la poſition de la droite DCM, & par-là le pole boréal de l'aiguille étoit beaucoup plus près du pole méridional de l'aiman, que ne l'étoit le pole méridional de l'aiguille du pole boréal de l'aiman. De cette maniere la droite CE repréſente une diſtance, qui par rapport à l'aiguille eſt moyenne, mais à laquelle il faudroit encore ajouter la moitié de la longueur ou de l'axe de l'aiman, pour faire qu'elle fût également moyenne à l'égard de l'aiman.

§. 15. Je n'ai pas cru devoir changer la figure pour cet effet. On voit aiſément que p. ex. la droite CF étant plus longue que la droite CE, la diſtance moyenne doit avoir été plus grande en F qu'elle ne l'a été en E, parce que de part & d'autre ces droites différent des diſtances moyennes de la moitié de la longueur de l'aiman. Si donc il ne s'agit que de ſavoir, que la force de l'aiman a été plus ou moins grande dans un cas que dans un autre, les droites CF, CE &c. ſuffiront telles qu'elles ſont. La force de l'aiman ſera plus petite à meſure que ces droites ſeront plus longues.

§. 16. Il y a encore une autre raiſon, pourquoi je n'inſiſte pas à mieux définir les diſtances. C'eſt que p. ex. la courbe DEGI étant continuée doit enfin tomber ſur le point *m*, qui eſt à l'oppoſite du point initial D. Or il me ſemble qu'elle doit s'approcher du point *m* d'une maniere toute ſemblable à celle dont elle s'éloigne du point D. Car l'aiman ſe trouvant en G dans une direction perpendiculaire à l'aiguille, qui eſt en D*m*, il eſt clair que le pole méridional de l'aiman doit attirer le pole boréal de l'aiguille avec autant de force qu'il en repouſſe le pole auſtral, & que ſi le pole boréal de l'aiman, qui tourne pour ainſi dire le dos à l'aiguille, ne laiſſe pas d'exercer encore quelque pouvoir ſur elle, il repouſſera ſon pole boréal avec autant de force qu'il en attire le pole méridional. De plus, ſi nous prenons de côté & d'autre de la droite CG deux points, p. ex. F, H, qui faſſent des angles FCG, GCH égaux, il eſt clair que l'aiman étant en F, où il attire le pole boréal de l'aiguille avec une force $= p$,

& en repouſſe le pole auſtral avec une force $= q$, on n'aura qu'à placer l'aiman en H, & il employera réciproquement la force p pour repouſſer le pole auſtral, & la force q pour attirer le pole boréal de l'aiguille. Ce qui enfin veut dire, que les diſtances CH, CF, étant égales, la poſition de l'aiguille dans l'un & dans l'autre cas ſera la même, & que réciproquement elle ne pourra être la même à moins que les diſtances CH, CF, ne ſoient égales. Or, les angles FCG, GCH, étant égaux, il s'enſuit que la courbe DG*m* ſe reſſemble à elle-même de côté & d'autre de la droite CG, de ſorte que CG en eſt un axe ou un diametre, qui la partage en deux parties égales & ſemblables.

§. 17. Remarquons cependant, que cette démonſtration préſuppoſe une parfaite reſſemblance & égalité des forces de l'un & de l'autre pole, tant de ceux de l'aiman que de ceux de l'aiguille. Reſſemblance & égalité qu'on ne trouve nulle part dans la nature, qui décline toujours tantôt plus tantôt moins de la rigueur géométrique. La moindre cauſe accidentelle ſuffit pour produire quelque anomalie. Par cette raiſon, je n'étois pas ſurpris de voir, que la courbe DG*m*, telle que l'expérience me la fit tracer, différoit tant ſoit peu de la parfaite reſſemblance qu'elle auroit du avoir de l'un & de l'autre côté de la droite CG. La partie antérieure DG étant à vue d'oeil plus réguliere, je la crois également plus exacte.

§. 18. On voit en général que toutes ces courbes s'éloignent du centre juſqu'aux points δ, G, N, S, X, par leſquels paſſe le diametre dont je viens de parler (§. 16.) & que je nommerai transverſal, parce qu'il paſſe par l'aiguille à angles droits. Or comme il faut une même force pour retenir l'aiguille à une même déclinaiſon de ſon méridien, il ſera facile d'en conclure, que la diſtance de l'aiman devroit, pour une même déclinaiſon, être par tout la même, s'il employoit par tout ſa force abſolue. Mais l'inégalité des diſtances ſaute trop aux yeux, pour ne pas en inférer, qu'il faut néceſſairement avoir égard à l'obliquité d'action. Suppoſons, par exemple, que l'aiman ſe trouve ſucceſſivement dans les points de la courbe D, E, F, G, l'aiguille gardera

dera la poſition D*m*. Nommons pour plus de briéveté les angles DCE, DCF, DCG, angles d'incidence; il eſt viſible, que ces angles croiſſent en même tems que les diſtances CE, CF, CG. Or, comme tandis que ces diſtances croiſſent, la force de l'aiman diminue, il faut que cette diminution ſe compenſe en ce que l'aiman agit moins obliquement en F, G, qu'il n'agit en E.

§. 19. Il ſeroit facile de déterminer comment ſe fait cette compenſation, ſi le rapport entre la diſtance & la force abſolue de l'aiman étoit connue. Car l'effet qui dépend de l'obliquité d'incidence doit être pour la même courbe en raiſon réciproque de cette force, pour que l'effet compoſé qui en réſulte, puiſſe retenir l'aiguille dans la même poſition DC*m*, qui demande une force égale, en quelque point de la courbe DG que l'aiman ſoit placé.

§. 20. Mais ce rapport entre la force de l'aiman & ſa diſtance étant inconnu, il faudra nous y prendre d'une autre façon, pour déterminer l'effet de l'obliquité d'incidence. Pour cet effet, il eſt à propos de remarquer, qu'outre celle que nous venons de rapporter à l'aiman, nous en avons encore une autre, qui ſe rapporte à ce gros aiman qui eſt dans les entrailles de la terre, & qui agit obliquement ſur l'aiguille toutes les fois qu'elle ne ſe trouve pas dans ſon méridien AB. En effet, la figure nous fait voir, que cette ſeconde obliquité doit entrer en ligne de compte. Car, ſuppoſons que l'aiman ſe trouve ſucceſſivement dans les points *δ*, G, N, S, il eſt viſible qu'il ſe trouve plus près du centre C lorſqu'il eſt en S, que lorſqu'il eſt en N, G, *δ*. Par conſéquent ſa force devient plus grande à meſure qu'on le transporte de *δ* en G, N, S. Mais, dans tous ces points, ſon pole méridional ou ſon axe eſt dirigé perpendiculairement ſur l'aiguille, puiſque les angles *α*C*δ*, DCG, KCN, PCS, ſont des angles droits. Comme donc dans tous ces cas l'obliquité d'incidence eſt la même, c'eſt à dire, perpendiculaire, il eſt clair que les forces que l'aiman employe pour retenir l'aiguille dans les poſitions reſpectives *α*C, DC, KC, PC, ne pourroient être inégales, comme elles le ſont, vû l'inégalité des diſ-

tances

tances Cδ, CG, CN, CS, ſi la matiere magnétique n'agiſſoit plus fortement ſur l'aiguille en CP, lorſqu'elle en eſt CK, CD, Cα. Or, la direction moyenne de la force de la matiere magnétique étant BA, il eſt clair qu'elle agit plus obliquement à meſure que l'aiguille ſe tourne de CP vers CA.

§. 21. On voit aiſément que les effets de ces deux obliquités d'incidence doivent ſe contrebalancer, parce que l'aiman éloigne l'aiguille de ſon méridien, tandis que la matiere magnétique la rapproche. Or les points ε, E, M, S, ſont ceux où l'une & l'autre obliquité eſt égale, c'eſt à dire, de 15, 30, 60, 90 dégrés. Donc, l'aiman étant ſucceſſivement placé dans ces points, non ſeulement ſa force rélative, mais auſſi ſa force abſolue, ſera égale à la force rélative & abſolue de la matiere magnétique. De là il ſuit, que les diſtances Cε, CE, CM, CS, doivent être égales. La figure étant conſultée là-deſſus, nous fait voir que ces lignes ne différent presque point entr'elles. Car on trouve Cε = CE, & CM = CS, de ſorte qu'il n'y a que ces deux dernieres lignes qui ſont plus petites que les deux premieres, à peu près de la quantité SO, ce qui fait à peine une ligne.

§. 22. Prenons maintenant deux diſtances égales de l'aiman, telles que ſont p. ex. Cd, CQ, afin d'avoir deux cas où ſa force abſolue eſt la même. Nommons la = m, & par contre M la force abſolue de la matiere magnétique. Conſidérons l'effet qui réſulte de l'obliquité d'incidence comme une fonction de l'angle d'incidence, & nous pourrons la déterminer de la maniere qui ſuit.

§. 23. L'aiman étant en d, ſon angle d'incidence eſt dCD = 15 degrés, & l'angle d'incidence de la matiere magnétique DCA = 30 degrés. Or, l'aiguille étant retenue en équilibre, il faut que M, multipliée par une fonction de l'angle de 30 degrés, faſſe un produit égal à celui de m multipliée par une même fonction de l'angle de 15 degrés. Donc

$$M \cdot f30° = m \cdot f15°,$$

ce qui donne

$$M : m = f15° : f30°.$$

§. 24.

§. 24. Tranſportons maintenant l'aiman dans l'autre point Q; les forces m, M, ſeront les mêmes. Car M eſt conſtante, & la diſtance $CQ = Cd$. Mais dans ce cas les angles d'incidence ſont différens. Celui de l'aiman eſt $QCP = 30$ degrés, & celui de la matiere magnétique $PCA = 90$ degrés. Ce qui donne d'une maniere tout à fait ſemblable

$$M \cdot f90° = m \cdot f30°,$$

d'où l'on tire

$$M : m = f30° : f90°.$$

§. 25. Comparant donc cette analogie avec celle que nous avons tirée du premier cas (§. 23.) & qui eſt

$$M : m = f15° : f30°,$$

nous aurons entre ces quatre fonctions le rapport ſuivant

$$f15° : f30° = f30° : f90°.$$

On voit aiſément que nous n'aurions pu choiſir les points d, Q, plus opportunément, pour qu'une ſeule analogie trahiſſe, pour ainſi dire, la nature des fonctions que nous nous propoſions de chercher. Car on n'a qu'à ouvrir les tables des ſinus pour trouver qu'il eſt

$$\text{ſin } 90° : \text{ſin } 30° = \text{ſin } 30° : \text{ſin } 14\tfrac{1}{2}°,$$

& pour s'aſſurer par-là, que ces fonctions ne ſont autre choſe que les ſinus des angles d'incidence.

§. 26. Les deux points f, $\mathcal{E}$, qui ſont à très peu près également diſtans du centre C, nous confirment la même choſe. Car l'aiman ſe trouvant ſucceſſivement en $\mathcal{E}$ & en f, ſes angles d'incidence ſont $\mathcal{E}C\alpha = 30°$, & $fCD = 75°$, & les angles d'incidence répondans de la matiere magnétique ſont $\alpha CA = 15°$, & $DCA = 30°$. Donc, nommant la force abſolue de l'aiman en $\mathcal{E}$ & f, $= \mu$, nous aurons

$$M \cdot f15° = \mu \cdot f30°,$$
$$M \cdot f30° = \mu \cdot f75°,$$

ce qui donne

$$f15° : f30° = f30° : f75°.$$

Or il eſt

$$\text{ſin } 15° : \text{ſin } 30° = \text{ſin } 30° : \text{ſin } 75°,$$

de ſorte qu'on voit encore par-là, que les fonctions en queſtion ſont des ſinus des angles d'incidence.

§. 27. Faiſons encore $Cg = Cd$, & les deux points d, g, nous prouveront la même vérité. Car la figure nous donnera à très peu près

$$\text{ſin } ACD : \text{ſin } DCd = \text{ſin } AC\alpha : \text{ſin } \alpha Cg,$$

c'eſt à dire

$$fACD : fDCd = fAC\alpha : f\alpha Cg.$$

Mais je ne rapporterai plus d'autres exemples, qui peuvent facilement être pris de la figure, ſi l'on fait abſtraction des points des courbes qui y ſont tracées, où la figure elle-même fait voir quelque légere anomalie, & où les angles ſont trop petits pour pouvoir être meſurés avec tant ſoit peu de préciſion. D'ailleurs, quoique tous ces exemples ne prouvent pas en toute rigueur géométrique, que l'effet de l'obliquité d'incidence eſt proportionnel au ſinus d'incidence, nous pouvons néanmoins établir cette proportion comme telle. Car, à proprement parler, on pouvoit d'abord douter, ſi cette obliquité entre en conſidération, ou non? Et dans le premier cas il reſtoit encore indécis, ſi au lieu du ſinus de l'angle d'incidence il ne falloit prendre le rapport du quarré de ce ſinus, comme on le fait dans la théorie de la percuſſion des fluides? L'un & l'autre de ces doutes diſparoit après les expériences que je viens de rapporter, de façon que nous voyons qu'il faut établir le rapport ſimple & direct des ſinus d'incidence, & que par-là même on ne ſauroit conſidérer l'action de la matiere magnétique ſur le même pied que l'on conſidere la percuſſion des fluides, mais qu'il faut plutôt la traiter ſur le pied d'une ſimple preſſion. Obſervons encore que l'aiguille étant mobile ſur ſon pivot comme ſur un point d'appui, la force magnétique agit ſur elle comme ſur un levier. Et comme

me c'eſt ſur ce pied qu'il faut conſidérer ſon état d'équilibre, on voit que le ſinus de l'obliquité de l'action entre néceſſairement dans le calcul. Ainſi, ſi cette action devoit être traitée ſur le même pied que la percuſſion des fluides, il eſt clair qu'à ce rapport ſimple des ſinus il faudroit encore joindre le quarré des ſinus.

§. 28. Après avoir donc déterminé la premiere & apparemment la plus ſimple des loix magnétiques, qui regarde l'obliquité d'incidence, il ne ſera pas difficile d'en faire uſage dans notre expérience pour évaluer la force de l'aiman rélativement à la diſtance. Pour cet effet nous déſignerons par l'unité la force abſolue de la matiere magnétique, qui eſt la même qu'elle exerce lorſque l'aiguille eſt dans la poſition CP perpendiculaire au méridien magnétique AB. Comme dans toute autre poſition de l'aiguille l'angle d'incidence eſt le même que celui de la déclinaiſon, nous nous ſervirons de ce dernier terme toutes les fois qu'il s'agira de l'obliquité d'incidence de la matiere magnétique, & quand il s'agira de celle de l'aiman, nous en garderons le nom.

§. 29. Suppoſons donc que l'aiman ſe trouve ſur la courbe DEG, l'aiguille ſera dans la poſition CD, déclinant d'un angle de 30 degrés. Or le ſinus de 30 degrés étant $= \frac{1}{2}$, la force oblique de la matiere magnétique ſera également $= \frac{1}{2}$. Et telle doit être auſſi la force oblique de l'aiman, en quelque point de la courbe CG qu'il ſe trouve. Nommons pour une diſtance quelconque ſa force abſolue $= v$, & l'angle d'incidence $= \Phi$, & nous aurons pour chaque point de la courbe CG, l'équation

$$v \cdot \text{ſin } \Phi = \tfrac{1}{2},$$

d'où il ſuit

$$v = \frac{\text{coſec } \Phi}{2}.$$

Et pour un angle de déclinaiſon quelconque ω nous aurons

$$v = \text{ſin } \omega : \text{ſin } \Phi.$$

§. 30. Poſant donc ſucceſſivement $\omega = 15, 30, 60, 90$-120 degrés, & $\varphi = 15, 30, 45, 60, 75, 90$ degrés, cette équation nous fournira la table qui ſuit, & qui exprime les forces u indé, pendamment des diſtances.

φ, ω	15	30	60	90	120
15	1,0000	1,9318	3,3461	3,8637	3,3461
30	0,5176	1,0000	1,7320	2,0000	1,7320
45	0,3660	0,7071	1,2247	1,4142	1,2247
60	0,2988	0,5773	1,0000	1,1547	1,0000
75	0,2679	0,5176	0,8965	1,0353	0,8965
90	0,2588	0,5000	0,8660	1,0000	0,8660

En cherchant dans la figure les angles φ, ω, on voit aiſément que p. ex. la ſeconde colonne offre les forces de l'aiman dans les points d, E, e, F, f, G. &c.

§. 31. Afin donc de comparer ces forces avec les diſtances, il n'y aura qu'à exprimer les diſtances répondantes Cd, CE, Ce, CF &c. en nombres, ce qui ſe fera en les prenant ſur une échelle quelconque, n'y ayant point de meſure abſolue pour cet effet. J'ai choiſi pour l'unité le demi-diametre Cp, comme étant la moitié de la longueur de l'aiguille, & ayant conſtruit une échelle, en centiemes parties de Cp, j'ai trouvé les diſtances répondantes aux forces de la table précédente, comme ſuit

φ, ω	15°	30°	60°	90°	120°
15°	3, 61	2, 71	2, 54	2, 35	2, 34
30	4, 50	3, 62	3, 00	2, 84	2, 84
45	4, 94	4, 17	3, 28	3, 10	3, 12
60	5, 20	4, 33	3, 48	3, 18	3, 33
75	5, 36	4, 48	3, 51	3, 29	3, 44
90	5, 48	4, 61	3, 52	3, 43	3, 53

§. 32.

§. 32. Il convient de renouveller ici le ſouvenir des remarques que nous avons faites ci-deſſus à l'égard des diſtances. Car, ces nombres dénotant les diſtances entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille, il eſt clair que pour avoir les diſtances des deux centres ces nombres doivent être augmentés de la moitié de l'axe de l'aiman, & que par contre il faut les diminuer d'une quantité variable, ſi l'on veut avoir la diſtance du pole méridional de l'aiman & du pole boréal de l'aiguille. Mais, comme en général nous ne ſavons pas encore quelle eſt la diſtance qui ait le rapport le plus ſimple à la force de l'aiman, il conviendra de ne rien changer préalablement aux nombres de cette table, mais de faire plutôt ſur les nombres de la table précédente les calculs & les changemens, qui pourront plus ou moins contribuer à nous faire découvrir le rapport que nous cherchons.

§. 33. C'eſt ainſi p. ex. que nous ſavons en gros, que puiſque les forces diminuent à meſure que la diſtance augmente, nous en pouvons conclure, que les forces doivent être en quelque raiſon réciproque des diſtances. Mais, les diſtances qui pourroient fournir le rapport le moins compliqué n'étant point encore connues, nous ferons mieux de tourner cet énoncé, en diſant que les diſtances doivent être en quelque rapport réciproque des forces.

§. 34. Si donc, par exemple, les forces étoient en raiſon réciproque du quarré de quelque diſtance connoiſſable, il eſt clair que nous parviendrons à connoître cette diſtance en la prenant en raiſon réciproque de la racine quarrée des forces, ou bien en faiſant

$$d \propto 1 : \sqrt{v}.$$

J'ai cru devoir employer cette formule, tant par ſon analogie avec la gravité, que parce qu'on peut généralement préſumer, qu'une force qui répand ſon action par des eſpaces circonſcrits s'affoiblit en raiſon des ſurfaces de ces eſpaces. Prenant donc pour v les nombres de la premiere table, j'en tirai pour $\sqrt{\frac{1}{v}}$ les nombres de la table ſuivante

Φ, ω	15°	30°	60°	90°	120°
15°	1,0000	0,7195	0,5460	0,5087	0,5460
30	1,3900	1,0000	0,7600	0,7071	0,7600
45	1,6530	1,1892	0,9036	0,8409	0,9036
60	1,8291	1,3161	1,0000	0,9306	1,0000
75	1,9320	1,3900	1,0561	0,9828	1,0561
90	1,9657	1,4142	1,0746	1,0000	1,0746

Et ces nombres doivent être en quelque rapport ou raiſon directe des diſtances d.

§. 35. Mais, pour m'aſſurer de la maniere la plus facile ſi, entre ces nombres & ceux de la table précédente, il y a quelque rapport connoiſſable, je regardois les nombres de la troiſieme table comme des abſciſſes, & les nombres répondans de la ſeconde table comme des ordonnées; & ayant conſtruit toutes ces ordonnées, je vis ſans peine qu'elles aboutiſſoient à une ligne droite, qui ne paſſoit pas par le commencement des abſciſſes, ou bien, qu'en nommant les diſtances dans la ſeconde table $= \delta$, & les nombres répondans de la troiſieme table $= w$, il étoit, à très peu près, ou par maniere de terme moyen,

$$\delta - 1,31 = \tfrac{11}{5} \cdot w.$$

On peut s'en convaincre par la table ſuivante, dont la premiere colonne renferme les nombres w, la ſeconde les nombres δ, la troiſieme les mêmes nombres δ calculés par la formule $\delta = 1,31 + \frac{11}{5} \cdot w$, & enfin la quatrieme la différence entre l'obſervation & le calcul.

w	δ	*calc.*	*diff.*	*w*	δ	*calc.*	*diff.*
0,5087	2,35	2,43	— 8	1,0000	3,62	3,51	+11
0,5460	2,34	2,51	—17	1,0000	3,61	3,51	+10
0,5460	2,54	2,51	+ 3	1,0561	3,44	3,63	—19
0,7071	2,84	2,86	— 2	1,0561	3,51	3,63	—12
0,7195	2,71	2,89	—18	1,0746	3,53	3,67	—14
0,7600	2,84	2,98	—14	1,0746	3,52	3,67	—15
0,7600	3,00	2,98	+ 2	1,1892	4,17	3,93	+21
0,8409	3,10	3,16	— 6	1,3161	4,33	4,21	+12
0,9036	3,12	3,30	—18	1,3900	4,48	4,37	+11
0,9036	3,28	3,30	— 2	1,3900	4,50	4,37	+13
0,9306	3,18	3,36	—18	1,4142	4,61	4,42	+19
0,9828	3,29	3,47	—18	1,6530	4,94	4,95	— 1
1,0000	3,33	3,51	—18	1,8291	5,20	5,34	—14
1,0000	3,49	3,51	— 2	1,9320	5,36	5,56	—20
1,0000	3,48	3,51	— 3	1,9657	5,43	5,64	—21

§. 36. Sur cette table je remarque d'abord, que les différences entre le calcul & l'obſervation étant indifféremment, tantôt poſitives, tantôt négatives, elles ne ſauroient dériver de ce que, au lieu de la formule

$$\delta = 1,31 + \tfrac{11}{5} \cdot w,$$

on auroit du en prendre une autre plus compliquée. Car, quelque autre qu'on eût pris, elle auroit donné des différences qui auroient été, ou toutes poſitives, ou toutes négatives, ou enfin les ſignes + & — ſe ſeroient ſuivis dans un certain ordre. Ce qui n'étant pas, il paroit que ces différences doivent être attribuées plutôt à l'obſervation même qu'à la formule. En effet, la moindre irrégularité qui auroit pu ſe trouver dans le magnétiſme de l'aiman ou de l'aiguille, eſt plus que ſuffiſante pour produire ces différences.

§. 37. Mais ce n'eſt pas cependant ce qui me ſatisfait. Car en admettant la formule

δ —

$$\delta - 1{,}31 = \frac{11}{5}w = \frac{11}{5 \cdot \sqrt{v}},$$

il s'enſuit que, pour avoir la diſtance dont le quarré eſt en raiſon réciproque de la force de l'aiman, il faut prendre, non la diſtance entre les centres de l'aiman & de l'aiguille, non plus que celle qui eſt entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille, mais qu'il faut diminuer cette derniere de la quantité 1, 31, qui eſt $= Cr$, & par conſéquent plus grande que la moitié de la longueur de l'aiguille Cp. Or, quoiqu'on puiſſe en tout cas conſidérer cette quantité comme une eſpece de conſtante, qu'il auroit falu ajouter ou retrancher, ſi la formule avoit été tirée de quelque différentielle, je n'ai garde de donner cette formule comme univerſelle, à moins qu'elle ne ſe vérifie, ſoit par quelque autre loi plus ſimple, ſoit par d'autres expériences faites avec des aimans & des aiguilles aimantées de différente grandeur, figure, force &c. Mais voici cependant ce que je puis dire à l'égard de l'expérience que je viens d'analyſer, & d'où la formule a été tirée.

§. 38. La raiſon pourquoi en décrivant (§. 10.) le cercle APB tant ſoit peu plus grand que ne l'auroit été le cercle pq, dont le diametre eſt égal à la longueur de l'aiguille, cette raiſon, dis-je, eſt, que CA étoit la moindre diſtance que je pouvois donner à l'aiman, à moins que l'aiguille n'en fût attirée de façon à s'y attacher. Auſſi voit-on dans la figure, que l'aiman étant p. ex. placé en D, l'aiguille vient ſe placer ſur la même ligne CD, quoique, ſollicitée par la matiere magnétique à retourner vers ſon méridien AC, elle auroit du s'arrêter à une déclinaiſon moindre que l'angle ACD. Or, cela n'arrivant pas, on voit que l'aiman étant en D, l'angle de déclinaiſon eſt $=$ DCA, celui de l'obliquité d'incidence $= o$, ou du moins d'une grandeur imperceptible, ce qui en conſéquence du §. 23. & ſuiv. donne pour ce cas

$$M : m = \text{ſin } o : \text{ſin } 30°,$$

& partant

$$M : m = 1 : \infty,$$

c'eſt

c'eſt à dire la force de l'aiman en D eſt incomparablement plus grande que celle de la matiere magnétique, quoique l'aiman ſoit encore éloigné du pole de l'aiguille de la diſtance $Dt = Ap$.

§. 39. De là il faudra conclure, que ce qu'on peut nommer le *centre d'attraction* de l'aiman, ſe trouve hors de l'aiman, à quelque diſtance de ſon pole. Comme il en eſt de même de l'aiguille aimantée, il s'enſuit que le centre commun d'attraction doit ſe trouver quelque part dans l'intervalle Ap, ou Dt, d'autant plus près de l'aiguille que ſa force eſt moindre que celle de l'aiman. Peut-être ne me tromperai-je pas en diſant que dans notre expérience c'eſt le point r, ou que ce centre commun n'en eſt gueres éloigné. Car l'aiman que j'ai employé étoit petit & non armé, il avoit très peu de force, & l'aiguille attiroit d'avantage. Mais quoiqu'il en ſoit, la formule que nous avons trouvée indépendamment de ce phénomene, y ſatisfait pleinement. Car ſuppoſons que l'aiman ou ſon pole méridional ſe trouve ſur le cercle r, p. ex. en s, alors ſa diſtance du centre δ étant $= 1,31$, nous aurons

$$1,31 - 1,31 = \frac{11}{5}w = \frac{11}{5\sqrt{v}} = 0$$

$$v = \infty,$$

ou réciproquement, en ſuppoſant $v = \infty$, on trouve $\delta = 1,2\dot{3}$, ce qui donne par tout l'angle d'incidence $\Phi = 0$, & marque que le commencement des courbes tombe partout ſur le cercle rs, tout comme la figure, c'eſt à dire l'expérience, le fait voir.

§. 40. Mais comme la formule

$$\delta - 1,31 = \frac{11}{5\sqrt{v}},$$

jointe à celle que nous avons trouvée ci-deſſus pour les angles, & qui eſt (§. 29.)

$$v = \text{ſin } \omega : \text{ſin } \Phi,$$

nous met en état de déterminer l'équation générale pour les courbes $\alpha\zeta$, DE, KL &c., nous allons le faire. Pour cet effet il n'y aura qu'à ſubſtituer dans la premiere de ces formules la valeur de la force v, que donne la ſeconde, & nous aurons

$$\delta - 1{,}31 = \frac{11\sqrt{\sin \phi}}{5\sqrt{\sin \omega}}.$$

Or pour une même courbe, l'angle de déclinaiſon ω étant conſtant, la diſtance δ ſe trouve moyennant la racine quarrée du ſinus de l'angle ϕ. Ce qui fait voir, que p. ex. la courbe DGm, commence au point s, qu'elle finit au point n, & que ſon axe eſt CG perpendiculaire ſur l'axe initial sn. Et toutes ces conſéquences ſont très conformes tant à l'expérience qu'à ce que nous avons déduit ci-deſſus (§. 16. 17.) de la nature de la choſe. Enfin je dois encore remarquer, qu'ayant changé cette expérience de façon, qu'en tournant le papier & l'aiman en ſorte que le point A regardât le midi & B le nord du méridien magnétique, & que le pole boréal de l'aiman fût dirigé vers le centre C, je trouvai qu'il falloit placer ce pole ſur les mêmes courbes pour fixer l'aiguille à la déclinaiſon répondante à chaque courbe, & les anomalies ou les différences que j'obſervai en quelques endroits, ſont trop petites & trop irrégulieres pour ne pas devoir être attribuées à quelque inégalité du magnétiſme de l'aiman ou de l'aiguille.

Exp. II. §. 41. Mais, afin de m'aſſurer de l'univerſalité de la formule que cette expérience me fit trouver, pour déterminer le rapport entre la diſtance & les angles d'incidence & de déclinaiſon, je répétai cette expérience en y employant un autre aiman & une autre aiguille aimantée. L'aiman étoit artificiel, c'eſt à dire, une petite barre d'acier de 5 pouces 7 lignes de longueur ſur 6 lignes de largeur & 1 ligne d'épaiſſeur, meſure de Paris. Il portoit ſans être armé au delà de deux onces de fer non aimanté. L'aiguille avoit 44 lignes de longueur. Elle étoit très peu aimantée, ne portant qu'à peine une groſſe aiguille à coudre. Ayant donc pris un angle de 40 degrés pour celui de la déclinaiſon que je voulus donner à l'aiguille en tournant le pole méridio-

nal

nal de l'aiman vers ſon centre, je cherchai à quelle diſtance il falloit placer l'aiman, pour fixer l'aiguille à cette déclinaiſon. Et ayant choiſi pour cet effet les angles d'incidence de 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 degrés, je trouvai les diſtances entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille de $57\frac{1}{2}$, 69, $78\frac{1}{2}$, 85, 90, 94, 97, 98, 98 lignes. Ces diſtances & ces angles étant conſtruits, me donnerent une courbe tout à fait ſemblable à celles de la premiere figure, ce qui me fit voir que je ne perdrois pas mon tems, en y accommodant la formule qui en général eſt

$$\delta = a + \frac{m \cdot V \text{ ſin } \Phi}{V \text{ ſin } \omega}.$$

Afin donc de déterminer les conſtantes a, m, je choiſis les angles $\Phi = 90°$ & $= 30°$, auxquels répondent les diſtances $\delta = 78\frac{1}{2}$ & $= 98$. Ces valeurs étant ſubſtituées, & prenant $\omega = 40$ degrés, on a les deux équations ſuivantes

$$78\tfrac{1}{2} = a + m \cdot V\tfrac{1}{2} : V \text{ ſin } 40°$$
$$98 = a + m : V \text{ ſin } 40°,$$

leſquelles étant réſolues donnent $a = 31$, & $m = 53,8$, & partant

$$\delta = 31 + \frac{53,8 \cdot V \text{ ſin } \Phi}{V \text{ ſin } \omega}.$$

Cette formule étant appliquée au cas préſent, en faiſant $\omega = 40°$, ſe change en

$$\delta = 31 + 67 \cdot V \text{ ſin } \Phi.$$

Or, en ſubſtituant pour l'angle d'incidence ſes valeurs $\Phi = 10$, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, on obtient pour les diſtances δ les valeurs 58,9; 70,2; 78,4; 84,8; 89,6; 93,4; 95,9; 97,5; 98,0, qui ne différent qu'en des parties décimales de celles que donne l'expérience. Je vis donc par-là, que ce n'eſt pas par quelque cauſe accidentelle que la formule

$$\delta = a + \frac{m\sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

s'accordoit en tout avec la premiere expérience, puiſqu'elle s'accorde également, & même encore plus exactement, avec l'expérience préſente, totalement différente de la premiere. Il eſt remarquable qu'encore ici la diſtance conſtante 31 excede la moitié de la longueur de l'aiguille, & que par conſéquent ce qu'on peut nommer le centre d'attraction de l'aiman ſe trouve hors de lui, à quelque diſtance de ſon pole.

§. 42. Si dans cette ſeconde expérience, au lieu de meſurer les diſtances par des lignes du pied de Paris, nous les exprimons par des unités égales à la moitié de la longueur de l'aiguille, comme nous l'avons fait dans la premiere expérience, il faudra pour cet effet diviſer la formule trouvée

$$\delta = 31 + \frac{5,38 \cdot \sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

par 22 lignes, comme étant la moitié de la longueur de l'aiguille, & par-là nous aurons

$$\delta = 1,41 + \frac{12,2}{5} \cdot \frac{\sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}}.$$

Cette formule ayant donc une unité ſemblable à celle que nous avons tirée ci-deſſus de la premiere expérience, & qui eſt (§. 39.)

$$\delta = 1,31 + \frac{11}{5} \cdot \frac{\sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

nous nous voyons par-là mis en état de les comparer enſemble. Ce qui dans cette comparaiſon doit d'abord frapper, c'eſt le peu de différence qui ſe trouve entre les coëfficiens numériques, qui ne revient qu'à environ une douzieme partie, & qui par-là même peut nous faire douter ſi elle ne doit pas être répurée nulle. En effet, pour peu qu'on réfléchiſſe ſur la diſproportion qu'il y a entre un aiman d'environ 10 lignes de longueur & de largeur & de 6 lignes d'épaiſſeur, foible

foible à ne porter qu'à peine une aiguille à coudre, & un aiman de 6 lignes de largeur, de $5\frac{1}{2}$ pouces de longueur, d'une ligne d'épaiſſeur, fort à porter au delà de deux onces, on devroit s'attendre à de tout autres différences que ne l'eſt une douzieme partie. La différence des aiguilles employées dans ces deux expériences pourroit peut-être compenſer la diſproportion entre les aimans. Celle qui étoit entre la longueur des aiguilles n'alloit pas tout à fait au quadruple, & la petite avoit tant ſoit peu plus de force que la grande. Quoiqu'il en ſoit, il faut qu'il y ait quelque compenſation. Car, ſi dans la formule

$$\delta = a + m \cdot \frac{V \text{ ſin } \Phi}{V \text{ ſin } \omega},$$

les conſtantes a, m, avoient dans tous les cas un même rapport à la longueur de l'aiguille, cette formule ne dépendroit en aucune maniere de la force, ni de la grandeur, ni de la figure de l'aiman. Conſéquence, qu'on ne ſauroit admettre, vu l'équilibre qu'il doit y avoir entre la force de l'aiman & celle de la matiere magnétique, pour que l'aiguille s'arrête à une déclinaiſon donnée de ſon méridien.

§. 43. Je répétai néanmoins l'expérience, en gardant le même aiman dont je m'étois ſervi dans la ſeconde expérience, mais en ſubſtituant à l'aiguille une autre ſix fois plus legere, & dont la longueur n'étoit que de 26 lignes. J'en approchai l'aiman pour lui faire avoir une déclinaiſon de 40 degrés, comme dans la ſeconde expérience; mais je fus ſurpris de nouveau, en voyant que les diſtances répondantes aux angles d'incidence $\Phi = 10, 20, 30 \cdots 90$ degrés, étoient à une demi-ligne près les mêmes que celles que j'avois trouvées dans la ſeconde expérience, quoique faite avec une aiguille & plus groſſe & plus longue. Ainſi, en meſurant les diſtances par lignes du pied de Paris, la même formule Exp. III.

$$\delta = 31 + \frac{5,38 \cdot V \text{ ſin } \Phi}{V \text{ ſin } \omega},$$

donne dans l'une & l'autre de ces deux expériences à une demi-ligne

près les courbes qu'on peut faire parcourir à l'aiman, ſans que la déclinaiſon répondante de l'aiguille varie.

§. 44. Ce nouveau phénomene paroit être ſuſceptible de démonſtration. Je la déduirai de l'équilibre qu'il y a entre la force de l'aiman & celle de la matiere magnétique. La premiere dépend de la diſtance δ, la ſeconde peut être regardée comme conſtante. Mais, entant que l'une & l'autre agit ſur l'aiguille, elles dépendent en partie des angles d'incidence ϕ, ω, en partie de la longueur & de la force magnétique de l'aiguille. Or cette longueur & cette force magnétique pour une même aiguille eſt la même tant à l'égard de l'aiman qu'à l'égard de la matiere magnétique, c'eſt à dire que l'un & l'autre agit plus fortement à meſure que l'aiguille eſt plus longue & qu'elle a plus de force magnétique. Ainſi ces deux circonſtances, quoiqu'on les change, n'influent point ſur l'état d'équilibre. Il n'y a donc que les angles ω, ϕ, qui y influent, & on aura ces angles les mêmes, dès qu'un même aiman a une même poſition à l'égard du centre des aiguilles qu'on employe. Diſons cependant que ce raiſonnement ſera plus juſte à meſure que les aiguilles auront moins de longueur. Cette reſtriction ſe rend néceſſaire, en ce que ſans cela il ſeroit facile d'imaginer une aiguille, qui s'étendroit juſques ſur l'aiman, & qui par conſéquent s'y attacheroit. Il eſt clair que, dans ce cas, il faudroit éloigner l'aiman & lui faire parcourir par-là même des lignes courbes d'une plus grande circonférence
Exp. IV. & étendue. J'ai répété cependant l'expérience en employant le même aiman, mais en ſubſtituant une aiguille dont la longueur étoit de 30 lignes, & j'ai obtenu la même formule

$$\delta = 31''' + \frac{5,83 \cdot \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

en ce que j'ai vu, qu'il falloit placer l'aiman aux mêmes endroits pour faire en ſorte que l'aiguille déclinât conſtamment de 40 degrés de ſon méridien.

§. 45. Quoique donc la formule

$$\delta = a + m \cdot \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

ſe

ſe trouve confirmée par toutes ces expériences, il ne faudra pas cependant diſconvenir, qu'avec tout cela elle pourroit n'être vraie qu'à très peu près. Car la remarque que je viens de faire ſur les différences qui peuvent naître des différentes longueurs de l'aiguille, ſe vérifiera encore par d'autres conſidérations. Examinons-la pour cet effet avec un peu plus d'attention. Il eſt ſûr d'abord que l'aiguille pouvant être conſidérée comme infiniment petite, en comparaiſon du gros aiman que nous pouvons concevoir être dans l'intérieur de la terre, l'angle ω ſera le même pour toute la longueur de l'aiguille. Ainſi le ſinus de cet angle, dont la racine quarrée entre dans notre formule, reſtant invariable pour une même déclinaiſon, la formule n'en ſouffre point d'altération. Par contre, il en eſt tout autrement de l'angle Φ, qui eſt entre l'axe de l'aiman & celui de l'aiguille, & que nous avons nommé ci-deſſus l'angle de l'obliquité d'incidence de l'aiman. Cette dénomination ſeroit univerſellement vraie & exacte, ſi la force de l'aiman agiſſoit ſur chaque point de l'aiguille dans une direction parallele à cet axe de l'aiman. Mais un ſemblable paralléliſme eſt fort peu vraiſemblable, & nombre d'autres obſervations ſemblent inſinuer tout le contraire. On ne pourra donc regarder l'angle Φ tout au plus que comme une eſpece d'angle d'incidence moyenne d'entre une infinité d'autres plus & moins obliques. Et par-là la formule

$$\delta = \alpha + m \cdot \frac{V \text{ ſin } \Phi}{V \text{ ſin } \omega},$$

doit être regardée comme une intégrale, peut-être fort ſimplifiée par pluſieurs réductions que pourra admettre celle qu'on trouve immédiatement par l'intégration. Il y a apparence que cette formule n'eſt que la différence de deux, ou même de quatre autres, que l'intégration fournit, tant pour l'attraction des poles amis, que pour la répulſion des poles ennemis. En général, il n'y a qu'un cas où l'angle Φ eſt celui de l'incidence moyenne, c'eſt lorſqu'il eſt droit. Car, dans ce cas, toutes les actions différentielles ſont abſolument les mêmes de l'un & de l'autre côté du centre de l'axe de l'aiman. A' chaque action oblique d'un côté il en répond une egale de l'autre côté de cet axe, & l'une & l'au-

l'autre ſe décompoſent également en deux, dont l'une eſt parallele & l'autre perpendiculaire à l'axe de l'aiguille. Mais, dans tout autre cas où l'angle Φ eſt entre 0 & 90 degrés, on ne ſauroit ſoutenir que l'angle Φ ſoit exactement celui de l'incidence moyenne, à moins que la nature du magnétiſme ne ſoit telle qu'elle vérifie la formule

$$\delta = \alpha + \frac{m \cdot V \sin \Phi}{V \sin \omega},$$

à l'aide de quelques circonſtances, qui ſoient particulieres, ſoit à la nature de l'aiman, ſoit au cas des expériences dont cette formule a été déduite comme leur étant conforme, du moins à quelque minutie près.

§. 46. Mais, en ſuppoſant encore que cette formule ſoit tout à fait exacte, on ne gagne pas beaucoup en la conſidérant comme une intégrale. On ne ſauroit la différentier, puiſque les variables dont il faudroit prendre les différences, ne s'y trouvent point. Car ces variables ſont une ligne droite tirée d'un point quelconque de l'aiguille à un point quelconque de l'aiman, les angles que forme cette droite tant avec l'axe de l'aiman qu'avec celui de l'aiguille, & enfin les forces des deux points auxquels cette droite aboutit tant ſur l'aiguille que ſur l'aiman. En conſidérant ces variables, on regarde la poſition de l'aiman & de l'aiguille comme donnée, & partant les quantités δ, Φ, ω, comme conſtantes. Ainſi, ſi la formule

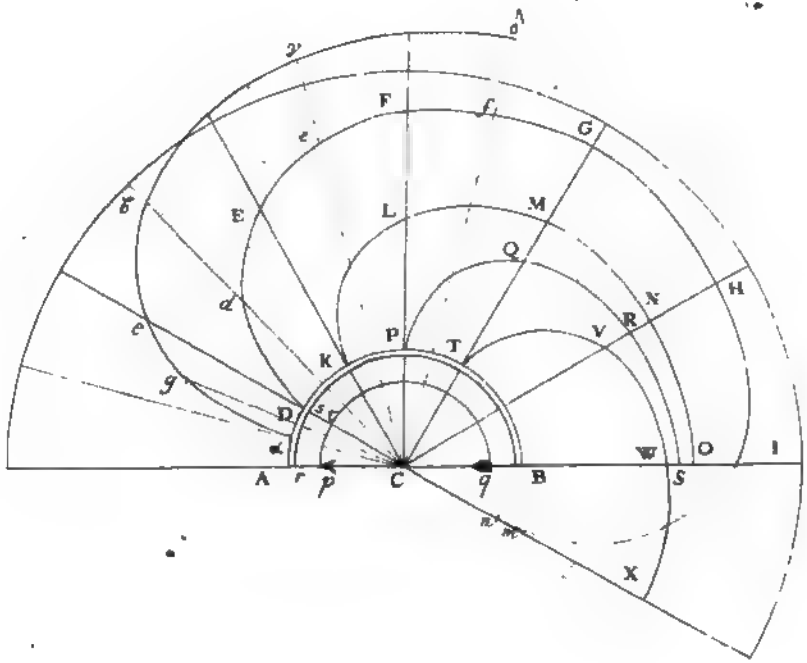
$$\delta = \alpha + m \cdot \frac{V \sin \Phi}{V \sin \omega},$$

étoit exacte en toute rigueur, il faudroit, entre les variables que nous venons de nommer, trouver une équation différentielle, telle qu'en exprimant ſon intégrale par δ, Φ, ω & des coëfficiens conſtans, elle donnât la formule

$$\delta = \alpha + m \cdot \frac{V \sin \Phi}{V \sin \omega}.$$

On voit bien qu'il eſt inutile d'éprouver la ſolution de ce probleme, à moins qu'on ne ſoit aſſuré de l'abſolue exactitude de cette formule. Car, pour cet effet, il ne ſuffit pas qu'elle ne differe de la vérité qu'à quelque minutie près.

SUR


a
b
c
d
e
f
g
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
V
W
X
r
p
q
s
t
m
n

SUR LA COURBURE DU COURANT MAGNÉTIQUE.

PAR M. LAMBERT.

§. 1.

Les expériences ſur l'aiman, dont j'ai rendu compte à l'Académie dans le Mémoire précédent, avoient pour objet deux loix de la force magnétique, dont l'une regarde l'altération de cette force qui dérive de l'obliquité d'incidence, & l'autre celle qui dérive des différentes diſtances. Pour déterminer ces loix, il falloit arranger les expériences en ſorte, qu'il y eût un équilibre entre trois forces magnétiques, celle de la bouſſole, celle du gros aiman qu'on ſuppoſe être dans l'intérieur de la terre, & celle d'un aiman qu'on préſente à l'aiguille dans une ſituation telle, que ſon axe ſoit dirigé vers le milieu de l'aiguille, & qu'il la faſſe décliner de ſon méridien magnétique d'un nombre de degrés donné. Cette derniere condition devenoit néceſſaire, pour qu'on en pût d'autant plus aiſément comparer entr'elles les différentes forces, qui ſe modifioient ſuivant le plus ou moins d'obliquité d'incidence & ſuivant le plus ou moins de diſtance. Au contraire, la premiere condition n'étoit point abſolument néceſſaire. Il auroit été également praticable de donner à l'aiman une poſition oblique quelconque, de ſorte que ſon axe eût fait un angle quelconque donné avec la droite tirée du centre de l'aiman au centre de l'aiguille. La ſeule reſtriction qu'il y auroit eu, eût été de garder conſtamment le même angle, en changeant les diſtances & les poſitions des centres. Par-là on auroit également été en état de comparer enſemble les for-

ces abſolues de l'aiman avec les diſtances des centres & les obliquités d'incidence. Quoique je ne doute pas, qu'en changeant ces expériences ſur le pied que je viens de dire, il ne s'y offre de nouveaux phénomenes, je me bornerai à en faire mention, & je les abandonnerai à quiconque voudra y mettre le tems pour les faire.

§. 2. La matiere de l'aiman nous offre encore beaucoup d'autres nouvelles carrieres; je me propoſe dans ce Mémoire d'en ouvrir une, qui pourra ſervir à répandre du jour ſur la Théorie que Mr. *Halley* avoit commencé à donner des différentes déclinaiſons de la bouſſole, & ſur laquelle Mr. *Euler* le fils a fait de très belles recherches dans le Mémoire qu'il lut à l'Académie en 1757. Dans cette Théorie on ſuppoſe, qu'il ſe trouve dans les entrailles de la terre un ou pluſieurs gros aimans, qui agiſſant ſur la bouſſole, lui donnent presque partout une déclinaiſon & une inclinaiſon différentes. Ceux qui attribuent cet effet à la circulation d'un fluide magnétique, ne héſitent point à dire, que l'axe d'une aiguille ſuſpendue librement ſe met partout dans la direction du mouvement de ce fluide, de ſorte qu'il ne s'agit que de connoître la nature des lignes courbes que ce fluide parcourt, pour être en état de calculer la poſition des aiguilles aimantées pour chaque endroit, moyennant quelques déclinaiſons & inclinaiſons données. Car il eſt clair, que partout l'axe d'une aiguille ſuſpendue librement ſera la tangente d'une de ces courbes. Or, quand même on n'admettroit pas un ſemblable fluide magnétique, qui par ſa circulation entraine, pour ainſi dire, l'axe d'une aiguille aimantée le long de ſon courant, on pourra néanmoins admettre de ſemblables courbes. Car, outre qu'il ne ſe fait point de ſaut dans la nature, les obſervations faites en différens endroits font voir, que les poſitions de l'aiguille aimantée varient d'un endroit à l'autre d'une façon aſſez uniforme, & ſuivant ce que demandent les loix de la continuité. De la ſorte, en regardant l'axe de ces aiguilles comme des tangentes d'une courbe, le probleme de déterminer la nature de cette courbe aura toujours lieu. On prévoit auſſi, qu'on en trouvera une infinité, & ne fût-ce que par analogie,

on

on pourra, ſans bleſſer le génie de la langue, les nommer *courbes du courant magnétique.* Car, s'il y a un ſemblable courant, la dénomination ſera juſte au pied de la lettre, & s'il n'y en a point, la nature algébrique de ces courbes n'en ſoufre aucun changement.

§. 3. Je pourrois ajouter: *in verbis ſimus faciles.* En effet ce n'eſt pas le nom qui fait ici la difficulté. Quelque nom qu'on donne à ces courbes, il ne nous en fait pas connoître la nature & l'équation. Pour la déterminer *a priori*, il faudroit connoître les loix du magnétiſme, & la grandeur, la figure, la poſition & les forces de ce gros aiman qui ſe trouve dans l'intérieur de la terre, & qui par ſon action détermine partout la poſition des aiguilles aimantées. Mais toutes ces loix & ces données doivent encore être trouvées. Il y auroit moyen d'y réuſſir, quoiqu'avec beaucoup de peine, ſi nous avions un nombre ſuffiſant d'obſervations, faites en même tems, mais en pluſieurs endroits de la ſurface de la terre, ſur la déclinaiſon & l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée. Nous n'en avons que très peu ſur l'inclinaiſon, & presque toutes celles que nous avons ſur la déclinaiſon de la bouſſole ſont, ou peu exactes, ou faites en différens tems. Il ſeroit bon qu'on en fît en 1769 partout où l'on obſerve le paſſage de Vénus.

§. 4. Quant aux loix du magnétiſme, on penſera facilement, qu'il y auroit peut-être moyen de les découvrir par des expériences plus aiſées à faire. A ce gros aiman, dont on ne connoit que tout au plus l'exiſtence, on pourroit ſubſtituer un petit aiman, d'une grandeur, figure & force données, ou du moins plus faciles à connoître. On lui préſenteroit une aiguille aimantée en différentes poſitions, & on trouveroit ſans peine de quelle maniere elle ſe place dans la poſition tangentielle des courbes du courant magnétique, qui circule autour de cet aiman. Ce ſeroit là ſans contredit imiter en petit ce qui ſur la terre ſe fait en grand. Et ſi dans la terre il y avoit plus d'un de ces gros aimans, rien de plus facile que d'imiter la nature encore en cela, en multipliant le nombre des aimans qu'on employe, & en les variant autant qu'on le jugera néceſſaire.

§. 5. Une ſeule difficulté dérange ce projet. Il faudroit durant ces expériences pouvoir anéantir ces gros aimans qui ſe trouvent dans la terre, & dont l'action ſur l'aiguille la déplace & lui donne une toute autre poſition que celle qu'on vouloit trouver, & qui ne devoit dépendre que de l'action de l'aiman qu'on employe dans l'expérience. Or nous ne pouvons rien anéantir, & juſques-là cette difficulté eſt inſurmontable. Ce n'eſt pas cependant ce qui m'empêche de pourſuivre le projet en queſtion, qui réuſſira malgré tout cela. Car, au lieu d'annuiler l'action de ces gros aimans, il s'agira plutôt d'arranger l'expérience en ſorte que cette action puiſſe être regardée comme nulle. La théorie du ſinus d'incidence, établie dans le Mémoire précédent, nous met en état d'obtenir ce but, & nous verrons que pour cet effet il ne faudra que changer l'expérience en ſorte, qu'au lieu de préſenter l'aiguille à l'aiman, l'on préſente l'aiman à l'aiguille de façon qu'on lui donne une poſition telle que par ſon action il ne détourne point du tout l'aiguille de ſon méridien magnétique. De cette façon le gros aiman dans la terre agira ſur l'aiguille, tout comme ſi l'on ne lui avoit préſenté aucun aiman, & l'aiman qu'on lui a préſenté agira ſur l'aiguille, tout comme s'il n'y avoit point de gros aiman dans l'intérieur de la terre. L'aiguille ſe trouvera par-là dans un double équilibre, dont chacun exiſte indépendamment de l'autre. Cet énoncé ſe prouve, comme je viens de le dire, par la théorie du ſinus d'incidence, établie dans mon précédent Mémoire. Car tournons l'aiguille d'une bouſſole de ſorte qu'elle décline d'autant de degrés que l'on voudra de ſon méridien. Il eſt clair qu'elle s'en rapprochera d'elle-même auſſitôt qu'on relâchera, avec une viteſſe accélérée, & qu'après pluſieurs oſcillations elle s'y remettra en repos. La force qui lui fait faire ces oſcillations, c'eſt la force magnétique qui agit dans la direction du méridien magnétique, & qui eſt toujours proportionelle au ſinus de déclinaiſon, comme je l'ai fait voir dans le Mémoire précédent. Il ſuit de là que cette force eſt nulle, auſſitôt que l'aiguille ſe trouve dans ſon méridien, puiſqu'alors le ſinus de déclinaiſon eſt égal à zéro. Je dis le *ſinus de déclinaiſon*, qui eſt différent du ſinus d'incidence dans tous les endroits où l'inclinaiſon de l'aiguille

guille n'eſt pas horizontale. Du reſte, cette différence n'entre point ici en ligne de compte, parce que l'aiguille de déclinaiſon ne ſe mouvant qu'horizontalement, la force magnétique ſe décompoſe aiſément en deux autres, dont l'une qui eſt verticale, eſt contrebalancée par le poids qu'on donne à l'aiguille, de ſorte qu'il ne reſte que l'horizontale qui entre en conſidération, & qui devient nulle auſſitôt que l'aiguille ſe trouve dans ſon méridien.

§. 6. J'ai préſuppoſé encore qu'il eſt poſſible d'approcher de cette aiguille un aiman de façon qu'elle reſte dans ſa poſition naturelle, je veux dire dans ſon méridien magnétique. Il ne ſera pas difficile de s'en convaincre. Car d'abord, il eſt clair que cela arrivera lorsqu'on place l'aiman dans le méridien de l'aiguille de façon que l'axe de l'aiman & celui de l'aiguille ſe trouvent en ligne droite, & que les poles amis ſoient tournés l'un vers l'autre, quelle que ſoit la diſtance qu'on leur donne. Enſuite il eſt également clair, qu'on obtiendra le même but, en plaçant l'aiman à 90 degrés du méridien de l'aiguille de façon que l'axe de l'aiman ſoit parallele à celui de l'aiguille, quelle que ſoit la diſtance à laquelle l'aiman eſt placé. Mais, dans ce cas, la force magnétique des poles doit être égale, ſans quoi il faudra rapprocher davantage celui qui eſt plus foible, ou éloigner celui dont la force eſt plus grande, & par-là les deux axes ne ſeront plus paralleles. Enfin, dans toute autre ſituation intermédiaire, on obtiendra le même but en donnant à l'axe de l'aiman une poſition plus ou moins oblique. Car, puiſque chaque pole attire & repouſſe avec une force modifiée, tant par la diſtance que par l'angle d'incidence, il eſt clair qu'on pourra toujours tourner l'aiman ſur ſon centre de façon que ces quatre forces ſe contrebalancent, & que par-là l'aiguille reſte dans ſon méridien, tout comme ſi l'on n'en avoit point approché l'aiman.

§. 7. Je reviens donc à dire, qu'en faiſant l'expérience de cette maniere, ce n'eſt pas à l'aiman qu'on préſente l'aiguille, mais que c'eſt à l'aiguille qu'on préſente l'aiman. Je ne me ſers pas de cette expreſſion comme d'un jeu de mots. Car, quoique l'effet ſoit le même,

je regarde la force de l'aiman & ſa maſſe comme plus grande que celle de l'aiguille, & de plus je regarde l'aiguille comme entrainée dans le courant du fluide magnétique qui circule autour de l'aiman. C'eſt ce qui fait que, tandis que dans l'expérience on change ſucceſſivement la poſition de l'aiman, dans la figure qu'on en conſtruira enſuite, il faut tout au contraire donner à l'aiman une poſition fixe, & varier celle de l'aiguille, en gardant les diſtances & les angles que l'expérience avoit fournis. Ces diſtances & ces angles ſe déterminent le plus aiſément de la maniere ſuivante.

§. 8. Je regarde les deux poles de l'aiman comme deux points, qu'on trouve aſſez exactement moyennant de la limaille de fer, qui s'attache le plus aux poles. La ligne droite qui paſſe par les deux poles, c'eſt ce que j'appelle l'axe de l'aiman. Le point du milieu ſera ſon centre. Il en eſt de même à l'égard de l'aiguille, qui pour être bien faite doit tourner ſur ſon centre, & non pas ſur quelque autre point de ſon axe. La diſtance du centre de l'aiman de celui de l'aiguille, c'eſt la longueur de la ligne droite qui joint ces deux centres; & je l'appellerai ſimplement la diſtance, ou bien auſſi la diſtance des centres. Cette ligne formant un angle avec l'axe de l'aiguille, ou, ce qui revient ici au même, avec le méridien magnétique de l'aiguille, elle en formera un autre avec l'axe de l'aiman. Voilà donc la diſtance & les deux angles qu'il faudra déterminer, afin de pouvoir enſuite voir de quelle maniere ils dépendent l'un de l'autre & de la diſtance. Voici maintenant l'expérience telle que je l'ai faite.

§. 9. L'aiman étoit artificiel, & le même dont je me ſuis ſervi dans les dernieres expériences de mon premier Mémoire; une petite barre d'acier aimanté, longue de 67 lignes, large de 6 lignes, & d'une ligne d'épaiſſeur, meſure de Paris. Cet aiman portoit ſans être armé au delà de deux onces de fer non aimanté. L'aiguille avoit 30 lignes de longueur. Elle étoit très peu aimantée, ne portant qu'à peine une groſſe aiguille à coudre. Afin de meſurer les angles le plus commodément, je traçai ſur une table de bois un cercle, que je divi-

diviſai de 10 en 10 degrés, en les comptant du Nord du méridien magnétique vers l'Eſt. J'enfonçai au centre de ce cercle une aiguille fort pointue, qui ſervoit de pivot à l'aiguille aimantée. Enſuite, ayant affermi à une regle longue d'environ deux pieds un demi-cercle, dont le diametre ſurpaſſoit tant ſoit peu la longueur de l'aiman, j'accommodai toute cette machine en ſorte que l'aiman pouvoit être tourné ſur le centre de ce demi-cercle, & que ce demi-cercle avec la regle pouvoit être tourné autour du pivot de l'aiguille à telle diſtance que je ſouhaitois. Soit dans la premiere figure l'aiguille aimantée DE dans ſon méridien, la droite *i*B repréſentera la regle, *ikh* le demi-cercle, & NCS l'aiman. Ayant donc pris CB d'un certain nombre de pouces, je tournai la regle *i*B juſqu'à ce que l'angle *i*BD fût de 10, 20, 30 - - - 90 degrés. Enſuite, la laiſſant dans cette poſition, je tournai l'aiman ſur ſon centre C de *h* vers S juſqu'à ce que l'aiguille DE ſe trouva remiſe dans ſon méridien. Ce qui étant fait, je comptai les degrés de *h* en S marqués ſur le demi-cercle *ikh*, afin d'avoir l'angle S*C*h ou SCB, qu'il s'agiſſoit de trouver. Les diſtances CB furent de $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, 7, 9 & 12 pouces, meſure de Paris. Pour chaque diſtance je pris les angles CBF ou CBQ de 10, 20, 30 - - - 90 degrés, & pour chacun de ces angles les angles SCB répondans, que me donna l'expérience, tels que la table ſuivante les fait voir d'un coup d'oeil. Fig. 1

Diſtan-

Diſtances	3½	4	4½	5	7	9	12 p.
10		8½	10	12½	18	19½	20½
20		15	20½	24	32	34½	35
30		30	36½	41	47½	48½	50
40	52	52½	55	56	59	60½	60
50	69½	69½	69½	67	67½	67½	69
60	80	79	78	75	74	74½	75½
70	86	85	83½	80	79	79½	80½
80	90	88	89	84	84	85½	86
90	92½	92	92	89	89	90	90

Angles CBQ degrés

Angles SCB en degrés.

Dans cette table il ne ſe trouve point d'angle SCB répondant aux angles CBQ de 10, 20, 30 degrés & à la diſtance de 3½ pouces, parce que dans ces trois cas l'aiguille ſe trouvoit trop près de l'aiman & le touchoit. Enſuite, par la raiſon que j'ai déjà alléguée ci-deſſus, les angles SCB répondans aux angles CBQ de 90 degrés, ſeroient également de 90 degrés, ſi les poles de l'aiman, de même que ceux de l'aiguille, avoient eu une force exactement égale. On voit par cette table, qu'il y avoit une petite différence, en ce que ces angles vont depuis 89 juſqu'à 92½ degrés. Cette différence eſt plus grande pour les petites diſtances, & il eſt fort naturel qu'elle le ſoit, puiſque l'aiman agiſſoit avec d'autant plus de force & rendoit par-là les moindres inégalités plus ſenſibles. Comme donc dans les trois premieres colomnes les angles 92½, 92 doivent être réduits à 90, il eſt clair que cette réduction influe d'une façon plus ou moins proportionelle ſur les autres angles qui ſe trouvent dans ces trois colonnes de la table. Il s'agira donc d'en tenir compte dans les concluſions qui pourront être déduites des réſultats de ces expériences.

§. 10. Maintenant il s'agit de conſtruire les nombres de cette table en ſorte, que l'aiman ait une poſition fixe, & que les déplacemens qu'il falloit lui donner dans l'expérience, ſoient transférés ſur l'aiguille

en

en gardant les angles & les diſtances, comme je l'ai dit ci-deſſus (§. 7.). Que pour cet effet la droite AC ſoit diviſée en 12 parties égales, comme repréſentant autant de pouces. Que C ſoit le centre, N le pole du Nord, S celui du Sud de l'aiman NS. Que du centre C, avec les diſtances de $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, 7, 9, 12 ſoient décrits des arcs d'environ 90 degrés; il s'agira de marquer ſur ces arcs des points B de façon que les angles SCB ſoient ceux que la table précédente indique pour la diſtance $CB = CH$. Ainſi p. ex. la diſtance étant de 7 pouces, & l'angle BCS de 32 degrés, on trouvera le point B. Et comme la table donne l'angle CBQ répondant de 20 degrés, il eſt clair qu'en faiſant $CBQ = 20°$, on pourra marquer la flêche EBD, qui indiquera la poſition de l'aiguille placée en B.

§. 11. Ces points B étant trouvés, j'obſerve que ceux qui ſe rapportent à un même angle CBQ, ſont autant de points d'une ligne *l*BL, qu'il s'agit de tirer en ſorte que, ſi elle n'eſt pas droite, elle ait une courbure uniforme, autant que la poſition donnée de ces points le permet, ſauf cependant à laiſſer de côté les points qui, comme je l'ai remarqué à la fin du §. 9, répondent à un angle BCS, évidemment trop grand ou trop petit. De cette maniere on rectifiera, du moins en grande partie, les petites anomalies auxquelles les expériences ſont ſujettes. On verra dans la figure comment les 9 courbes *l*L ſont tirées. Je les ai numérotées par 10, 20, 30 &c. - - - 90, qui ſont les nombres des angles CBQ répondans.

§. 12. Voilà donc le premier pas fait. Ces courbes *l*L ne ſont cependant pas celles dont on puiſſe faire le plus commodément uſage. Car, outre que celles qui répondent aux angles CBQ de 10°, 20°, 30°, ſont fort éloignées les unes des autres, il faut ſe ſervir des angles pour déterminer la poſition de l'aiguille. Afin d'obvier à ce double inconvénient, j'ai encore tracé les courbes *m*M, qui ſont de nature que p. ex. celle qui paſſe par le point B répond au point Q, en ſorte que, partout où l'on y place l'aiguille, ſon axe prolongé paſſe par ce point Q; ce qui étoit très facile, les angles CBQ étant don-

nés & la distance CQ étant constante. Il ne s'agissoit donc que de regarder CQ comme une corde qui soutient un arc double de l'angle CBQ; & en traçant le cercle que cette condition demande, ce cercle coupe la ligne /BL dans le point B, & B sera un point de la courbe mBM. J'ai encore numéroté ces courbes par $2\frac{1}{2}$, S, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, nombres qui marquent la distance CQ répondante à chacune de ces courbes.

§. 13. Les courbes mM étant ainsi tracées, je m'en servis pour tracer encore les courbes gG, qui sont celles du courant magnétique. Supposons p. ex. qu'une de ces courbes GPRg doive être tirée par le point P qui est sur la ligne /L6. D'abord il est clair qu'en menant une droite Pp du point P dans le point p, qui répond à la ligne /L6, cette droite marquera la direction de l'aiguille en P, & que par conséquent elle sera une tangente de la courbure du courant magnétique, qui passe par le point P. Cette droite Pp coupe la ligne /L4 en T, & comme le point r qui répond à la ligne /L4 est entre C, p, il s'ensuit que la courbe GPRg, qu'il s'agit de construire, doit être tirée du même côté, & que la tangente rR prolongée coupera la tangente pP dans un point V, qui est entre T, P. Si donc la courbe PRg étoit un arc de cercle, on auroit RV = VP, & par-là le point V pourroit être trouvé. Mais, si la courbure vers R est plus grande qu'elle n'est vers P, alors il sera RV < VP. Cependant la différence sera insensible toutes les fois que l'arc RP est assez petit pour être confondu avec son cercle osculateur. Or c'est ce qui peut être obtenu, parce qu'on a le choix de tracer les courbes mM aussi près les unes des autres que l'on voudra.

§. 14. On pourra, pour le dire en passant, se servir de cette méthode pour construire très facilement toutes les courbes paraboliques dont l'équation est

$$x^m = ay^n,$$

dont les soutangentes sont proportionelles aux abscisses. Car soient les points A, 1, 2, 3, 4, 5 &c. également distans, & prenant les points

Planche II. Fig. 3.

A,

A, I, II, &c. à diſtances égales, ces derniers ſeront les points d'interſection des tangentes, qui ſe rapportent aux ordonnées A, 1, 2, 3 &c. Soit P un point de la courbe, & en tirant P II, on tirera enſuite IR moyennant le point V tel qu'il ſoit tant ſoit peu RV < VP. Quoique cette façon de conſtruire ſoit purement mécanique, elle ne laiſſe pas d'être auſſi exacte qu'une conſtruction quelconque peut l'être. L'erreur qui pourroit réſulter de l'indéciſion dans laquelle on eſt ſur le choix du point V, s'évanouit, dès qu'on prend les ordonnées R, P, ſi près l'une de l'autre que la variation qui en réſulte pour la tangente ceſſe d'être viſible ou perceptible.

§. 15. Voilà donc de quelle maniere je m'y ſuis pris pour tracer les courbes du courant magnétique gG, à l'aide des courbes /L qui en ſont une eſpece de trajectoires. Je ne les ai tracées que juſqu'où j'ai pouſſé les expériences. Ainſi c'eſt une affaire de raiſonnement que de voir ce qu'on en pourra connoître d'après ce qu'en offre la partie conſtruite. Voici quelques réfléxions qui pourront y contribuer.

§. 16. D'abord on voit, & on peut établir ſans peine, que la droite CG, coupant toutes ces courbes à angles droits, en eſt un axe commun, & que de l'un & de l'autre côté de CG ces courbes ſont ſemblables & égales.

§. 17. Enſuite la façon dont toutes ces courbes s'approchent de l'autre axe CA, qui eſt celui de l'aiman NS, eſt telle, qu'à moins d'avoir une courbure toute irréguliere & un point d'infléxion, elles ne ſauroient ſe réunir dans le pole S. Car, dans tous les points d'interſection de ces courbes & de la courbe $mM\ 2\frac{1}{2}$, leurs tangentes coïncident dans le point $2\frac{1}{2}$ de l'axe CS. Or ce point eſt entre C, S, & par conſéquent plus près du centre C que ne l'eſt le pole de l'aiman. Il ſemble donc plutôt que toutes les courbes Gg ſe réuniſſent dans le centre C, en ſorte que CA ſoit leur tangente commune & initiale. Si cela étoit, je n'héſiterois pas de conclure, qu'elles ſont indépen-

dantes de la longueur de l'aiman NS & que par-là même elles ſont toutes ſemblables, ou que ſi la longueur de l'aiman ou celle de l'aiguille y influe, ce n'eſt que pour les rendre plus ou moins oblongues.

§. 18. Quoiqu'il en ſoit, on voit qu'il n'eſt pas ſi hors de propos de les comparer enſemble. Je regarde donc la droite CG comme une ligne ſur laquelle ſe prennent les abſciſſes, & en prenant les ordonnées orthogonales, la premiere choſe qui ſe préſente c'eſt de comparer les plus grandes ordonnées avec la longueur des axes CG, CG, &c. La figure offre quatre de ces courbes qui admettent cette comparaiſon. Or, en prenant les meſures ſur l'échelle marquée ſur CA en lignes, il ſe trouve

grand axe CG	la plus grande ordonnée répondante	rapport
140,0	53,0	1 : 0,379.
114,5	43,5	1 : 0,380.
96,0	37,0	1 : 0,386.
77,0	29,7	1 : 0,385.

Ces rapports étant les mêmes à une minutie près, j'en conclus que ſi les courbes *g*G ne ſont pas ſemblables à toute rigueur, il ne s'en faut du moins que très peu. Car on trouve à quelque minutie près une même proportionalité entre les diſtances du centre C, quand on tire de ce centre des lignes droites qui coupent ces courbes, & en meſurant la longueur des cordes formées par ces interſections. Cependant je n'en inférerai pas qu'il en eſt de même des courbes *g*G, plus voiſines de l'aiman.

§. 19. Comme toutes ces courbes, dans le point de leur plus grande ordonnée, ont une direction parallele à l'axe CG, ou perpendiculaire à CA, on trouvera ces points à l'aide des courbes *l*L, en élevant ſur CA des perpendiculaires par les points répondans à ces courbes. Pour ne pas trop charger la figure, j'ai omis ces perpendiculaires; mais par les points d'interſection j'ai tiré la ligne *w*W. Or, ſi rou-

ſi toutes les courbes *g* G étoient ſemblables entr'elles, la ligne *w* W, qui paſſe par les points des plus grandes ordonnées, devroit être droite & paſſer par le centre C, lorſqu'on la prolonge. En y appliquant la regle, on trouve qu'elle ſatisfait à cette condition vers W, mais qu'elle ſe courbe tant ſoit peu du côté *w*. Je ne déciderai pas ſi cette petite aberration doit être attribuée à l'expérience. Ce qu'il y a de ſûr, c'eſt que l'expérience eſt plus ſujette à caution, que la diſtance de l'aiguille de l'aiman ſoit très petite ou qu'elle ſoit très grande. Car, dans le premier cas, les inégalités du magnétiſme deviennent plus ſenſibles, & dans le dernier, la force de l'aiman devient trop foible pour vaincre la friction que ſouffre l'aiguille en ſe tournant ſur ſon pivot.

§. 20. J'ai encore pris la cinquieme des courbes *g* G, dont l'axe C G eſt de 140 lignes, & en diviſant cet axe en 10 parties égales, comme autant d'abſciſſes, j'ai meſuré les ordonnées répondantes, en les prenant ſur l'échelle C A. En comptant les abſciſſes depuis C, voici ce que j'ai trouvé

abſciſſes	ordonnées
140 - -	0,0.
126 - -	32,0.
112 - -	43,0.
98 - -	48,5.
84 - -	52,3.
70 - -	53,0.
56 - -	51,8.
42 - -	48,2.

Or, ſi la courbe *g* G étoit d'une même courbure vers C que vers G, la plus grande ordonnée répondroit à l'abſciſſe 70, & les ordonnées décroîtroient de la même maniere qu'elles croiſſent, de ſorte que celles qui répondent aux abſciſſes 56, 42, ſeroient égales à celles qui répondent aux abſciſſes 84, 98. Cette table marque une petite différence, mais qui, pour être petite, laiſſe en doute à quoi il faut l'at-

tribuer. S'il étoit permis de la regarder comme nulle, je n'héſiterois pas de prendre l'équation

$$y = 0{,}76 \cdot \sqrt{(70^2 - x^2)},$$

pour la véritable. Car, en dénotant par $70 + x$ les abſciſſes, & par y les ordonnées répondantes, cette équation donne

abſciſſes	ordonnées	différences
$70 + x = 140$	$y = 0{,}0$	$+ 0{,}0$
126	31,9	$+ 0{,}1$
112	42,6	$+ 0{,}4$
98	47,8	$+ 0{,}7$
84	52,1	$+ 0{,}2$
70	53,2	$+ 0{,}2$
56	52,1	$+ 0{,}3$
42	47,8	$+ 0{,}4$.

De cette maniere les courbes gG ſeroient des ellipſes, dont le rapport des axes eſt $= 1 : 0{,}76$. Les différences étant très petites, on pourra dire que, ſi l'équation que je viens de rapporter, & qui ſuppoſe le grand axe de 140 parties égales, ne ſatisfait aux courbes gG, ni à toute rigueur, ni pour toute la courbe, elle ne laiſſe pas d'en exprimer, du moins à très peu près, la partie des courbes qu'offre la figure, & qu'elle ne laiſſe indéciſe que la partie qui eſt plus proche de l'aiman.

§. 21. Mais, en ne ſuppoſant que la reſſemblance des courbes gG, on en déduira encore que les lignes /L ſeront des droites, qui ſe croiſent au centre C. Car chacune des lignes /L coupe toutes les courbes gG ſous un même angle. Donc, dès que les courbes gG ſont ſemblables entr'elles, & qu'elles ont CA pour tangente initiale commune, les lignes /L ſeront néceſſairement des droites qui coïncident au centre C. Or elles en different beaucoup plus que la ligne wW (§. 19.).

§. 22.

§. 22. De même, ſi les courbes gG ſont des ellipſes ſemblables, on démontrera facilement que les courbes mM doivent être des ellipſes qui leur ſont ſemblables, à cette différence près que leur petit axe eſt la droite CA, & qu'elles ont CG pour tangente initiale commune. Mais, en comparant les courbes mM avec les courbes gG, on voit que les premieres ont une courbure peu elliptique, & même aſſez peu uniforme, au lieu que, comme nous avons vu, les courbes gG ne different que très peu de la courbure elliptique (§. 20.). Avec tout cela elles ont été conſtruites moyennant les courbes mM. Ce paradoxe s'explique par la méthode dont je me ſuis ſervi pour tracer les courbes gG. Car par cette méthode on les trace fort exactement, quand même les courbes mM différeroient aſſez ſenſiblement des véritables, pourvu que la différence ſoit indifféremment, tantôt poſitive, tantôt négative, à peu près comme le ſont les petites anomalies auxquelles les expériences ſont ſujettes. Suppoſons p. ex. que la courbe mRM doive être vers le point R, un peu plus haute ou plus éloignée de l'axe CA, le point V s'élévera également, mais ſeulement de la moitié de la différence. Or, comme l'angle rVp ne ſe prend que de quelques degrés, il eſt clair que la poſition de la tangente n'en eſt presque point du tout altérée. L'erreur ſe compenſe même en partie, en ce que l'angle VrA devenant tant ſoit peu plus grand, la droite rV va également toucher la courbe gG en un point plus élevé. J'en fis l'épreuve avec une parabole (§. 14.) en prenant les points A, 1, 2, 3 &c. un peu inégalement diſtans les uns des autres, mais en gardant les diſtances des points A, I, II &c. égales, & je vis qu'il falloit faire les diſtances 1, 2, 3 &c. fort inégales, pour que l'erreur à l'égard de la courbure & de la poſition de la parabole devint ſenſible. Je dis *ſenſible*, car c'eſt à quoi ſe réduit toute l'exactitude qu'on peut attendre d'une conſtruction quelconque. Fig. 3.

§. 23. De cette maniere il faudra conclure, qu'au lieu d'examiner les courbes gG moyennant les courbes mM, ou moyennant les lignes IL, qui ont ſervi pour les tracer, on pourra enviſager les cour-

courbes gG comme les plus exemtes des irrégularités, auxquelles les expériences (§. 9.) & partant auſſi les lignes /L, mM, ſont ſujettes. Du reſte, comme les courbes mM différent d'autant plus de la figure elliptique, qu'elles ſont plus voiſines de l'axe CA, il s'enſuit que les courbes G g en different également à meſure qu'elles s'approchent du point C. C'eſt ce qui paroit auſſi par la comparaiſon que j'ai faite ci-deſſus, les différences (§. 20.) étant d'abord poſitives & enſuite négatives. Enfin la courbure des lignes mM voiſine de l'axe, qui differe aſſez conſidérablement de celles qui en ſont plus éloignées, pourroit, du moins en partie, devoir être attribuée à la longueur de l'aiguille qui étoit de 30 lignes, & dont le pole D s'approchoit très conſidérablement de l'aiman, lorsque la diſtance des centres C, B, n'étoit que de 4 ou 5 pouces. Comme il falloit éviter que l'aiguille ne touchât l'aiman, il n'y avoit pas moyen d'en déterminer la direction pour de moindres diſtances; mais on conçoit aiſément que cette direction auroit été plus ou moins anomale.

§. 24. J'ai encore préſumé ci-deſſus, que la figure allongée des courbes gG pouvoit dépendre, du moins en partie, de la longueur de l'aiguille. Pour m'en aſſurer je pris une aiguille encore plus longue. Elle étoit faite, comme la précédente, d'une lame d'acier dont on ſe ſert pour le reſſort des montres. Sa longueur étoit de 54½ lignes, ſa largeur de 2 lignes. Voici les diſtances & les angles qu'elle donna.

Distances	5	6	7	8	9	12	15
Angles CBQ degrés 10	13	17½	20	21½	21½	22½	23
20	27½	37	38½	39	39½	39	40
30	57	56½	56½	56	55	54	54
40	76	73	70	68	67½	65	64
50	84	81	78	76	75	73	71½
60	—	85	83	81	80	77½	77½
70	—	—	86	85	84½	83	82
80	—	—	88	87	87	87½	87
90	—	—	90	89	90	90	90

Angles SCB en degrés.

L'uſage que j'ai fait des nombres de cette table eſt le même que celui de la table du §. 9; ainſi je n'en répéterai pas la deſcription. La 4me figure en offre le réſultat. On voit du premier coup-d'oeil, que les courbes *g* G ſont encore plus allongées que celles de la 2de figure, & que par conſéquent elles s'allongent à meſure que l'aiguille eſt plus longue. On trouve en lignes Planche III. Fig. 4.

l'axe CG	la plus grande ordonnée répondante	Rapport
168	57½	1 : 0,34.
144	48½	1 : 0,34.
120	38½	1 : 0,32.
96	30	1 : 0,31.

Ces rapports différant fort peu entr'eux, on en peut conclure, que les courbes *g* G ſont preſque toutes ſemblables les unes aux autres. Enſuite, en comparant ces rapports avec ceux que nous avons trouvés dans la premiere expérience (§. 18) on voit qu'ils ſont plus petits environ d'une 7me partie. Cette différence eſt fort petite en comparaiſon de la différente longueur des aiguilles, qui étoit de 30 lignes dans la premiere expérience, & de 54½ lignes dans la ſeconde. De là il ſuit que, quand la longueur de l'aiguille ſeroit ſuppoſée infiniment petite, les courbes *g* G ne laiſſeront pas d'être encore fort allongées, & qu'elles ne différeront pas beaucoup de celles de la ſeconde

figure. Car, pour déterminer par l'expérience la véritable courbure du courant magnétique, on regarde l'aiguille placée ſur les courbes gG, comme un petit arc de ces courbes. Et il eſt clair que l'expérience répondra à cette condition d'autant plus exactement qu'on prendra une aiguille plus petite.

§. 25. Comme l'une & l'autre des deux expériences que je viens de rapporter, nous laiſſe en doute ſur le pli que prennent les courbes gG lorſqu'elles s'approchent de l'axe CA, j'ai encore employé une aiguille qui n'avoit que 12 lignes de longueur ſur 2 lignes de largeur. Elle étoit faite comme les deux précédentes, d'un reſſort de montre un peu détrempé. L'aiman étoit le même. La 5me figure offre le réſultat de ces expériences. D'abord on y voit que les lignes Ll, en s'approchant de l'axe CA, ſe courbent conſidérablement, d'où l'on peut inférer que les courbes gG ceſſent d'autant plus d'être ſemblables entr'elles, qu'elles ſont plus près de l'aiman. Enſuite, la courbure des lignes lL influe tellement ſur celle des trajectoires CM, mM, que celles-ci ont un point de rebrouſſement à bec, comme on le voit en M 2, M $2\frac{1}{2}$, M 3. C'eſt ce qui fait que les courbes Gg, non ſeulement peuvent traverſer deux fois une même trajectoire CMm, comme on le voit aux points H, h, mais que leur courbure entre ces deux points eſt tout à fait anomale, puiſque les tangentes appliquées aux points H, h, de la courbe gG, coïncident dans un même point de l'axe CA, ce qui exige que la courbe GHhg ait entre Hh un point d'inflexion, ſi elle n'y eſt tout à fait droite. La ligne ponctuée Ww coupe les courbes Gg dans les points des plus grandes ordonnées; elle va joindre l'axe CA dans un point w, qui eſt à 28 lignes du centre C, & partant entre CS. Les courbes gG qui ont leur point d'interſection g, g entre Cw, tournent toute leur concavité vers l'un & l'autre axe CA, CG, au lieu que celles qui ſont plus éloignées ont un point d'inflexion, de ſorte qu'en s'approchant de l'axe CA, elles tournent vers l'axe CG leur convexité, quoique de maniere qu'elles s'approchent de l'aiman dans une direction presque tout à fait droite.

Planche IV. Fig. 5.

§. 26.

§. 26. La 6me figure, qui eſt dans ſa grandeur naturelle, fait voir les poſitions de l'aiguille les plus proches de l'aiman, telles que je les ai obſervées. J'y ai marqué par des lignes ponctuées la courbure du courant magnétique. Enfin j'ai placé le papier, ſur lequel j'avois deſſiné cette figure, ſur l'aiman, en ſorte que les points N, S, couvroient les deux poles de l'aiman. Ce qui étant fait, j'ai laiſſé tomber ſur le papier de la limaille de fer bien fine, mais en ſorte que bien loin de couvrir le papier, elle étoit ſuffiſamment éparſe. Cette limaille s'arrangeoit partie d'elle-même, partie au moyen de très légeres ſecouſſes en filées éparſes, dont la direction ſuivoit parfaitement celle des flêches marquées dans la figure. Comme le fer en s'approchant de l'aiman devient facilement magnétique, il eſt clair que ces petites filées peuvent être regardées comme autant de petites aiguilles aimantées. La différence qu'il y a, c'eſt qu'elles ſont moins mobiles, en ce qu'elles s'accrochent facilement à la chevelure du papier. C'eſt auſſi la raiſon pourquoi elles n'affectent la direction du courant magnétique, que lorſqu'elles ne ſont qu'à la diſtance de 2 ou 3 pouces de l'aiman. On trouve dans pluſieurs traités de Phyſique, & particulierement dans la diſſertation de Mr. *de Muſſchenbræck*, des expériences ſemblables, & les figures de la poſition de ces flocons ou filées de limaille. A' les voir on croiroit que le fluide magnétique, qu'on ſuppoſe circuler autour de l'aiman, circule autour de trois centres N, C, S. Et les lignes ponctuées dans notre 6me figure ſemblent inſinuer la même choſe, puiſqu'elles tournent leur concavité d'un côté vers C, de l'autre côté vers S, & que la perpendiculaire *w* paroit en faire la ſéparation. Mais cette 6me figure n'offre qu'une très petite partie de ces courbes. On n'a qu'à les voir toutes entieres dans la 5me figure pour en juger autrement. Car on y voit d'abord que, de quelque maniere que les courbes *g*G divergent de l'axe CS, elles ſe tournent toutes en ſorte qu'elles vont croiſer à angles droits l'axe CG. Enfin, quoique ces courbes paſſent ſous un angle quelconque le côté ou le bord de l'aiman, l'expérience avec la limaille m'a fait voir néanmoins qu'elles ont l'axe CS pour tangente commune. La différence que j'y obſervois, c'eſt que 1°. les flocons

Planche V Fig. 6.

ou filées de limaille aimoient fort s'attacher aux bords de l'aiman & particulierement à ſes 4 coins. 2°. Que celles qui étoient vers C étoient couchées, au lieu qu'à meſure qu'elles étoient plus près des poles, ou pour mieux dire, du point de l'axe *w*, elles s'élevoient de façon à faire avec le plan du papier un angle d'autant plus grand qu'elles étoient plus près du point de l'axe *w*. La raiſon en eſt claire, parce qu'elles ſe mettoient en tout ſens dans la direction du courant magnétique, & qu'il n'y a que leur peſanteur qui pût les en faire dévier, lorſqu'elles étoient aſſez longues pour que cette déviation fût ſenſible.

§. 27. Mais voici encore les meſures, d'après leſquelles la Fig. 6. 5me & la 6me figure ont été conſtruites. On voit dans la 6me figure que les aiguilles ont été placées à des diſtances égales ſur des lignes paralleles à l'axe de l'aiman. La table ſuivante exprime pour chaque poſition B les diſtances CG, GB en lignes, meſure de Paris, & l'angle WBD, qui eſt égal à celui que fait l'axe de l'aiguille prolongé avec celui de l'aiman. L'expérience fut faite ſur une planche de bois, qui portoit tout le ſyſteme, que je pouvois toujours tourner en ſorte que, de quelque façon que l'aiguille fût attirée par l'aiman, elle fût en même tems dans le méridien magnétique. La raiſon de ce procédé ſe trouve déjà rapportée ci-deſſus (§. 5.). Voici maintenant les meſures, telles que je les ai priſes.

Diſtan-

Distances GB en lignes	Distances des paralleles CG			
	9'''	12'''	15'''	18'''
6	37	31	29	28½
12	56	51	50	50
18	70	68	66	67
24	81	80	81	81
30	95	95	97	96
36	117	115	114	110
42	138	129	126	122
48	147	141	135	131
54	154	148	145	140
60	158½	152	150	146
66	161	155	154	150
72	163	157	156	153
	Angles WBD			

Cette table comprend plus d'obſervations qu'il n'y en a de marquées dans la 6me figure; mais je m'en ſuis encore ſervi pour achever de conſtruire la 5me figure. Cette figure s'étendant à de plus grandes diſtances, elle demandoit encore d'autres expériences. Je les renfermerai dans la table ſuivante, qui, pour être toute analogue à celles que j'ai rapportées ci-deſſus (§. 9. 24.), ne demande point d'autre explication.

Planche II. Fig. 1.

Angles CBQ degrés.	Distances CB en pouces						
	2	3	4	5	7	9	12
10	—	—	—	—	13½	16	21
20	—	—	—	22	30	34	38
30	—	—	27	36	42½	47	50
40	—	—	44	48	54	58	60
50	—	41	58	60	64	65	69
60	—	61	69	69	70½	73	76
70	58	73	77	77	78	79	80
80	78	82	84	85	85	86	85
90	90	90	90	90	90	90	90
	Angles SCB degrés.						

Planche V. Fig. 6.

§. 28. L'aiguille en w ayant une direction perpendiculaire à l'axe de l'aiman, on voit que la petite portion de l'aiman wS, agit sur elle avec autant de force que la portion wN, qui est considérablement plus grande. La raison en est que la portion CN agit conjointement avec la portion wS, pour tourner l'aiguille vers S, parce que wS l'attire vers S, & CN la pousse pareillement vers S. Mais, comme malgré la réunion de ces deux forces l'aiguille garde sa direction perpendiculaire, il s'ensuit que la portion de l'aiman Cw toute seule a assez de force pour contrebalancer celle des deux portions wS, CN. Or CN étant la moitié de l'aiman, il s'ensuit que $Cw < CN$, & à plus forte raison $Cw < CN + wS$. Comme donc les masses sont inégales, il est clair qu'il y faut encore d'autres causes, pour que l'aiguille puisse être dans cet état d'équilibre. L'une de ces causes est la différence qu'il y a entre les distances. On voit que toute la portion CN est plus éloignée de w que ne le sont les portions Cw, wS. Or on sait que l'action magnétique diminue à mesure que la distance augmente. Ensuite, comme la partie CN repousse le même pole de l'aiguille que la partie CS attire, il est clair, qu'en considérant l'action de chaque particule de CS comme positive, il faut considérer celle de cha-

chaque particule de CN comme négative. Or le paſſage du poſitif au négatif ſe faiſant par zéro, il ſemble qu'on puiſſe en inférer, que la force d'une particule quelconque de l'aiman dépend de ſa diſtance du milieu C, & qu'elle eſt, ſinon en raiſon directe de cette diſtance, du moins en raiſon d'une fonction telle, qui devienne négative ou poſitive toutes les fois que la diſtance ſe compte de C vers N, ou de C vers S, & qui en C devienne = 0. Car de ce que je viens de dire il ſuit, que l'action de l'aiman en C doit être nulle. Et c'eſt ce qu'on peut confirmer par l'expérience. Pour cet effet, on n'a qu'à placer deux aimans NS, *ns*, l'un ſur l'autre enſorte qu'ils ſe croiſent par leurs centres C, & on s'appercevra ſans peine qu'ils ne s'attirent point, mais que l'attraction augmente à meſure qu'ils ſe croiſent dans des points plus proches de leurs poles amis. C'eſt par-là auſſi qu'on peut expliquer le phénomene de deux aimans N*s*, S*n*, courbés en demi-cercles & joints en ſorte que les poles amis ſe touchent. Ces aimans ainſi joints ne ſemblent plus avoir de force attractive. Car, en quelque point C qu'on leur préſente du fer non aimanté, ce fer n'en eſt point attiré, & à cet égard on peut dire, que ces aimans placés en cercle, bien loin d'être tout pole, ſont tout milieu, & que quand encore on ſuppoſe qu'ils ont quelque force, la force attractive eſt partout égale à la force répulſive, de ſorte que l'une détruiſant l'autre, elle eſt partout = 0.

Planche Fig. 7.

Fig. 8.

§. 29. Enfin la poſition de l'aiguille dépend encore du ſinus d'incidence, ou de l'angle ſous lequel chaque particule de l'aiman agit ſur elle. Car, comme je l'ai remarqué dans le Mémoire précédent, l'aiguille doit être conſidérée comme un levier, & par cette raiſon l'action de l'aiman y a plus de priſe, plus elle approche de la perpendiculaire.

§. 30. Si donc les circonſtances qui peuvent modifier l'action de l'aiman ſur l'aiguille, ſe réduiſent à ces trois que je viens de rapporter, il s'en faut peu qu'elle ne ſe ſoumette entierement au calcul. Car, pour ce qui regarde l'obliquité de cette action, elle eſt en rai-

raiſon ſimple & directe du ſinus. Et pour ce qui eſt des diſtances, l'effet de chaque particule de l'aiman ſur chaque particule de l'aiguille eſt en raiſon de la force abſolue de ces particules, & en raiſon réciproque du quarré de la diſtance. Car, outre que chaque force qui ſe répand en raiſon des ſurfaces, s'affoiblit dans le même rapport qu'elle ſe diſtribue, j'ai fait voir dans le Mémoire précédent, que la force magnétique en particulier s'aſſujettit également à cette loi. Il ne reſte donc que la force abſolue de chaque particule, qui croît à meſure que la particule eſt plus près des poles. Mais il faudroit mieux connoître le mécaniſme des forces magnétiques, ſi l'on vouloit déterminer dans quel rapport elle varie à l'égard de ſa poſition, ou de ſa diſtance des poles, ou du milieu de l'aiman. Cependant, comme en admettant l'expérience, cette variation peut être regardée comme une fonction de la diſtance de chaque particule du milieu de l'aiman, & comme alors c'eſt la ſeule inconnue qui entre dans le calcul, elle pourra être déterminée de cette façon *a poſteriori*. Ou bien en admettant en forme d'hypotheſe une loi quelconque, il y aura moyen de voir ſi elle ſatisfait aux expériences, ou non? Dans le premier cas, elle ſera celle que la Nature obſerve; au cas contraire, il faudroit en chercher une autre.

§. 31. Ce n'eſt donc pas là ce qui embaraſſe. Mais la difficulté revient à la prolixité des formules qu'il faut calculer & comparer avec l'expérience. Car l'aiman, auſſi bien que l'aiguille, ayant trois dimenſions, elles demandent ſix intégrations avant qu'on puiſſe parvenir à définir l'état d'équilibre, & ces intégrations étant faites, il en faut une ſeptieme pour en déduire l'équation pour la courbure du courant magnétique. Cependant, ſi l'aiguille eſt regardée comme infiniment petite, ces intégrations ſe réduiſent à quatre; & elles ſe réduiront à trois, ou même à deux, ſi l'aiman n'a presque point d'épaiſſeur, ou ſi encore la largeur eſt peu conſidérable.

§. 32. Pour donner quelque idée de ce calcul, j'admettrai l'hypotheſe, que la force de chaque particule eſt en raiſon ſimple & directe de ſa diſtance du milieu de l'aiman. Je regarderai l'aiguille comme

me infiniment petite; & quant à l'aiman, je le ſuppoſerai parallélépipede ſans épaiſſeur conſidérable. Ce qui étant préſuppoſé, ſoit l'aiman NnmM, l'aiguille placée en B, & que dans ſon état d'équilibre elle ſe trouve être dirigée vers BQ. Par le milieu de l'aiman ſoit tirée AGD perpendiculaire, & par l'aiguille B la droite BD parallele à l'axe de l'aiman. Abaiſſant enfin BP à angles droits ſur NQ, & tirant nB, mB, NB, MB, ſoit fait Planche V Fig. 9.

$$\begin{array}{lll} BD = a & PBQ = \omega & MBP = \mu, \\ DG = b & & mBP = m, \\ DA = c & & NBP = \nu, \\ AM = x & & nBP = n, \\ AG = y. & & \end{array}$$

& il ſera

$$y = (a - x) \cot \mu,$$
$$MB = y \sec \mu = (a - x) \operatorname{cosec} \mu.$$

Or, en prenant en M une particule $dx \cdot dy$, ſon action ſur l'aiguille ſera en raiſon compoſée de la maſſe $dx \cdot dy$, de la diſtance $MA = x$, du ſinus d'incidence $MBQ = \sin(\mu + \omega)$, & en raiſon réciproque du quarré de la diſtance MB. Si donc l'action de l'aiman eſt poſée $= v$, on aura

$$ddv = \frac{dy \cdot dx \cdot x \cdot \sin(\mu + \omega)}{(a - x)^3 \operatorname{cosec} \mu^2}.$$

Or, en regardant x, dx, comme conſtante, il ſera

$$dy = (a - x)\, d \cot \mu;$$

donc, en ſubſtituant cette valeur, il ſera

$$ddv = \frac{x dx\, (a - x)\, d \cot \mu \cdot \sin(\mu + \omega)}{(a - x)^3 \operatorname{cosec} \mu^2}.$$

Cette formule s'abrege par une réduction facile en ſorte que

$$ddv = -\frac{x dx}{a - x} \cdot d\mu \cdot \sin(\mu + \omega),$$

dont on tire l'intégrale

$$dv = \frac{x\,dx}{a - x} \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega) - \text{conſt.}$$

$$dv = \frac{x\,dx}{a - x} \cdot (\operatorname{cof}(\mu + \omega) - \operatorname{cof}(m + \omega)).$$

Or il eſt, en faiſant $EM = y = c$,

$$a - x = c \operatorname{tang} \mu = b \operatorname{tang} m,$$
$$-dx = c\,d \operatorname{tang} \mu = b\,d \operatorname{tang} m.$$

Donc

$$-dv = \frac{a - c \operatorname{tang} \mu}{c \operatorname{tang} \mu} \cdot c\,dt\mu \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega)$$
$$- \frac{a - b\,tm}{b\,tm} \cdot b\,dtm \cdot \operatorname{cof}(m + \omega),$$

ou bien

$$dv = c\,dt\mu \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega) - \frac{a \cdot dt\mu}{t\mu} \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega)$$
$$- b\,dtm \cdot \operatorname{cof}(m + \omega) - \frac{a \cdot dtm}{tm} \cdot \operatorname{cof}(m + \omega).$$

D'où l'on tire

$$v = c \operatorname{cof} \omega \cdot \log t\,(45 + \tfrac{1}{2}\mu) - \frac{c f\omega}{\operatorname{cof} \mu} - a \operatorname{cof} \omega\, lt\, \tfrac{1}{2}\mu.$$
$$- b \operatorname{cof} \omega \cdot \log t\,(45 + \tfrac{1}{2}m) + \frac{b f\omega}{\operatorname{cof} m} + a \operatorname{cof} \omega\, lt\, \tfrac{1}{2}m.$$
$$+ af\omega \cdot \log t\,(45 + \tfrac{1}{2}\mu)$$
$$- af\omega \cdot lt\,(45 + \tfrac{1}{2}m)$$
$$+ \text{conſt.}$$

ou bien

$v =$

$$v = (c \operatorname{cof}\omega + a\,\mathrm{f}\omega)\, lt(45 + \tfrac{1}{2}\mu) - \frac{c\,\mathrm{f}\omega}{\operatorname{cof}\mu} - a \operatorname{cof}\omega \log\,(t\tfrac{1}{2}\mu : t\tfrac{1}{2}m)$$

$$-(b \operatorname{cof}\omega + a\,\mathrm{f}\omega)\, lt(45 + \tfrac{1}{2}m) + \frac{b\,\mathrm{f}\omega}{\operatorname{cof} m}$$

$$+ \text{ conſt. A.}$$

Cette formule eſt pour la partie de l'aiman AGmM. Pour l'autre partie AGnN, il ſera de même

$$\mathfrak{v} = (c \operatorname{cof}\omega + a\,\mathrm{f}\omega)\, lt(45 + \tfrac{1}{2}\nu) - \frac{c\,\mathrm{f}\omega}{\operatorname{cof}\nu} - a \operatorname{cof}\omega \,.\, l\,(t\tfrac{1}{2}\nu : t\tfrac{1}{2}n)$$

$$-(b \operatorname{cof}\omega + a\,\mathrm{f}\omega)\, lt(45 + \tfrac{1}{2}n) + \frac{b\,\mathrm{f}\omega}{\operatorname{cof} n}$$

$$+ \text{ conſt. A.}$$

Or ces deux forces doivent être égales, pour que l'aiguille ſoit en équilibre. Il ſera donc

$$v - \mathfrak{v} = 0,$$

ce qui donne

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{c \log \frac{t(45+\frac{1}{2}\mu)}{t(45+\frac{1}{2}\nu)} - b\,l\,\frac{t(45+\frac{1}{2}m)}{t(45+\frac{1}{2}n)} - a\,l\,\frac{t\frac{1}{2}m \,.\, t\frac{1}{2}n}{t\frac{1}{2}m \,.\, t\frac{1}{2}n}}{\mathrm{BM} - \mathrm{B}m - \mathrm{BN} + \mathrm{B}n + a \log \frac{t(45+\frac{1}{2}\nu)\,.\,t(45+\frac{1}{2}m)}{t(45+\frac{1}{2}n)\,.\,t(45+\frac{1}{2}\mu)}}.$$

Voilà donc la direction de l'aiguille déterminée. Mais cette formule paroit peu traitable pour en déduire l'équation pour la courbure du courant magnétique. Et ſi, pour la ſimplifier, on vouloit ſuppoſer la largeur AG de l'aiman $= 0$, cette formule ne donne point de valeur, puiſque le numérateur & le dénominateur de cette fraction devient $= 0$.

§. 33. Soit donc l'aiman linéaire NM; ſon point du milieu C. Que l'aiguille placée en B ait la direction BQ. Abaiſſant Fig. 10.

ſur NMQ la perpendiculaire BP, & achevant le rectangle CPBD, ſoit fait

$$BD = a \qquad PBQ = \omega \qquad MBP = \mu,$$
$$DC = b \qquad\qquad\quad CBP = \kappa,$$
$$CM = x \qquad\qquad\quad NBP = \nu,$$

& nous aurons

$$dv = \frac{x \cdot dx \cdot \text{ſin } (\omega + \mu)}{b^2 \text{ ſec } \mu^2}.$$

Mais il eſt

$$a - x = b \text{ tang } \mu,$$
$$- dx = b dt \mu;$$

donc

$$dv = - \frac{(a - b t \mu)\ b dt \mu \cdot \int (\mu + \omega)}{b^2 \text{ ſec } \mu^2}.$$

D'où l'on tire

$$v = \frac{a}{b} \text{cof}(\mu + \omega) + \tfrac{1}{2} \text{cof } \omega \log \left(\frac{1 + \int \mu}{1 - \int \mu} \right) - \text{ſin } (\omega + \mu) + \text{conſt.}$$

Or il eſt

$$\frac{a}{b} = \text{tang DCB} = \text{cot } \kappa,$$

$$\frac{1 + \int \mu}{1 - \int \mu} = (\text{cot } \tfrac{1}{2} \text{ BMP})^2.$$

Donc

$$v = \text{cot } \kappa \cdot \text{cof } (\mu + \omega) - \text{cof } \omega \log \text{tang } \tfrac{1}{2} \text{BMP} + \int (\omega + \mu) + \text{conſt.}$$

ou bien

$$v = \text{tang BCP} \cdot \text{cof MBQ} - \text{cof BQC} \log t \tfrac{1}{2} \text{BMP} + \text{ſin MBQ} + \text{conſt.}$$

Il ſera de même pour la partie CN

$$v' = \text{tang BCP} \cdot \text{cof NBQ} - \text{cof BQC} \log t \tfrac{1}{2} \text{BNP} + \text{ſin NBQ} + \text{conſt.}$$

Or,

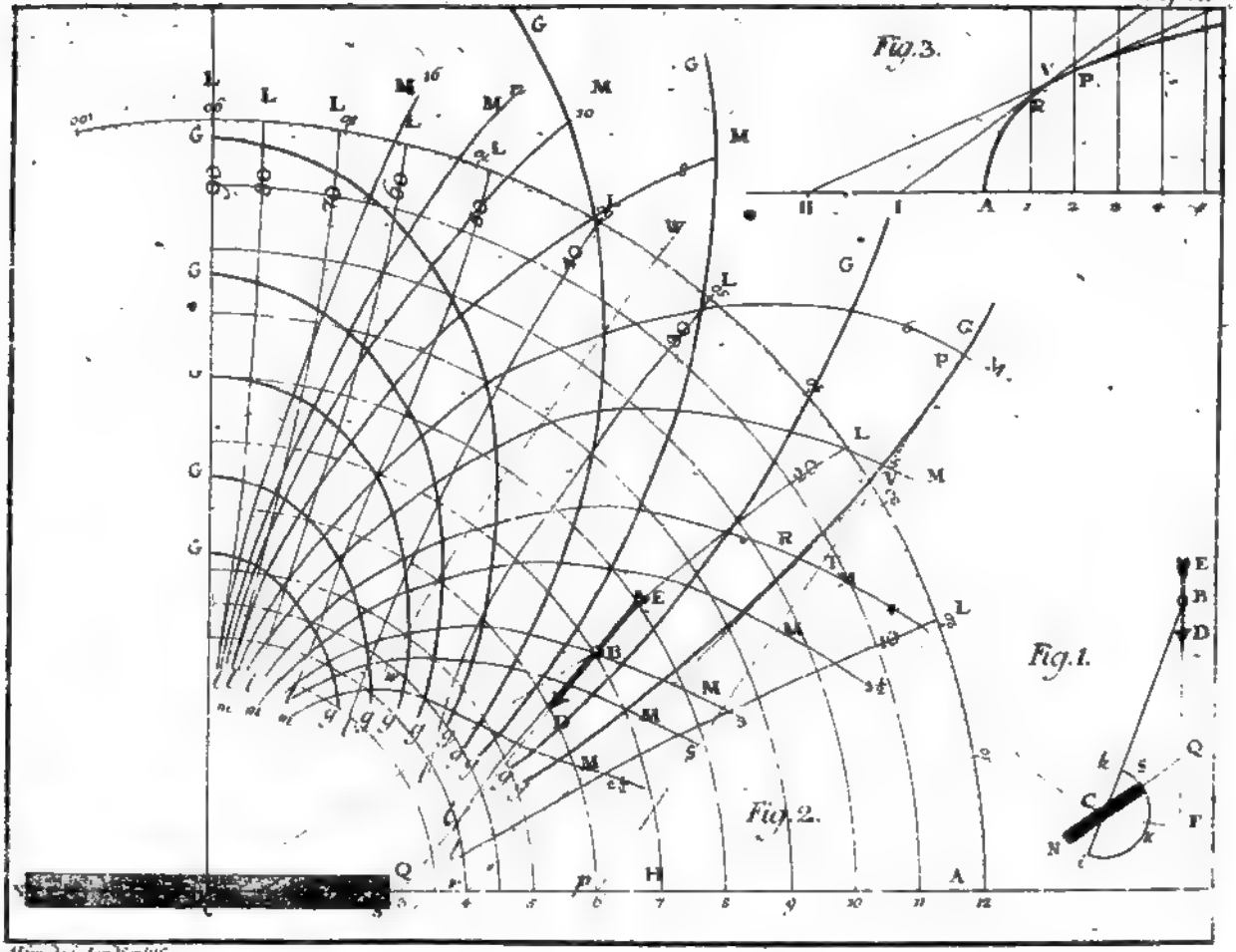


Fig. 3.
Fig. 1.
Fig. 2.

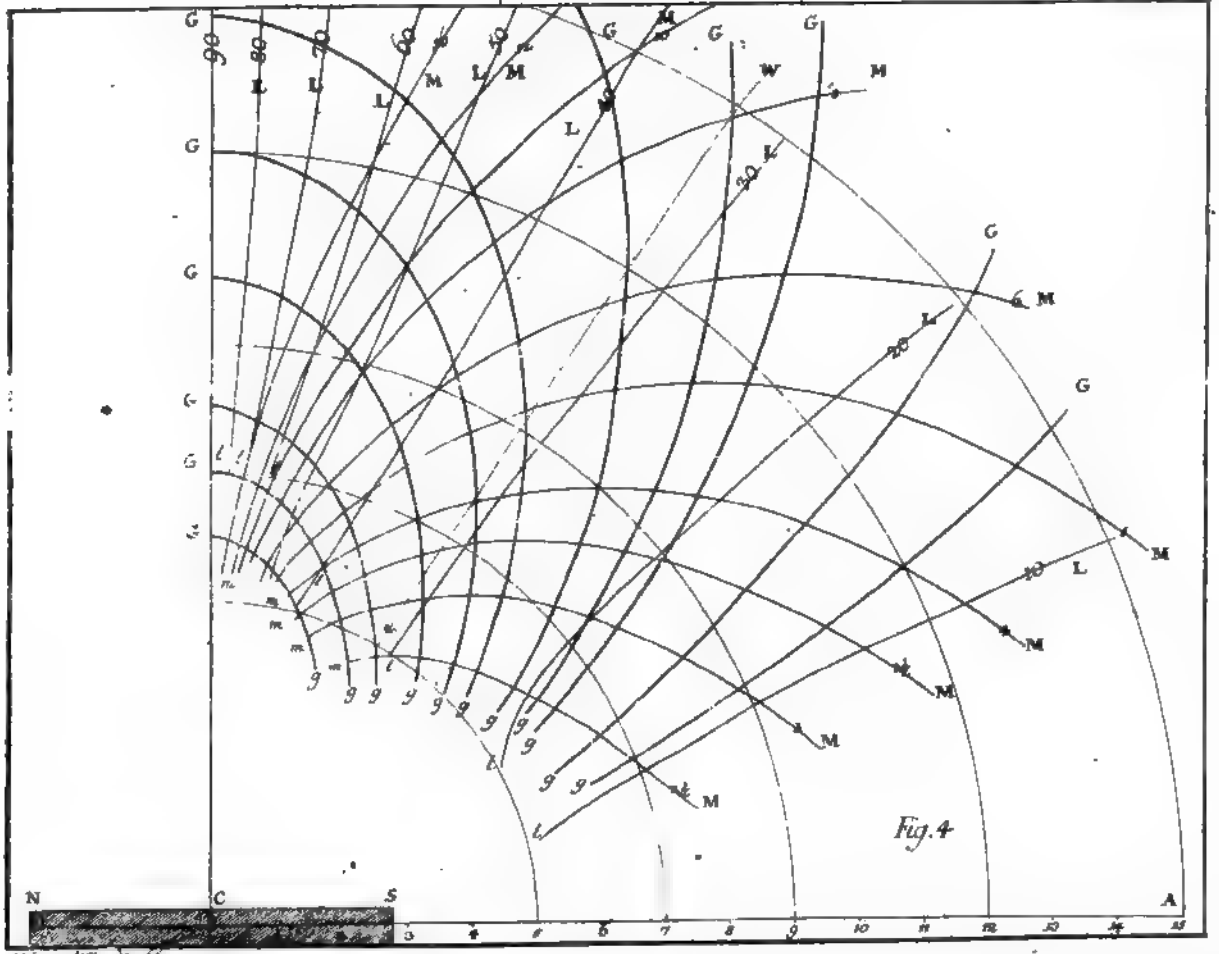


Fig. 4

Mem. de l'Acad. 1766

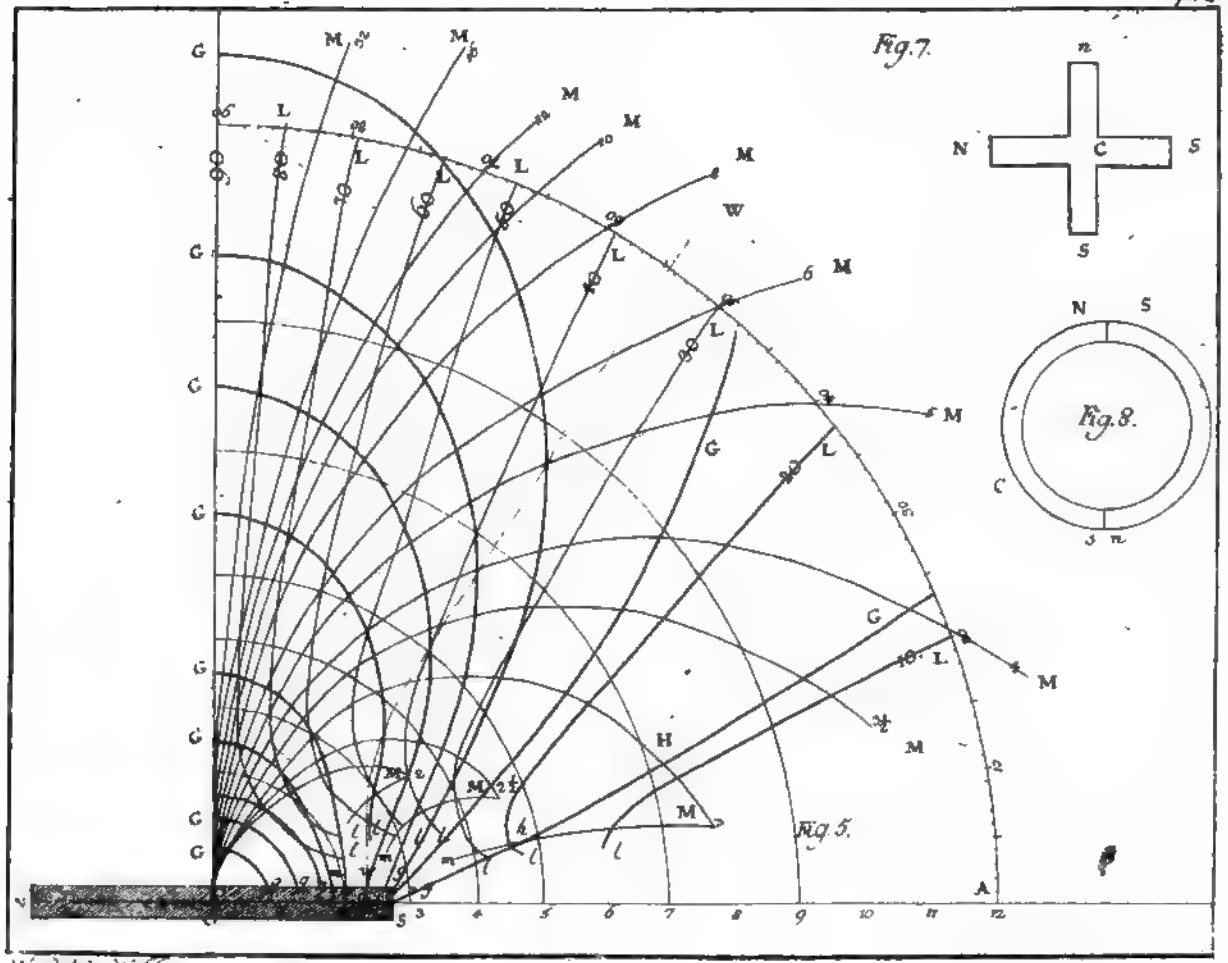
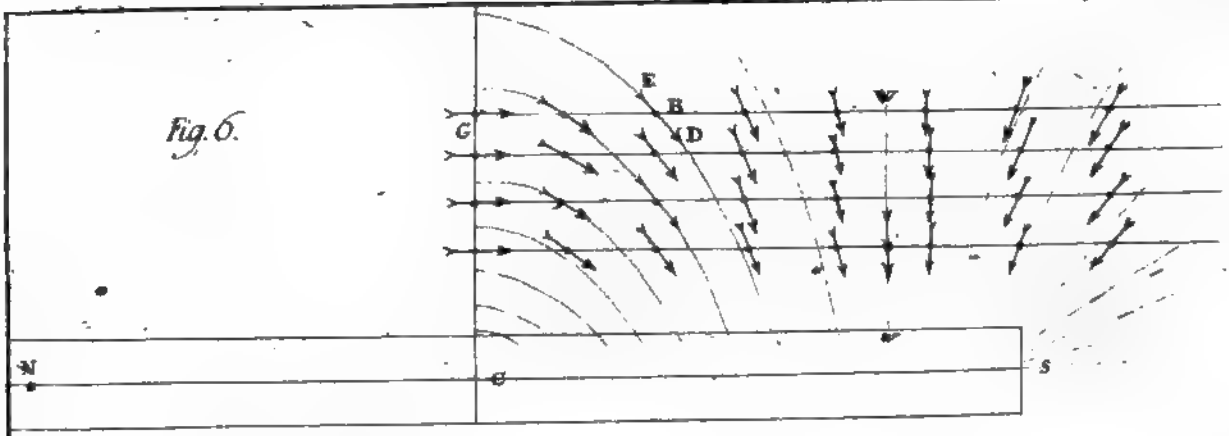


Fig. 7.
n
N
C
S
S
N
S
Fig. 8.
C
S n
G
M
L
W
H
A
Fig. 5.
3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Fig. 6.



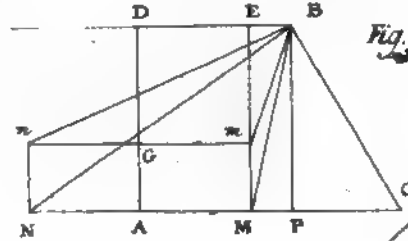


Fig. 9.

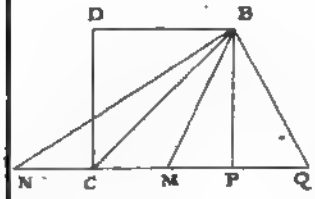


Fig. 10.

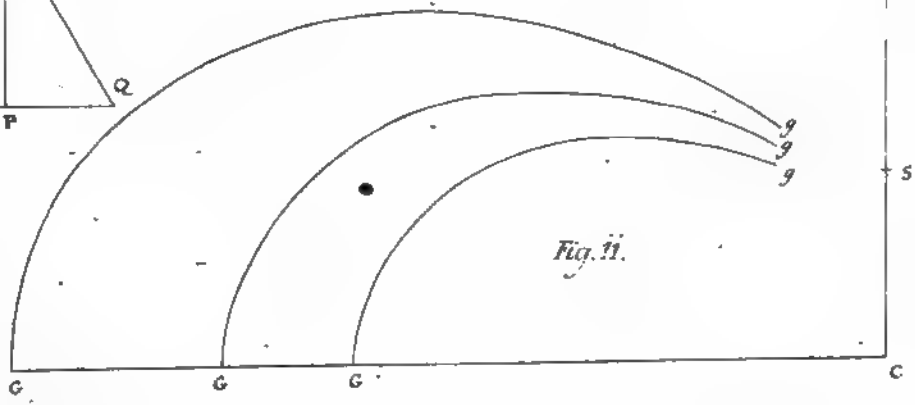


Fig. 11.

Or, pour le cas de l'équilibre, il doit être

$$v - \dot{v} = 0.$$

D'où l'on tire

$$\text{cotang}\,\omega = \frac{\text{cof NBC} - \text{cof MBC}}{\text{ſin BCP} \cdot \log\left(\frac{\text{tang } \frac{1}{2}\text{BMP}}{\text{tang } \frac{1}{2}\text{BNP}}\right) - \text{ſin MBC} - \text{ſin NBC}}.$$

§. 34. Les quantités tranſcendantes qui entrent dans cette formule, la rendent encore trop intraitable pour en déduire l'équation pour les courbes du courant magnétique. Comme cependant elle donne la direction de l'aiguille pour chaque point B, où on la place, il y a moyen de s'en ſervir, de la même maniere dont je me ſuis ſervi des tables §. 9. 24. 27. pour conſtruire les courbes du courant magnétique. C'eſt ce que j'ai fait, en donnant à l'aiman linéaire que cette formule préſuppoſe, la longueur de 67 lignes, qu'avoit l'aiman employé dans les expériences précédentes. J'ai deſſiné dans la 11me figure quelques unes des courbes du courant magnétique, en me ſervant de la même échelle, & en prenant les axes CQ égaux à ceux de quelques courbes *g*G de la 5me figure, afin de pouvoir d'autant plus facilement les comparer enſemble. La différence eſt fort petite, & ne conſiſte qu'en ce que les courbes de la 5me figure ſont plus allongées, ou tant ſoit peu moins larges; ce qui ſuivant ce que j'ai fait voir ci-deſſus (§. 24.) peut très bien être attribué à la longueur de l'aiguille employée dans l'expérience du §. 25. à laquelle la 5me figure ſe rapporte. Fig. 11

RECHERCHES
SUR
L'EXTENSION QUE SOUFFRENT LES FILS
AVANT DE SE ROMPRE.

PAR M. JEAN BERNOULLI. (*)

La matiere que je me propoſe de traiter ici ne l'a presqûe point été, que je ſache; cependant elle n'eſt pas indigne de l'attention des Géometres; elle eſt riche, elle peut mener à des découvertes utiles, & il y a lieu de croire que, ſi l'on a ſoin de faire des expériences exactes, les réſultats s'écarteront peu de la théorie. Mais, comme l'on peut en général pécher d'un grand nombre de manieres contre l'exactitude des expériences, il faut ici être attentif ſurtout, que le fil ſoit également fort dans toute ſa longueur; que la façon d'y attacher le poids, de même que celle d'attacher le fil par l'autre bout, ne le rendent point plus foible par l'un ou l'autre de ſes bouts; & comme toute la théorie eſt fondée ſur la façon de prêter du fil, avant qu'il ſe rompe, il faut auſſi avoir égard à ce que le point de ſuſpenſion ſoit bien ſolide, & ne plie ou prête en aucune façon.

On

(*) Lu en 1764. J'ai différé de publier ce Mémoire parce qu'il avoit beſoin d'être refondu, & que d'ailleurs je l'avois écrit dans le deſſein de faire des expériences ſur la tenſion des fils. Le loiſir m'a manqué pour me ſatisfaire ſur l'un & l'autre point & me manquera probablement encore plus à l'avenir. Je donne donc le Mémoire tel que je l'ai lu, dans l'eſpérance que peut-être quelqu'un exécutera mon idée relativement aux expériences. On trouvera des choſes utiles ſur ce ſujet dans un Traité du P. Belgrado: *Delle ſenſazioni del calore e del freddo*, imprimé à Parme en 1764. Au reſte, je dois à peu près le même avertiſſement au ſujet de la ſuite de ce Mémoire.

On peut mettre la force des fils à l'épreuve par plusieurs moyens, leur tension pouvant être considérée sous des points de vue différens: Je trouve inutile de m'appésantir ici sur le dénombrement de tous ces cas. La suite fera voir que j'en ai soumis les principaux à mes recherches. Mais, pour entrer en matiere,

§. 1. Considérons d'abord un fil tel que AB, étendu (*) horizontalement sans souffrir cependant aucune force, & supposons qu'en pendant au milieu de ce fil en C, un poids p qui soit précisément celui qu'il faut pour le rompre, il prenne la figure ADB immédiatement avant sa rupture; on pourra déduire de cette hypothese plusieurs questions, dont nous allons examiner quelques unes. Planche VI. Fig. 1.

PROBLEME I.

§. 2. *Les mêmes choses étant posées que dans le* §. 1. *& nommant* AB, $2l$, CD, α; *trouver de combien le fil s'est allongé pour prendre la figure* ADB.

SOLUTION.

Ce probleme est purement géométrique, & se résout ainsi. Puisque $AB = 2l$, $AC = CB$ sera $= l$, & comme CD doit nécessairement être perpendiculaire à AB, on aura $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = ll + \alpha\alpha$, & $AD = \sqrt{ll + \alpha\alpha} = l + \frac{\alpha\alpha}{2l}$ (parce qu'on suppose α très petit); de même DB sera $= l + \frac{\alpha\alpha}{2l}$, parce que le triangle CBD étant égal au triangle ACD, DB sera $=$ AD. On aura donc $AD + DB = 2l + \frac{\alpha\alpha}{l}$; mais $AD + DB - AB$ exprime l'allongement cherché, qui devient par conséquent $= \frac{\alpha\alpha}{l}$.

PRO-

(*) Je distingue entre *étendu*, & *tendu*; un fil étendu est simplement droit sans s'allonger; mais un fil tendu souffre un état violent, & s'allonge.

PROBLEME II.

Trouver pour les mêmes hypotheſes la tenſion qu'éprouve le fil AB, *dans la ſituation* ADB.

SOLUTION.

§. 3. On peut réſoudre ce Probleme de deux manieres, dont voici la premiere.

Fig. 2. Qu'on repréſente le poids p par la ligne DG, & ayant prolongé les lignes AD & BD, qu'on acheve le parallélogramme EDFG. ED exprimera la tenſion qu'éprouve DB, & FD celle qu'éprouve AD; c'eſt pourquoi ayant tiré la diagonale EF, comme les triangles ABD & EDF ſont ſemblables, on fera l'analogie ſuivante en ſuppoſant $AD = AC = l$ (ce qu'on peut faire, CD étant très petit,) $CD\ (\alpha)$. $DI\ (\frac{1}{2}p) :: AD\ (l).\ ED = \frac{pl}{2\alpha}$. Or ED ou DF exprime la tenſion cherchée que nous nommerons t; on aura donc $t = \frac{l}{2\alpha}p$.

La ſeconde maniere de reſoudre ce probleme eſt celle-ci. Fig. 3. Soyent décompoſées les forces AD & DB, à ſavoir AD en CD & DE & DB en CD & DF; on voit bien que les forces ED & DF étant diamétralement oppoſées l'une à l'autre, ſe détruiront mutuellement; ce ne ſera donc que la force CD priſe 2 fois, c'eſt à dire $2\frac{\alpha}{l}$ qui s'oppoſera au poids p, & multipliant cette force par la tenſion du fil que nous nommerons t, on aura $\frac{2\alpha}{l}t$ pour la puiſſance qui fait équilibre avec le poids p; donc $\frac{2\alpha}{l}t = p$: d'où l'on tire $t = \frac{l}{2\alpha}p$, ce qu'on avoit auſſi trouvé par la premiere ſolution.

PROBLEME III.

Fig. 4. & 5. §. 4. *Etant donné un fil* AB (l) *pendu verticalement, lequel s'allonge de* BD (α), *en y pendant le poids* P, *trouver quel poids il faudroit*

droit pendre au milieu C *d'un autre fil horizontal* ab (λ), *pour faire baiſſer ce milieu de* CD (x).

SOLUTION.

Comme il eſt indifférent ici de conſidérer le fil entier, ou ſeulement une de ſes moitiés, par rapport à la tenſion & l'allongement qu'il ſouffre, parce que le fil étant toujours également tendu & allongé dans toutes ſes parties, la force directe de l'extenſion doit néceſſairement être la même, nous ne prendrons la tenſion que de $\frac{1}{2}\lambda$ qui (§. 3.) eſt ici $\frac{\lambda}{4x}\pi$, en nommant π le poids cherché, & nous ferons cette analogie: ſi le fil l tendu par le poids ou la tenſion P s'allonge de α, de combien s'allongera le fil $\frac{1}{2}\lambda$ tendu par la tenſion $\frac{\lambda}{4x}\pi$? On aura donc $P l . \alpha :: \frac{\lambda\lambda}{8x}\pi . \frac{\lambda\lambda\alpha\pi}{8xlP}$; or nous ſavons (§. 2.) que l'allongement de $\frac{1}{2}\lambda$ eſt $\frac{xx}{\lambda}$; ſi l'on égale donc entr'eux ces deux allongemens, on tirera de l'équation la valeur cherchée de π; car on aura $\frac{\lambda\lambda\alpha\pi}{8xlP} = \frac{xx}{\lambda}$, donc $\pi = \frac{8lx^3P}{\lambda^3\alpha}$.

PROBLEME IV.

§. 5. *Trouver pour les mêmes hypotheſes que dans le probleme précédent, & en ſuppoſant de plus que les poids attachés aux fils ſoyent de part & d'autre préciſément ceux qui ſont requis pour les rompre, la valeur du poids π exprimée en α, l & P.*

SOLUTION.

Pour réſoudre ce probleme, il ſuffira de chaſſer x & λ de la valeur de π que nous avons trouvée par la ſolution précédente, & la nouvelle condition attachée au probleme nous en donnera les moyens: car, comme les effets que produiſent les poids pendus aux fils, ſont les

mêmes, on pourra raiſonner de cette façon: le fil l s'étant allongé de α, caſſe; de même le fil $\frac{1}{2}\lambda$ caſſe après s'être allongé de $\frac{xx}{\lambda}$; donc on aura cette analogie $l . \alpha :: \frac{1}{2}\lambda . \frac{xx}{\lambda}$, qui nous donne l'équation $\frac{lxx}{\lambda} = \frac{1}{2}\alpha\lambda$ ou $2lxx = \alpha\lambda\lambda$, d'où l'on tire $x = \lambda\sqrt{\frac{\alpha}{2l}}$; ſubſtituant cette valeur de x dans l'équation trouvée précédemment $\pi = \frac{8lx^3P}{\lambda^3\alpha}$, on a $\pi = 2P\sqrt{\frac{2\alpha}{l}}$.

§. 6. On peut remarquer ici que, comme l'équation $\lambda^3\alpha\pi = 8lx^3P$ qu'on a trouvée par la ſolution du Probl. III. exprime en général le rapport entre la longueur λ & la deſcente x d'un fil horizontal cauſée par un poids π pendu au milieu de ce fil, &, la longueur l & l'allongement α d'un fil vertical produit par le poids P pendu à ſon extrémité, on pourra toujours déterminer l'une ou l'autre de ces quantités qui ſeroit inconnue, les autres étant données. Pour appliquer ceci à un exemple en nombres, ſoit propoſé de déterminer la deſcente x du point C, l étant = 2 pieds, λ = 1 pied, P = 2 ℔, $\pi = \frac{1}{10}\xi$ & α = 4 lignes. L'équation $\alpha\lambda^3\pi = 8lx^3P$ nous donne $x^3 = \frac{\alpha\lambda^3\pi}{8lP}$ & $x = \frac{1}{2}\lambda\sqrt[3]{\frac{\alpha\pi}{lP}}$; on aura donc en ſubſtituant & en réduiſant les pieds en lignes & les livres en onces $x = 72\sqrt[3]{\frac{4 \times \frac{1}{10}}{288 \times 32}}$ lig. $= 9\sqrt[3]{\frac{1}{90}} = \frac{9}{4\times47}$ = environ 2 lig.

§. 7. On peut tirer encore de la ſolution du Probleme III. ce corollaire, qu'ayant trouvé par expérience ou en ſuppoſant le fait, qu'un fil dont la longueur = l, étendu horizontalement, ſe rompe après que le poids π qui cauſe cette rupture & qui eſt pendu à ſon milieu, a fait baiſſer ce point de la petite quantité x, on pourra dire d'avance quel poids P il faudra attacher au même fil pendu verticalement, afin

afin qu'il ſe rompe. Car reprenons notre équation $\alpha\lambda^3\pi = 8lx^3P$; comme λ & l expriment dans ce cas la longueur du même fil, ils ſeront égaux, & l'équation ſe réduit à $\alpha l^2\pi = 8x^3P$; de plus, l'effet devant être de part & d'autre la rupture du fil, les allongemens doivent être égaux, ſavoir $\alpha = \frac{2xx}{l}$, & l'équation devient $2xxl\pi = 8x^3P$, ou $2l\pi = 8xP$; donc $P = \frac{l}{4x}\pi$.

PROBLEME V.

§. 8. *Soit le fil* ab $= 2l$ *étendu horizontalement, dont le milieu* c *chargé du poids* π, *baiſſe de* cd $= \alpha$ *avant la rupture du fil. Qu'on prenne enſuite le fil* AB *en tout pareil à* ab; *qu'on le tende horizontalement avec le poids* p *& qu'enſuite on fixe le point* B; *trouver quel poids il faudroit pendre au milieu* C *pour caſſer le fil, & de combien ce point aura baiſſé avant la rupture.* Fig. 5. & 6.

SOLUTION.

Conſidérons dabord le fil *ab*; nous trouverons (§. 2.) ſon allongement exprimé par $\frac{\alpha\alpha}{l}$ & (§. 3.) la force de l'extenſion qu'il ſouffre dans la ſituation $adb = \frac{l}{2\alpha}\pi$. Nommant à préſent x le poids cherché requis pour rompre le fil AB, & ζ la ligne CD que le point C parcourt avant que le fil ſe rompe, l'allongement de ce fil ſera $\frac{\zeta\zeta}{l}$, & la force de ſa tenſion $= \frac{l}{2\zeta}x$; or $\frac{l}{2\alpha}\pi$ ſeroit le poids qu'il faudroit attacher au fil *ab* pendu verticalement, pour le rompre en l'allongeant de $\frac{\alpha\alpha}{l}$; on ſent donc que ſi $p = \frac{l}{2\alpha}\pi$, le fil ſe romproit ſans qu'on eût beſoin de pendre aucun poids au milieu, & que quel que

soit p, on aura toujours $p + \frac{l}{2\mathfrak{E}}x = \frac{l}{2a}\pi$; mais, comme le probleme eſt indéterminé, & que cette équation ne nous donneroit qu'une des indéterminées x ou $\mathfrak{E}$, il faut tâcher de trouver encore une autre équation. Nous chercherons pour cet effet l'allongement du fil $a\acute{a}$, quand il n'eſt tendu que par le poids p, & nous le trouverons par cette analogie : $\frac{l}{2a}\pi$ (force directe de la tenſion) . $\frac{aa}{l}$ (allongement produit par cette force) :: p . $\frac{2a^3}{ll} \times \frac{p}{\pi}$ (allongement cherché). Or, comme les effets ſont proportionels aux cauſes qui les produiſent, nous pourrons auſſi égaler entr'eux les allongemens produits par les poids qui forment la 1e équation, & nous aurons $\frac{2a^3}{ll} \times \frac{p}{\pi} + \frac{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}{l} = \frac{aa}{l}$, d'où l'on tire $\mathfrak{E}\mathfrak{E} = aa - \frac{2a^3p}{\pi l}$ & $\mathfrak{E} = a\sqrt{1 - \frac{2ap}{l}}$; ſubſtituant cette valeur de $\mathfrak{E}$ dans l'équation $p + \frac{l}{2\mathfrak{E}}x = \frac{l}{2a}\pi$ ou $x = \frac{\mathfrak{E}\pi}{a} - \frac{2\mathfrak{E}p}{l}$, nous trouvons $x = \pi\sqrt{1 - \frac{2ap}{\pi l}} - \frac{2pa}{l}\sqrt{1 - \frac{2ap}{\pi l}} = \pi - \frac{2pa}{l}\sqrt{1 - \frac{2ap}{\pi l}}$. Afin de ſavoir ſi ces valeurs de $\mathfrak{E}$ & de x ſont juſtes, tirons quelques corollaires.

1°. Si $p = \frac{l}{2a}\pi$, x & $\mathfrak{E}$ doivent devenir $= 0$; or on trouve dans ce cas là $\mathfrak{E} = a\sqrt{1-1} = 0$ & $x = \pi - \frac{2pa}{l}\sqrt{1-1} = 0$.

2°. Si $p = 0$, $\mathfrak{E}$ doit être $= a$ & $x = \pi$; or $\mathfrak{E}$ dans ce cas $= a\sqrt{1-0} = a$ & $x = \pi\sqrt{1-0} = \pi$.

Soit,

Soit, pour appliquer notre ſolution à un exemple en nombres, $l = 100$ lignes, $\alpha = 1$ lig. $\pi = 20$ onces, $p = 500$ onces; on aura $\delta = \alpha\sqrt{1 - \frac{2\alpha p}{\pi l}} = 1\sqrt{1 - \frac{2 \times 500}{20 \times 100}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ligne, & $x = \pi - \frac{2p\alpha}{l}\sqrt{1 - \frac{2p\alpha}{\pi l}} = 20 - \frac{2 \times 500}{100}\sqrt{1 - \frac{2 \times 500}{20 \times 100}} = 10\sqrt{\frac{1}{2}}$ once.

§. 9. Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que c'eſt au milieu des fils horizontaux qu'on pend les poids deſtinés à les tendre; mettons-nous maintenant en état de généraliſer les queſtions précedentes, en déterminant la tenſion & l'allongement d'un fil horizontal, chargé d'un poids en un point quelconque. La ſolution du Probleme ſuivant nous y fera parvenir.

PROBLEME VI.

§. 10. *Soit le fil* AB *étendu horizontalement, & qu'on y pende le poids* P *dans un point quelconque* C; *on demande la ſituation, ou la figure, que ce poids fera prendre au fil.* Pl. VII. Fig. 7

SOLUTION.

On voit que ce probleme revient à la queſtion de déterminer la valeur des angles EAD & DBE, que forment les branches tendues EA & EB avec la ligne AB qui repréſente la figure initiale du fil. Mais ce n'eſt pas ſans beaucoup de difficultés & ſans une grande circonſpection dans l'omiſſion des quantités très petites qu'on parvient à trouver ces valeurs; c'eſt ce qui a mérité l'attention de Mr. le Directeur Euler à qui j'ai parlé de ce probleme: & c'eſt plus par le ſecours de ce grand Géometre que par mes propres forces que je ſuis parvenu à la ſolution que j'en donne.

Je remarquerai d'abord que, ſi le point C ſe trouve hors du milieu du fil, le chemin que le poids P fera décrire à ce point ne ſera point perpendiculaire à la ligne AB, parce que ſi la partie BC du fil

ſurpaſſe en longueur la partie AC, elle s'allongera & prêtera davantage que celle-ci, qui en profitera pour conſerver d'autant plus la longueur qu'elle avoit avant la tenſion. On pourra donc ſuppoſer que la ſituation du fil AB après la tenſion, eſt repréſentée par la configuration AEB.

Soit $AC = a$, $BC = b$, $AB = c$, l'angle $EAB = \alpha$, l'angle $EBA = \zeta$, le ſinus de l'angle AEB ſera $= \sqrt{\alpha + \zeta}$, & la valeur de AE ſera exprimée par $\frac{c\sqrt{\zeta}}{\sqrt{\alpha + \zeta}}$, celle de EB par $\frac{c\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha + \zeta}}$. On trouvera auſſi la tenſion de chacune de ces deux branches du fil, ſéparément, en conſidérant que la ſomme de ces deux tenſions fait équilibre avec le poids P, & que par un théoreme connu on aura les deux analogies ſuivantes

$\sqrt{\alpha + \zeta}$. cof ζ :: P . tenſ AE,

$\sqrt{\alpha + \zeta}$. cof α :: P . tenſ BE; donc

$$\text{tenſ AE} = \frac{\text{P cof } \zeta}{\sqrt{\alpha + \zeta}} \text{ \& tenſ BE} = \frac{\text{P cof } \alpha}{\sqrt{\alpha + \zeta}}.$$

Nous déterminerons encore les allongemens reſpectifs des deux parties AC, CB, par ces deux proportions

$$\sqrt{\text{AEB}}\,(\sqrt{\alpha + \zeta})\,.\,\text{AB}\,(2a) :: \sqrt{\text{BAE}}\,(\sqrt{\alpha})\,.\,\text{BE} = \frac{2a\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha + \zeta}}$$

$$\sqrt{\text{AEB}}\,(\sqrt{\alpha + \zeta})\,.\,\text{AB}\,(2a) :: \sqrt{\text{ABE}}\,(\sqrt{\zeta})\,.\,\text{AE} = \frac{2a\sqrt{\zeta}}{\sqrt{\alpha + \zeta}}:$$

car, ſouſtrayant AC ou a de cette valeur trouvée de AE & BC, ou b, de la valeur trouvée de BE, nous aurons

$$\text{allong: de AC} = \frac{c\sqrt{\zeta}}{\sqrt{\alpha + \zeta}} - a; \text{ allong: de CB} = \frac{c\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha + \zeta}} - b.$$

Ima-

Imaginons-nous à préſent un fil NO égal en tout au fil AB, & ſuſpendu verticalement par ſon extrémité N, & ſuppoſons qu'en pendant au bout O de ce fil, un poids égal au poids P, il s'allonge de la quantité $OP = d$; comme les allongemens ſont en raiſon compoſée de la longueur du fil & de ſa tenſion, on aura en vertu de ce principe l'analogie ſuivante: l'allongement du fil AC eſt à la tenſion qu'éprouve ce fil AC multipliée par ſa longueur, comme l'allongement OP du fil vertical eſt au produit de la longueur de ce fil par le poids P, c'eſt à dire Fig. 2.

$$\frac{c\,\mathrm{ſ}\,\zeta}{\mathrm{ſ}\,\overline{\alpha+\zeta}} - a \,.\, \frac{a\mathrm{P}\ \mathrm{cof}\ \zeta}{\mathrm{ſ}\,\overline{\alpha+\zeta}} :: d \,.\, c\mathrm{P}.$$

Comparant de même la branche BE avec le fil NP, on a

$$\frac{c\,\mathrm{ſ}\,\alpha}{\mathrm{ſ}\,\overline{\alpha+\zeta}} - b \,.\, \frac{b\mathrm{P}\ \mathrm{cof}\ \alpha}{\mathrm{ſ}\,\overline{\alpha+\zeta}} :: d \,.\, c\mathrm{P}.$$

Ces proportions donnent les deux équations que voici

(I) $\mathrm{ſin}\ \overline{\alpha+\zeta} = \frac{c}{a}\mathrm{ſ}\,\zeta - \frac{d}{c}\ \mathrm{cof}\ \zeta$, &

(II) $\mathrm{ſin}\ \overline{\alpha+\zeta} = \frac{c}{b}\mathrm{ſ}\,\alpha - \frac{d}{c}\ \mathrm{cof}\ \alpha$.

Suppoſons $\frac{d}{c} = k$, & $\frac{c}{a} = m$, $\frac{c}{b} = n$ en ſorte que $mn = m + n$; ſubſtituant ces valeurs dans les deux quantités égales à $\mathrm{ſ}\,\overline{\alpha+\zeta}$ & mettant pour les ſin. & cof. des angles $\alpha+\zeta$, α, ζ, les deux premiers termes des ſuites qui les expriment, (les ſuivans pouvant être négligés à cauſe de leur petiteſſe infinie,) toutes ces ſubſtitutions donneront

(A) $\alpha + \zeta - \frac{1}{6}\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha\alpha\zeta - \frac{1}{2}\alpha\zeta\zeta - \frac{1}{6}\zeta^3 =$

(B) $m\zeta - \frac{1}{6}m\zeta^3 - k + \frac{1}{2}k\zeta\zeta =$

(C) $n\alpha - \frac{1}{6}n\alpha^3 - k + \frac{1}{2}k\alpha\alpha$.

Je

Je remarque maintenant que, ſi dans l'équation des quantités B & C, on ſuppoſoit α & ζ tellement petits que leurs troiſiemes puiſſances, & à plus forte raiſon leurs ſecondes puiſſances multipliées par k, puſſent être négligées, on trouveroit $m\zeta = n\alpha$, & par conſéquent $\alpha . \zeta :: m . n$. Comme cependant α & ζ ne ſont pas aſſez petits pour que cette hypotheſe ſoit tout à fait juſte, ce rapport me fait voir du moins que je puis avec raiſon ſuppoſer $\alpha = m\zeta + \theta$ & $\zeta = n\zeta - \theta$, où θ marquera la valeur d'un angle dont la petiteſſe infinie eſt du ſecond ordre. Je ſubſtituerai donc pour α & ζ ces valeurs dans l'équation des quantités B & C; elle ſera transformée en celle-ci

$$-m\theta - \tfrac{1}{6}mn^3\zeta^3 + \tfrac{1}{2}kmn\zeta\zeta = n\theta - \tfrac{1}{6}m^3n\zeta^3 + \tfrac{1}{2}km^2\zeta^2,$$

qui me donne $\theta = \tfrac{1}{6}mn\,(m - n)\,\zeta^3 + \tfrac{1}{2}k\,(m - n)\,\zeta^2$; comparant enſuite la quantité A avec B ou C & transformant l'équation, on la réduira enfin à celle-ci,

$$\tfrac{1}{2}mn\,(m + n)\,\zeta^3 + \tfrac{1}{2}k\,(mm - mn + nn)\,\zeta\zeta = k.$$

Il s'agit de tirer de cette équation la valeur de ζ; pour cet effet je ſuppoſerai que la quantité $\tfrac{1}{2}mn\,(m+n)\,\zeta^3 + \tfrac{1}{2}\,(mm - mn + nn)\,k\zeta\zeta$ eſt le cube de $\gamma\zeta + \delta k$, & j'aurai en élevant $\gamma\zeta + \delta k$ à la 3e puiſſance, & en comparant entr'eux les termes correſpondans, $\gamma = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}mn\,(m+n)}$ & $\delta = \dfrac{mm - mn + n^2}{6\sqrt[3]{\tfrac{1}{4}m^4n^4}}\cdot k$; ſubſtituant ces valeurs de γ & de δ dans l'équation $\gamma\zeta + \delta k = \sqrt[3]{k}$, j'ai $\zeta\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}mn(m+n)} + \dfrac{mm - mn + nn}{6\sqrt[3]{\tfrac{1}{4}m^4n^4}}k = \sqrt[3]{k}$, d'où l'on tire $\zeta = \sqrt[3]{\dfrac{2k}{mmnn}} - \left(\dfrac{mm - mn + nn}{3mmnn}\right)k$. Voilà donc la valeur de ζ déterminée en quantités connues; pour trouver de même la valeur de θ, il faudra ſubſtituer celle-là dans l'expreſſion que nous avons trouvée pour θ ci-deſſus, & l'on n'aura beſoin de conſidérer que le terme $\dfrac{k\,(m-n)}{3mn}$, les autres

pou-

pouvant être négligés, au moyen de quoi on aura $\alpha = m\zeta + \theta = \sqrt[3]{\frac{2km}{nn}} - k\left(\frac{mm - 2mn + 2nn}{3mnn}\right)$ & $\mathfrak{C} = n\zeta - \theta = \sqrt[3]{\frac{2kn}{mm}} - k\left(\frac{2mm - 2mn + nn}{3mmn}\right)$, ou, en remettant pour m & n leurs valeurs,

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{2bb}{ac}}\,k - \left(\frac{2aa - 2ab + bb}{3ac}\right)k, \text{ \&}$$

$$\mathfrak{C} = \sqrt[3]{\frac{2aa}{bc}}\,k - \left(\frac{aa - 2ab + 2bb}{3bc}\right)k.$$

Voilà donc les angles qu'on cherchoit, trouvés; ce ſera de leur conſtruction que dépendra la figure du fil, qui étoit proprement l'objet du probleme. Au reſte, il eſt évident que, par de ſimples corollaires qu'on tirera de cette ſolution, on ſera en état de répondre à pluſieurs queſtions pareilles à celles qui ont été propoſées pour des cas plus ſimples au commencement de ce Mémoire.

[Voici encore une autre ſolution du probleme précédent, que mon Oncle M. Daniel Bernoulli a eu la bonté de me communiquer à ma priere en 1766. „Soit AC $= a$; BC $= b$; ſuppoſez que le poids P attaché au point C mette ce point dans la poſition E; tirez la petite verticale Ec, & ſuppoſez qu'elle ſoit connue en diſant que le poids P baiſſe le point C d'une petite ligne donnée; il ne s'agira que de déterminer la petite Cc. Soit C$c = x$ & cE $= y$. Si l'angle en A $= \alpha$ & l'angle en B $= \mathfrak{C}$, la tenſion AE ſera $\frac{P \cos \mathfrak{C}}{\int(\alpha + \mathfrak{C})}$, ou plutôt $\frac{P \cos \mathfrak{C}}{\int\alpha + \int\mathfrak{C}}$; mais $\cos \mathfrak{C} = 1$; donc cette tenſion AE $= \frac{P}{\int\alpha + \int\mathfrak{C}}$: & comme pareillement tenſ BE $= \frac{P}{\int\alpha + \int\mathfrak{C}}$, les deux tenſions ſont égales avec toute la rigueur requiſe. Là deſſus je ferai mes calculs en négligeant toujours convenablement les petites quantités. AE $=$ $\sqrt{(a}$

$\sqrt{(a-x)^2+yy} = a - x + \frac{yy}{2}$; $AE - AC = \frac{yy}{2a} - x$;

pareillement $BE - BC = \frac{yy}{2b} + x$: voilà les deux allongemens, & comme les deux tenſions ſont les mêmes, les deux allongemens ſeront ſimplement proportionels aux longueurs naturelles AC & BC; donc $\frac{yy}{2a} - x : \frac{yy}{2a} + x = a : b$, d'où l'on tire $x = \frac{b-a}{2ab}yy$. Soit par ex. AC = 1 pied ou 144 lig.; BC = 288 lig.; Ec = 4 lig.; on aura $Cc = \frac{1}{36}$ lig.; quand on ſuppoſeroit Ec = 1 pouce, on ne trouveroit encore qu'un quart de ligne pour la valeur de Cc. Si on vouloit déterminer la valeur de x par d, voici comment il faudroit s'y prendre. L'allongement de tout le fil étendu AEB eſt $= \frac{yy}{2a} + \frac{yy}{2b}$ & celui du fil vertical $= d$; ces deux allongemens ſont comme les tenſions, ou comme $\frac{P}{fa+fb}$ à P, ou comme 1 à $fa + fb$, ou enfin comme 1 à $\frac{y}{a} + \frac{y}{b}$, d'où l'on tire $\frac{yy}{2a} + \frac{yy}{2b} : d = 1 : \frac{y}{a} + \frac{y}{b}$, ou bien $d = \left(\frac{yy}{2a} + \frac{yy}{2b}\right) \times \left(\frac{y}{a} + \frac{y}{b}\right) = \frac{(a+b)^2}{2aabb}y^3$, & par conſéquent $y = \sqrt[3]{\frac{2aabbd}{(a+b)^2}}$. Voilà donc le point cherché E déterminé très ſimplement par les trois valeurs données a, b & d, puiſque j'ai déterminé les petites lignes Cc & cE. Si on ne donne au baiſſement cE que 4 lig., on voit que la quantité d, qu'on introduit pour déterminer les autres, n'eſt que $\frac{1}{288}$ lig.: on voit auſſi pour le même exemple qu'en négligeant toute la tranſportation Cc, qui ſemble caractériſer le probleme, il n'en réſulteroit d'autre erreur ſur l'angle A que de ſa $\frac{1}{3174}$ partie: or l'angle A eſt de 1°. 35′ ou de 5700″; donc

donc toute cette erreur ne ſeroit que d'environ 1″, qu'on ne pourroit jamais obſerver.“]

§. 11. Paſſons à préſent à quelques conſidérations ſur des tenſions de fils produites par des efforts d'une autre nature; je veux parler de celles où le choc d'un corps peſant met le fil dans une ſituation forcée. Soit, par exemple, un fil AB étendu horizontalement, auquel le poids p pendu au milieu C & capable de le rompre, faſſe prendre la figure ADB immédiatement avant la rupture, on pourra propoſer la queſtion qui ſuit: Fig. 9.

PROBLEME VII.

§. 12. *Quelle doit être la viteſſe du même corps* p, *pour qu'ayant parcouru l'eſpace* HG = CD *le fil ſe rompe du choc qu'il reçoit, en ſuppoſant que* EF *repréſente un fil entierement le même que* AB?

SOLUTION.

Nommons AB, $2l$; CD = HG, α; & poſons que le corps heurtant ait déjà pouſſé le milieu G du fil EF juſqu'en I, & que IG ſoit = s. Nous connoiſſons par le §. 2. l'allongement de chaque fil; celui de AB ſera = $\frac{\alpha\alpha}{l}$ & celui de EF = $\frac{ss}{l}$; ſi donc on nomme t la tenſion que ſouffre le fil AB, on aura cette proportion $\frac{\alpha\alpha}{l}.t :: \frac{ss}{l}.$ tenſ. EF = $\frac{ss}{\alpha\alpha}t$; & l'analogie ſuivante $l.s :: \frac{ss}{\alpha\alpha}.\frac{s^3t}{l\alpha\alpha}$ nous donne la force directe du fil pour arrêter le corps p, = $\frac{2s^3t}{l\alpha\alpha}$. Soit maintenant la viteſſe cherchée = v, ſa force accélératrice = x = $V2v$, le tems employé à parcourir l'eſpace s = θ; on aura $-dv = \frac{2s^3t\,d\theta}{l\alpha\alpha p}$ = $\frac{2s^3}{l\alpha\alpha p}\times\frac{t\,ds}{v}$; donc $-v.dv = \frac{2s^3t\,ds}{l\alpha\alpha p}$ & $-\frac{1}{2}vv = \frac{s^4t}{2l\alpha\alpha p} \pm$ conſt.

Or, comme s devenant α, la viteſſe v doit s'évanouir, la conſtante ſera $-\frac{\alpha\alpha t}{2lp}$; donc $-\frac{1}{2}vv = \frac{s^4 t}{2l\alpha\alpha p} - \frac{\alpha\alpha t}{2lp}$, ou bien $vv = \frac{\alpha^4 t - s^4 t}{l\alpha\alpha p}$, d'où l'on tire la viteſſe cherchée $v = \sqrt{\frac{\alpha^4 t - s^4 t}{l\alpha\alpha p}}$.

§. 13. Je ne m'arrêterai pas plus longtems à cette eſpece de chocs, qui ſe fait contre des fils horizontaux : il ſera aiſé de tirer des corollaires de la ſolution que je viens de donner, & d'en faire l'application à des problemes différens. Je finirai par quelques recherches ſur l'effet que produit le choc d'un poids ſur un fil pendu verticalement : je n'entends pas le choc que pourroit produire un corps qui heurteroit à angles droits un fil pareil, mais celui qui ſe fait en élevant le poids pendu à un fil vertical, & en le laiſſant retomber.

PROBLEME VIII.

Fig. 10. & 11. §. 14. *Soit un fil* AB *pendu verticalement, à l'extrémité inférieure duquel on ait attaché le poids* p *qui l'étende de* BC $= \alpha$; *& ſuppoſé que dans cet état il ſoit ſur le point de ſe caſſer ; ſoit enſuite le fil* ab *de la même qualité & de la même longueur, au bas duquel on pende le poids* π *; qu'après cela on éleve ce poids* π *par ex. juſqu'en* D, *en ſorte que le fil prenne la figure* afghd: *& ſuppoſant que ce poids* π *ne ſoit pas aſſez grand pour qu'en retombant il caſſe le fil; il eſt clair que dans ce cas il fera ſeulement des oſcillations en ſens vertical & allongera le fil ; on demande, quelle eſt la hauteur* db *de laquelle on doit laiſſer retomber le poids, pour que le fil s'allonge de* bc $= \alpha$?

SOLUTION.

Suppoſé qu'on ait élevé le poids à la hauteur s, & que l'ayant laiſſé retomber, le fil ſe ſoit allongé de $bc = x$, ec ſera $= \alpha - x$. Soit la viteſſe de π en $c = v$. Comme la viteſſe eſt proportionelle à la force accélératrice & au tems, nous chercherons la force accélératrice,

trice; elle eſt, comme on ſait, égale à la puiſſance diviſée par la maſſe: or dans notre cas on n'a beſoin de conſidérer que la puiſſance avec laquelle le fil tâche de retenir le poids, & que l'analogie $\alpha . x :: p$ donne $= \frac{x}{\alpha} p$: car la puiſſance qu'exerce π, peut être négligée à cauſe de la petiteſſe de ce poids; on aura donc, en nommant t le tems, $- dv = \frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} dt$, ($dv$ eſt affecté du ſigne négatif parce que le corps avançant dans ſa chute perd de ſa viteſſe,) ou $- dv = \frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} \times \frac{dx}{v}$; donc $- v dv = \frac{x dx}{\alpha} \times \frac{p}{\pi}$, & intégrant $- \frac{1}{2} vv = \frac{xx}{2\alpha} \times \frac{p}{\pi} +$ conſt. Or, ſi $x = o$, la viteſſe devient $= V 2s$, que nous nommerons c; donc $s = \frac{1}{2} cc$, qui eſt la conſtante à ajouter; on aura par conſéquent $\frac{1}{2} cc - \frac{1}{2} vv = \frac{xx}{2\alpha} \times \frac{p}{\pi}$, & ſi on fait $x = \alpha$ comme la condition du probleme l'exige, on aura $v = o$, & $\frac{1}{2} cc = s = \frac{1}{2} \alpha \times \frac{p}{\pi}$, qui eſt une quantité finie, quoique α ſoit très petit, parce que ſa petiteſſe eſt compenſée par celle de π.

Il faut remarquer que, dans cette équation, s ne dépend pas ſeulement de p & de π, mais auſſi de α, c'eſt à dire, de l'allongement du fil; en effet, deux fils d'une même longueur auxquels on pend les mêmes poids & dont on éleve les extrémités à la même hauteur, s'allongeront plus l'un que l'autre, quand on laiſſe retomber les poids, ſuivant qu'il y en a un qui prête plus ou moins; c'eſt pourquoi, ſi on fait faire des fils ou des cordes, il eſt bon de faire attention à l'uſage auquel on les deſtine. Par exemple, ſi les cordes doivent ſoufrir un grand choc, comme les cables d'un navire, il faut les filer & les tordre de maniere qu'elles prêtent beaucoup; c'eſt ce que notre équation nous montre: car plus α eſt grand, & plus s devient grand.

COROLLAIRE.

§. 15. Dans la ſolution de notre probleme nous avons négligé la puiſſance qu'exerce π, & qui eſt la gravité naturelle exprimée par l'unité: ſi donc on vouloit la conſidérer, il faudroit retrancher 1 de la force accélératrice $\frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi}$, & on auroit cette équation élémentaire $-dv = \left(\frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} - 1\right) dt$, & au moyen des mêmes raiſonnemens employés ci-deſſus, on aura ſucceſſivement les équations ſuivantes $-dv = \left(\frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} - 1\right) \frac{dx}{v}$, $-v\,dv = \left(\frac{x}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} - 1\right) dx$ $= \frac{x\,dx}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} - dx$, $-\frac{1}{2}vv = \frac{\frac{1}{2}xx}{\alpha} \times \frac{p}{\pi} - x \pm$ conſt., $\frac{1}{2}cc - \frac{1}{2}vv = \frac{xx}{2\alpha} \times \frac{p}{\pi} - x$, $\frac{1}{2}cc = s = \frac{\alpha p}{2\pi} - \alpha$.

§. 16. Généraliſons encore le probleme conſidéré dans le cas du §. préc. & ſuppoſons que les fils tendus par les deux différens poids ſoient à la vérité de la même eſpece, mais non de la même longueur, & gardant au reſte les mêmes dénominations, appellons λ le fil qui éprouve le choc du petit poids π. On remarquera d'abord que de même que le fil AB ou l, ayant été allongé de la quantité BC, ou α, eſt ſuppoſé ſe rompre, il ſuit de la proportionalité qui eſt entre les allongemens & les longueurs des fils, que ſi l'allongement du fil lo ou λ ſurpaſſe la quantité $\frac{\lambda}{l}\alpha$, auſſitôt ce fil caſſera. J'obſerve à préſent que le corps π tombe librement de la hauteur s, après quoi il commence d'étendre le fil, & que par-là même il doit être arrêté peu à peu par la réaction de ce fil; qu'ainſi la viteſſe du corps, au moment qu'il commence d'allonger la corde, ſera exprimée par $\sqrt{2\alpha}$: ſuppoſons que depuis ce moment le corps ait parcouru le petit eſpace $or = x$, &

Fig. 10.

Fig. 12.

& que ſa viteſſe ſoit alors $= v$, on aura la force de la tenſion par cette analogie: l'allongement entier $\frac{\lambda}{l}\alpha$ donne à la corde une force de tenſion P; quelle ſera cette force pour un allongement x? & on trouve $\frac{lx}{\lambda\alpha}$P. Cette force retire le corps π, & l'arrête, pendant que ſon propre poids continue à le pouſſer; on a donc la force entiere qui le retarde $= \frac{lx}{\lambda\alpha}$P $- \pi$, laquelle étant diviſée par la maſſe π, donne la force retardatrice $= \frac{lx\text{P}}{\lambda\alpha\pi} - 1$. On a donc, en entendant par dt l'élément du tems, $-dv = \left(\frac{lx\text{P}}{\lambda\alpha\pi} - 1\right)dt = \left(\frac{lx\text{P}}{\lambda\alpha\pi} - 1\right)\frac{dx}{v}$, par conſ. $-vdv = \left(\frac{lx\text{P}}{\lambda\alpha\pi} - 1\right)dx$, dont l'intégrale eſt $s - \frac{1}{2}vv = \frac{lxx\text{P}}{2\lambda\alpha\pi} - x$; cette conſtante s que j'ai ajoûtée ſe trouve, de ce que faiſant or ou $x = o$, la viteſſe eſt celle qu'acquiert un corps en tombant de la hauteur s. Or la nature du probleme demande que le poids π perde préciſément ſon mouvement lorsque le fil a pris ſon plus grand allongement poſſible, c'eſt à dire, que $\frac{1}{2}vv$ devienne $= o$ au moment que $x = \frac{\lambda}{l}\alpha$; en ſubſtituant donc ces valeurs, on obtient $s = \frac{\text{P}\lambda\alpha}{2\pi l} - \frac{\lambda\alpha}{l}$. Cette équation, qui eſt une formule très générale, fournit matiere à un grand nombre de corollaires, en examinant la queſtion, tantôt rélativement au poids P & π, tantôt par rapport aux longueurs l, λ, α, qui méritent une attention particuliere: c'eſt ce qui m'engage à préſenter ce réſultat ſous la forme d'un exemple numérique.

Soit

Soit $l = 720$ lignes; $\lambda = 360$ lig. $\alpha = 10$ lig. $P = 320$ onces, & $\pi = 10\ \xi$; ces valeurs ſubſtituées dans la formule donnent $s = 75$ lignes: donc un poids de $10\ \xi$, tombant de la hauteur de $6\frac{1}{4}$ pouces, rompra une corde de 360 lignes de longueur, qui peut ſoutenir un poids de 320 onces, ou de 20 ℔. Une corde qui ſeroit 3 fois plus forte, mais qui ne prêteroit que le quart autant, ſeroit rompue par le même poids de $10\ \xi$, qui ne tomberoit que de la hauteur de $56\frac{1}{4}$ lig. de ſorte qu'une corde qui ſeroit trois fois plus forte, ſeroit rompue par un moindre choc. On conviendra aiſément que c'eſt ce qu'il y a de plus curieux & d'inattendu dans toute cette théorie.

PROBLEME IX.

Fig. 13. §. 17. *Soit le fil* ab *pendu verticalement, lequel étant allongé de* bc $= \alpha$ *par le poids* P *attaché en* b, *ſoit ſur le point de ſe rompre.*

Fig. 14. *Qu'on prenne enſuite le fil* AB, *en tout le même que* ab; *qu'on attache au milieu de ce fil en* C, *un fil* CF *chargé en* F *du poids* π. *On demande à quelle hauteur on doit élever ce poids* π, *afin que, quand il retombe, le fil* AB *s'allonge de* α, *& puis ſe rompe?*

SOLUTION.

Soit $ab = AB = 2l$; ſuppoſons qu'en élevant le poids π juſqu'en G, l'effort qu'il fait en retombant faſſe deſcendre le point C en d, & poſons $Cd = x$; $DF = s$; la viteſſe en $F = c$; celle en e (où ſe trouve le corps π après la chute) $= v$; comme l'élément de la viteſſe eſt proportionel à la force accélératrice et au tems, on cherchera d'abord la puiſſance qui retient le poids π, & diviſant cette puiſſance par la maſſe, on aura la force accélératrice, qui dans notre cas eſt plutôt une force retardatrice; or, comme $Cd = x$, l'allongement du fil AB ſera $= \frac{xx}{l}$; ainſi je trouverai la tenſion que ſouffre le fil AB en diſant: $\alpha . P :: \frac{xx}{l} . \frac{xx}{\alpha l} P =$ la tenſion cherchée; mais, comme la puiſſance qui retient le poids π n'eſt exprimée que par la ligne Cd, (ce

(ce qu'on voit en décompoſant les parties du fil Ad & dB) il faudra multiplier cette tenſion par $\frac{x}{l}$, & encore par 2, parce que Cd repréſente la puiſſance de AD & celle de dB; on aura donc $\frac{2x^3 P}{\alpha ll}$, que je diviſe par la maſſe, c'eſt à dire par π, pour avoir la force retardatrice, qui devient donc $\frac{2x^3}{\alpha ll} \times \frac{P}{\pi}$; maintenant j'ai cette équation, $-dv = \frac{2x^3}{\alpha ll} \times \frac{P}{\pi} dt = \frac{2x^3}{\alpha ll} \times \frac{P}{\pi} \times \frac{dx}{v}$; donc $-v\,dv = \frac{2x^3\,dx}{\alpha ll} \times \frac{P}{\pi}$, & intégrant $-\frac{1}{2}vv = \frac{x^4}{2\alpha ll} \times \frac{P}{\pi} +$ conſt. Or, ſi $x = o$, v devient $= c$ & $\frac{1}{2}vv = \frac{1}{2}cc$; il faudra donc mettre l'équation ſous cette forme, $\frac{1}{2}cc - \frac{1}{2}vv = \frac{x^4}{2\alpha ll} \times \frac{P}{\pi}$.

Soit CD, ou la quantité dont le point C baiſſe pour que le fil ſe rompe, $= \mathcal{E}$; l'allongement du fil ſera $\frac{\mathcal{E}\mathcal{E}}{l}$, qui doit être $= \alpha$ par la condition du probleme; donc $\mathcal{E}\mathcal{E} = \alpha l$ & $\mathcal{E} = \sqrt{\alpha l}$; ſuppoſons donc que le point C ſoit deſcendu en D (& le point F en E), x ſera $= \mathcal{E} = \sqrt{\alpha l}$ & $v = o$; ſubſtituant ces valeurs dans notre équation, nous avons $\frac{1}{2}cc = \frac{\alpha\alpha ll}{2\alpha ll} \times \frac{P}{\pi} = \frac{1}{2}\alpha \times \frac{P}{\pi}$. Or $\frac{1}{2}cc$, qui eſt la hauteur génératrice de la viteſſe c, eſt $= s$; on a donc la hauteur cherchée $S = \frac{1}{2}\alpha \times \frac{P}{\pi}$, qui à ce qu'on voit eſt la même quantité qu'on avoit trouvée ci-deſſus pour s, dans le cas où le fil AB ſeroit pendu verticalement, & c'eſt auſſi ce que le raiſonnement pouvoit faire prévoir.

§. 18. On obſervera que la ſolution du probleme précédent deviendroit aſſez compliquée en ſuppoſant que le fil auquel eſt attaché

le poids π s'allonge auſſi & qu'il doit ſe rompre après s'être allongé de α, ſi on vouloit la trouver par la méthode que nous avons ſuivie; mais on peut réſoudre le probleme plus aiſément de la maniere ſuivante.

Imaginons nous que le fil vertical, qui doit ſe rompre après qu'il s'eſt allongé de α, ſoit repréſenté par un reſſort A C B, fiché horizontalement dans le mur en C, & qui ſe caſſe quand le poids P pendu à ſon extremité B, a fait deſcendre le point B de α; il eſt clair que le fil horizontal étant de même qualité que le fil vertical & devant auſſi ſe rompre après s'être allongé de α, ſera également repréſenté par le même reſſort, à l'extrémité duquel on ſuppoſera pendu le poids π. Mais, comme nous ignorons encore la hauteur à laquelle il faut élever le poids π pour que la chute de ce poids cauſe un baiſſement du point B du reſſort, qui ſoit $= \alpha$, nous conſidérerons premiérement le reſſort comme ayant baiſſé de Bd, x, lorſqu'on a élevé le poids π à la hauteur s, & qu'on l'a laiſſé retomber; nous ſuppoſerons auſſi que le fil auquel eſt pendu le poids π, s'eſt allongé de x, parce qu'il doit ſe rompre quand le reſſort caſſe; gardant donc au reſte les mêmes dénominations que dans le

PlancheVII. Fig. 15.

Fig. 16.

probleme précédent, nous aurons encore $-dv = \frac{x}{\alpha} \times \frac{P}{\pi} \times dt$; mais $dt = \frac{2dx}{v}$; partant $-vdv = \frac{2xdx}{\alpha} \times \frac{P}{\pi}$; $s - \frac{1}{2}vv = \frac{xx}{\alpha} \times \frac{P}{\pi}$, & $s = \frac{\alpha P}{\pi}$.

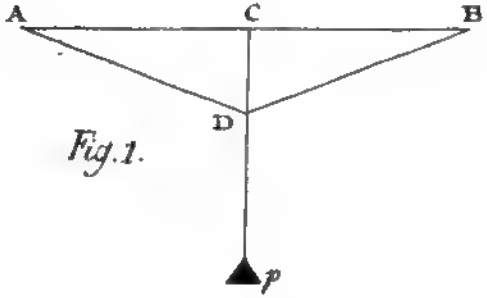


Fig. 1.

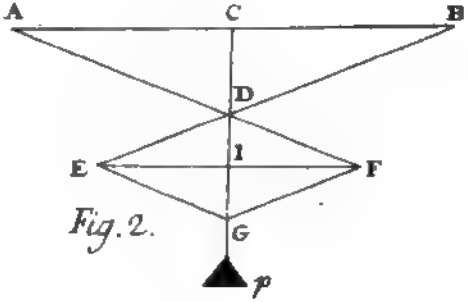


Fig. 2.

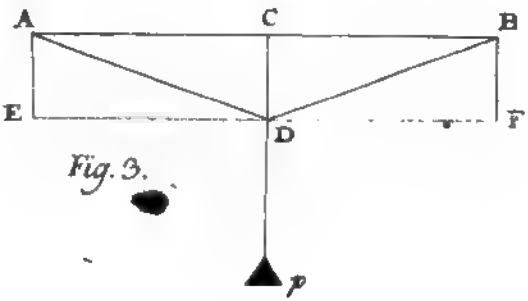


Fig. 3.

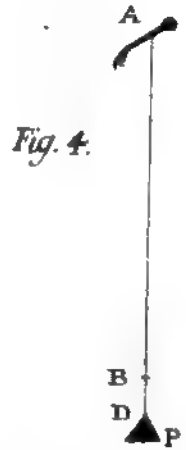


Fig. 4.

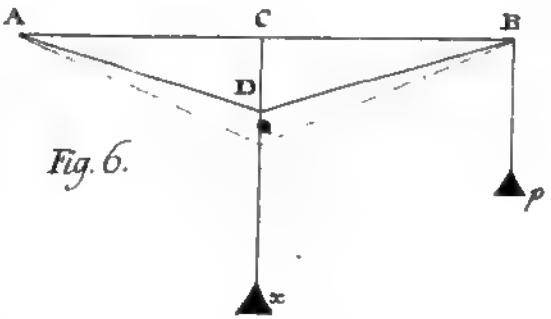


Fig. 6.

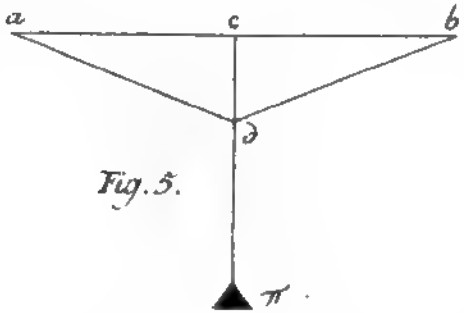


Fig. 5.

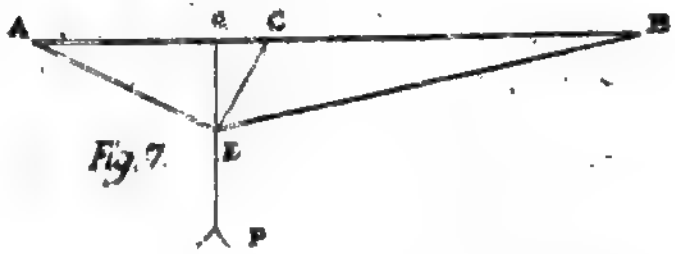


Fig. 7.

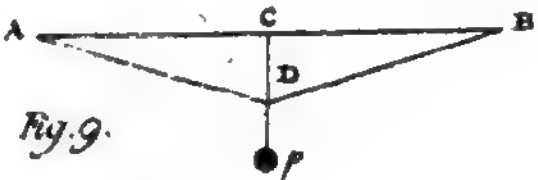


Fig. 9.

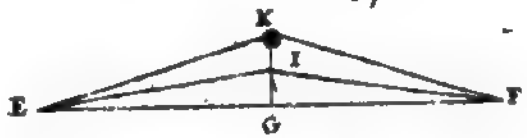


Fig. 8.

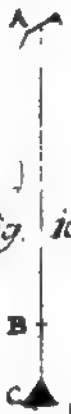


Fig. 10.

Fig. 11.

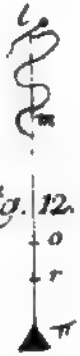


Fig. 12.

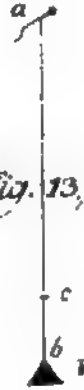


Fig. 13.

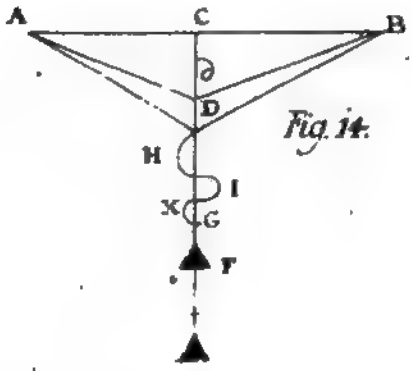


Fig. 14.

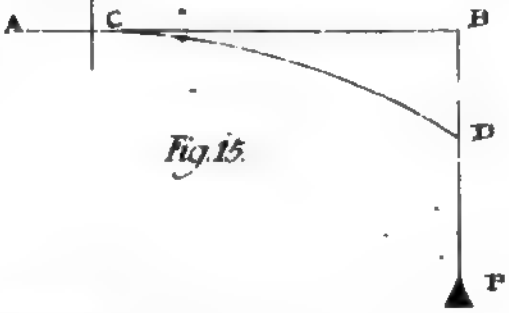


Fig. 15.

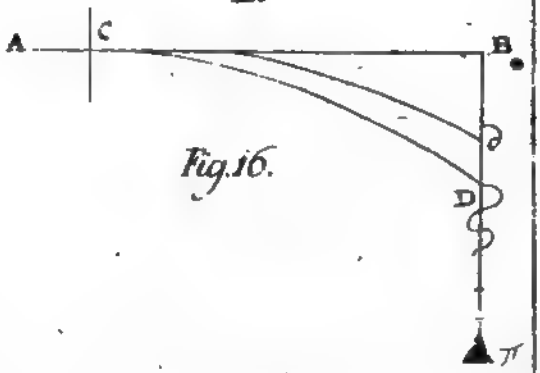


Fig. 16.

SUR

LA COHÉRENCE DES CORPS,

SECOND MÉMOIRE.

PROBLEMES SUR LA FORCE ET LA COURBURE DES LAMES ÉLASTIQUES. (*)

PAR M. JEAN BERNOULLI.

PROBLEME I.

§. 1.

Soit ACB *une lame élaſtique ſuppoſée ſans poids, fichée ou ſcellée dans un mur en* C, *& qu'on pende à ſon extrémité* B *un poids* P, *qui faſſe deſcendre ce point* B *juſqu'en* D; *on propoſe de trouver une équation à la courbe* CMD, *en la conſidérant comme une ligne preſque droite.* Pl. VIII. Fig. 1.

C'eſt ici le même probleme qu'on trouve réſolu dans les ouvrages de mon Grand-pere, & quoique cette ſolution-là donne une équation différente quant à la forme pour la courbe en queſtion, elle me diſpenſera néanmoins d'entrer dans un détail qui deviendroit ſuperflu ſur les principes deſquels je partirai.

Soit donc BD $=a$; l'abſciſſe CP $=x$; la petite appliquée PM $=y$; on aura PQ $=$ RQ $=dx$; $ms=dy$; $n\mathrm{T}=ddy$; & la longueur de la lame étant $=l$, PB ſera $=l-x$. Or c'eſt une hypotheſe qu'on peut admettre que le *momentum*, ou le poids multiplié par la longueur du levier, eſt proportionel à l'angle que fait la rangente avec la courbe; comme donc ici l'angle nST, ou ſon ſinus, eſt exprimé par nT ou ddy, & qu'on peut ſuppoſer TD (qui eſt le levier appuyé en S) $=$ RB, on aura ddy proportionel à $(l-x)$ P; & ſi

(*) Lu en 1766.

pour avoir une équation homogene on multiplie cette quantité $(l-x)$ P par $n\,dx^2$, où n marque un coëfficient quelconque, on aura $ddy = n(l-x)\,P\,dx^2$. L'intégrale de cette équation étant $dy = (nlx\,dx - \frac{1}{2}nx\,x\,dx)$ P, où il n'y aucune conſtante à ajouter, puiſque x devenant $= o$ tout devient $= o$, on pourra d'abord procéder à la ſeconde intégration, qui donnera $y = (\frac{1}{2}nlxx - \frac{1}{6}nx^3)$ P, & qui par la même raiſon ne demande pas de conſtante. A préſent il ſera facile de trouver le coëfficient indéterminé n; car comme, x devenant $= l$, y devient $= \alpha$, on aura auſſi cette autre équation, $\alpha = (\frac{1}{2}nl^3 - \frac{1}{6}nl^3)$ P $= \frac{1}{3}nl^3$P, d'où l'on tire $n = \frac{3\alpha}{l^3 P}$; ſubſtituant cette valeur de n dans la premiere équation on obtient

$$y = \frac{3\alpha xx}{2l} - \frac{\alpha x^3}{2l^3}, \text{ ou enfin, } y = \frac{3\alpha lxx - \alpha x^3}{2l^3};$$

pour l'équation cherchée à la courbe.

Corollaire 1.

§. 2. Si on veut ſavoir de combien le poids fait baiſſer le reſſort au milieu, il n'y a qu'à ſubſtituer dans l'équation trouvée pour x, $\frac{1}{2}l$, & on trouvera l'appliquée y pour ce point-là $= \frac{\frac{3}{4}\alpha l^3 - \frac{1}{8}\alpha l^3}{2l^3} = \frac{5}{16}\alpha$.

Corollaire 2.

§. 3. De ce que $\alpha = \frac{1}{3}nl^3$P, il s'enſuit que ſi l'on ſuppoſe que l'extrémité du reſſort étant deſcendue de la quantité α, le reſſort ſe caſſe, les poids requis pour caſſer le reſſort ſont en raiſon réciproque des longueurs du reſſort. Par ex. ſi le reſſort au lieu de l étoit ſuppoſé long de $3l$, il ne faudroit que $\frac{1}{3}$ P pour le rompre.

PROBLEME II.

Planch. VIII. Fig. 2. §. 4. *Soit* ACB *un reſſort dont le poids* $= q$, *fiché horizontalement dans une paroi en* C; *la gravité de chaque point de cette lame les*

les fera tous baiſſer plus ou moins deſorte que la lame prendra la figure CMD, *qui ſera une courbe presque droite; on demande une équation à cette courbe.*

Si d'un point quelconque M de la courbe on tire ſur CB, qui en eſt l'axe, l'appliquée PM $= y$, cP ſera l'abſciſſe que nous nommerons x; ſoit de plus CB $= \lambda$; PB ſera $= \lambda - x$, & nommons BD, $\mathcal{E}$, qui eſt la plus grande appliquée ou la quantité de laquelle l'extrémité du reſſort baiſſe. Comme on doit ſuppoſer ici de même que dans le probleme précédent, que les moments ſont proportionels aux ſecondes différences de y, nous chercherons d'abord le *momentum*, qui dans ce cas ſera exprimé par le poids de la partie PB ou MD multiplié par la diſtance du point M au centre de gravité; or le poids de PB $= \left(\frac{\lambda - x}{\lambda}\right)p$, & le centre de gravité étant au milieu de MD, la diſtance du point M à ce centre ſera $= \frac{1}{2}(\lambda - x)$; le *momentum* ſera donc $= \left(\frac{\lambda - x}{2\lambda}\right)^2 \times p$, & par le même raiſonnement que nous avons fait dans la ſolution du Probleme préc. on aura cette équation $ddy = n\left(\frac{\lambda - x}{2\lambda}\right)^2 p\,dx^2$, dont l'intégrale eſt $dy = -\frac{np}{6\lambda} \times (\lambda - x)^3\,dx +$ conſt. Or comme, x étant $= o$, dy doit auſſi ſe réduire à zéro, la conſtante ſera $\frac{np\lambda\lambda\,dx}{6}$, & par conſéquent $dy = -\frac{np}{6\lambda} \times (\lambda - x)^3\,dx + \frac{np\lambda\lambda\,dx}{6}$; intégrant de nouveau cette équation, on aura $y = \frac{np}{24\lambda} \times (\lambda - x)^4 + \frac{np\lambda\lambda x}{6}$ + une conſtante qu'on voit d'abord être $-\frac{np\lambda^3}{24}$, deſorte que l'équation cherchée aura cette forme, $y = \frac{np \times (\lambda - x)^4 + 4np\lambda^3 x - np\lambda^4}{24\lambda}$.

COROLLAIRE.

§. 5. Il ſera facile à préſent de comparer entr'eux les plus grands baiſſemens des lames élaſtiques dans les deux cas que nous venons de conſidérer: car, ſi dans l'équation trouvée on ſuppoſe $x = \lambda$, y devient $= \frac{np\lambda^3}{8}$ & $= \mathfrak{G}$. Or dans la ſolution du I. Probl. nous avons vû que α eſt $= \frac{nPl^3}{3}$; il s'enſuit donc que les deux baiſſemens garderont entr'eux la proportion qui ſuit, $\mathfrak{G} : \alpha = 3\lambda^3 p : 8l^3P$.

PROBLEME III.

Si une lame élaſtique, dont la longueur eſt $= l$ *& le poids* $= \pi$, *ſe rompt, quand après l'avoir ſcellée dans le mur on pend à ſon extrémité le poids* P; *quelle doit être la longueur d'une pareille lame pour qu'elle ſe rompe par ſon propre poids.*

Nommons la longueur cherchée, x; on trouvera par une des conditions du probleme que le poids d'une lame de cette longueur doit être $= \frac{x}{l}\pi$; & comme le centre de gravité de cette lame eſt au milieu, le moment ſera $= \frac{1}{2}x \times \frac{x}{l}\pi = \frac{xx}{2l}\pi$. Pour prendre maintenant auſſi le moment de la lame l, ſans avoir beſoin de conſidérer ſon poids, imaginons qu'avec une force P, on courbe cette lame ſur un plan horizontal, en tirant ſon extrémité à ſoi juſqu'à ce que la lame ſe rompe; il eſt viſible qu'alors le moment eſt ſimplement lP; or, comme pour les deux lames les effets doivent être égaux, c'eſt à dire que l'une & l'autre lame doivent ſe rompre, il faut que les cauſes ſoyent égales entr'elles, ſavoir le momentum d'une lame égale au momentum de l'autre lame; on aura donc $lP = \frac{xx}{2l}\pi$, donc $xx = \frac{2llP}{\pi}$ & $x = l\sqrt{\frac{2P}{\pi}}$.

PRO-

PROBLEME IV.

§. 7. *Trouver une équation à la courbe que formera une lame élaſtique fichée dans le mur, dont la longueur ſoit* $= L$, *le poids* $= \pi$, *& à l'extrémité de laquelle on ait pendu encore le poids* P, *qui faſſe deſcendre cette extrémité de la quantité* γ.

Il eſt aiſé de voir que c'eſt ici une combinaiſon des deux premiers problemes, & naturellement l'équation cherchée deviendra plus compliquée. Pour la trouver je ſuppoſerai toujours l'appliquée pour un point pris à volonté de la courbe, $= y$, & l'abſciſſe $= x$, & faiſant l'application de ce que j'ai dit plus haut (§. §. 2. & 3.) j'aurai le *momentum* $= (L-x)P + \frac{(L-x)^2}{2L}\pi$, & par conſéquent l'équation différentio-différentielle $ddy = n(L-x)P\,dx^2 + \frac{n(L-x)^2}{2L}\pi dx^2$. La double intégration ſe fait ici avec la même facilité qu'auparavant & on employera auſſi le même raiſonnement pour déterminer les conſtantes, deſorte donc qu'on a d'abord $dy = -\frac{1}{2}n(L-x)^2 P\,dx - \frac{1}{6}n\frac{(L-x)^3}{L}\pi dx + \frac{1}{2}nLLP\,dx + \frac{1}{6}nLL\pi dx$, & enfin $y = \frac{1}{6}n(L-x)^3P + 2\frac{1}{4}n\frac{(L-x)^4}{L}\pi + \frac{1}{2}nLLPx - \frac{1}{6}nLL\pi x - \frac{1}{6}nL^3P - 2\frac{1}{4}nL^3\pi$, qui eſt l'équation cherchée.

Corollaire.

§. 8. Si l'on fait $x = L$, y devient $= \gamma$, & on a alors $\gamma = \frac{1}{2}nL^3P + \frac{1}{6}nL^3\pi - \frac{1}{6}nL^3P - 2\frac{1}{4}nL^3\pi = \frac{1}{3}nL^3P + \frac{1}{8}nL^3\pi$. Equation, qui ainſi ſimplifiée montre au premier coup d'oeil ſa conformité avec les réſultats précédens.

§. 9. Je viens de donner les ſolutions de quelques problemes où j'ai ſuppoſé un reſſort fiché horizontalement dans un plan vertical ſolide; je paſſerai maintenant à examiner auſſi le cas où un tel reſſort

ſeroit planté verticalement & chargé d'un poids à ſon extrémité ſupérieure. On ſent bien que ſi la lame élaſtique eſt parfaitement verticale & que le poids agiſſe bien verticalement deſſus, elle ne devroit abſolument point pancher de quelque côté que ce ſoit: mais comme il eſt pour ainſi dire impoſſible d'atteindre à ce degré de perfection dans l'équilibre, il eſt évident que la lame panchera toujours un peu plus de l'un ou de l'autre côté.

PROBLEME V.

Fig. 3. §. 10. *Imaginons-nous donc que* A C *ſoit un tel reſſort chargé en ſon extrémité* A *d'un poids* P *qu'on y a pendu; ſuppoſons que ce reſſort s'étant courbé un peu d'un côté ait pris la figure* C F D, *qui ſera une courbe presque droite, & qu'il s'agiſſe de trouver une équation à cette courbe.*

Nommons la plus grande appliquée E D, γ; B F, une appliquée quelconque, y; l'abſciſſe B C, x; ſi la longueur A C du reſſort eſt $= l$, A B ſera $= l - x$. Or un principe de Mécanique connu nous enſeigne que le momentum du poids P, pour le point F, ſera exprimé par le produit de P & de la ligne F I ou $\gamma - y$; ſi donc on ſuppoſe de même encore que dans les cas précédens, le moment ou P $(\gamma - y)$ proportionel à ddy; cette hypotheſe nous fournira l'équation ſuivante

$$ddy = n(\gamma P - yP)\,dx^2,$$

où j'ai fait entrer, comme ci deſſus dans le ſecond membre, la quantité $n\,dx^2$ pour rendre l'équation comparable & homogene. Cette égalité ne s'integre pas immédiatement comme les autres; mais on la rendra intégrable en multipliant par dy de part & d'autre; car on aura

$$dy\,ddy = (\gamma P\,dy - P y\,dy) \times n\,dx^2,$$

dont l'intégrale eſt $\frac{1}{2}\,dy^2 = (\gamma P y - \frac{1}{2} P y y) \,.\, n\,dx^2$. Qu'on tire de cette équation la valeur de dx^2, on aura $dx^2 = \frac{dy^2}{n(2\gamma P y - P y y)}$, & $dx =$

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{(2n\mathrm{P}\gamma y - n\mathrm{P}yy)}} = \frac{dy}{\sqrt{n\mathrm{P}} \times \sqrt{(2\gamma y - yy)}}.$$

Or il faut remarquer que, ſi avec le rayon AC $= \gamma$, on décrit un demi-cercle dont on faſſe l'abſciſſe AP $= y$, l'appliquée PM ſera $= \sqrt{(2\gamma y - yy)}$, & que l'élément M$m$ de l'arc AM ſera $= \frac{\gamma dy}{\sqrt{(2\gamma y - yy)}}$. Fig. 4

L'intégrale donc de notre équation $dx = \frac{dy}{\sqrt{n\mathrm{P}} \times \sqrt{(2\gamma y - yy)}}$, ſera

$$x = \frac{1}{\gamma\sqrt{n\mathrm{P}}} \cdot \text{Arc. AM},$$

où de même qu'après la premiere intégration il ne faut point de conſtante; car ſi $x = o$, y eſt auſſi $= o$ & l'arc AM eſt de même $= o$.

Corollaire.

§. 11. Si $x = l$, y devient $= \gamma$ & l'arc AM devient égal au quart de cercle. Soit le quart de cercle $= q$; on aura $l = \frac{q}{\gamma\sqrt{n\mathrm{P}}}$, & par conſéquent $\gamma = \frac{q}{l\sqrt{n\mathrm{P}}}$. De cette équation on tire $\frac{\gamma}{q} = \frac{7}{11}$ (en adoptant ici le rapport le plus ſimple du diametre à la circonférence) $= \frac{1}{l\sqrt{n\mathrm{P}}}$, d'où l'on voit que cette quantité $\frac{1}{l\sqrt{n\mathrm{P}}}$, ſera toujours conſtante pour le même poids P, parce que le rapport du rayon au quart de cercle eſt conſtant.

Au moyen de ce que je viens dire nous pourrons auſſi réſoudre la queſtion ſuivante.

PROBLEME VI.

§. 12. *Suppoſé que dans le cas que nous avons conſidéré dans le Probleme I. le poids* P′ (*nous déſignerons ce poids par* P′ *pour le diſtinguer de l'autre*) *qu'on a pendu à l'extrémité du reſſort, ſoit préciſément* Fig. 3.

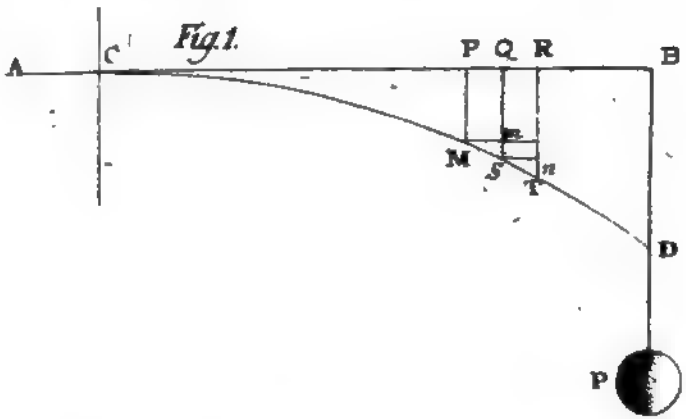
celui qui eſt requis pour caſſer le reſſort, c'eſt à dire, que l'extrémité du reſſort ayant baſſé de α, *le reſſort ſe rompe; on demande la valeur du poids* P, *dont il faudra charger l'extrémité du même reſſort fiché verticalement dans un plan horizontal, pour le rompre quand* ED *devient* $= \gamma$.

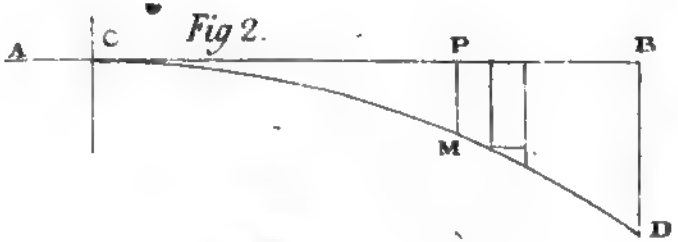
Puiſque par le §. préc. $\frac{1}{l\sqrt{n\mathrm{P}}} = \frac{7}{11}$, on aura $l\sqrt{n\mathrm{P}} = \frac{11}{7}$, donc $ll n\mathrm{P} = \frac{121}{49}$ & $n = \frac{121}{49\,ll\mathrm{P}}$. Or dans le Probleme I. nous avons trouvé $n = \frac{3\alpha}{l^3\mathrm{P}'}$ & comme pour le même reſſort n doit toujours être le même, on pourra égaler ces deux valeurs entr'elles & on aura $\frac{121}{49\,ll\mathrm{P}} = \frac{3\alpha}{l^3\mathrm{P}'}$, ou $121\,l\mathrm{P}' = 147\alpha\mathrm{P}$ & $\mathrm{P} = \frac{121\,l\mathrm{P}'}{147\alpha}$.

§. 13. Suppoſons, pour appliquer cette ſolution à un exemple numérique, que l ſoit $=$ 1 pied $=$ 144 lignes, $\alpha = 1$ lig. $\mathrm{P}' = 10^{16}$, on trouve $\mathrm{P} = \frac{121 \times 144 \times 10}{147} = 1186$ livres.

§. 14. On obſervera que la valeur de P trouvée au §. 12. ne renferme plus de γ; cela ſuit de ce que $\frac{1}{l\sqrt{n\mathrm{P}}}$ eſt exprimé par $\frac{\gamma}{q}$, qui eſt un rapport conſtant; par conſéquent il arrivera toujours que, quel que ſoit le poids P, s'il eſt conſidérablement trop petit pour rompre le reſſort, cette lame en vertu de ſon élaſticité ſe remettra auſſitôt dans ſa ſituation verticale. Mais, ſi ce poids ne differe que d'une quantité très petite du poids requis pour rompre le reſſort, il arrivera que ſi avec la main on éloigne de la verticale AC, l'extrémité D, d'une quantité ED quelconque (qui ſoit cependant toujours compriſe entre les bornes où le reſſort ſe caſſera & la verticale) le reſſort demeurera conſtamment dans la poſition qu'on lui aura donnée; ce qui dénote une certaine *latitude d'équilibre*. Enfin, pour peu qu'enſuite on aug-

mente





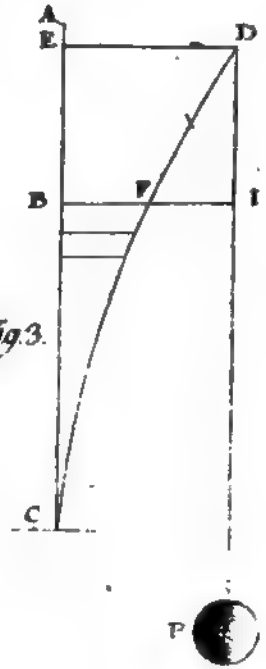


Fig. 3.

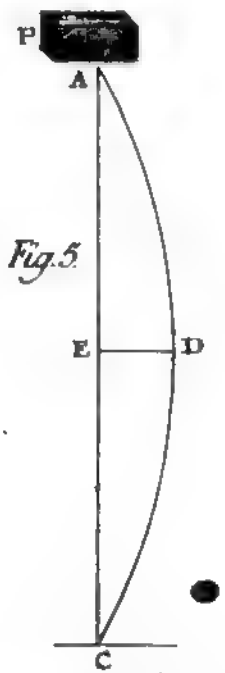


Fig. 5.

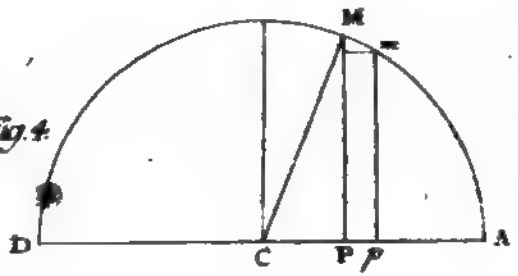


Fig. 4.

mente le poids P, le reſſort prendra la plus grande courbure dont il eſt ſuſceptible, & ſe rompra.

COROLLAIRE 1.

§. 15. Si la longueur du reſſort eſt double, il ne faudra que le quart du poids pour le rompre; car $P = \frac{121/P'}{147\alpha}$: or la ſolution du premier probleme nous a fait voir que α augmente en raiſon quarrée, & P' en raiſon réciproque des longueurs du reſſort en ſorte que $/P'$ eſt conſtant; par conſéquent, ſi l'on fait ici la longueur de la lame $= 2/$, on aura $P = \frac{121/P'}{4 \cdot 147\alpha} = \frac{1}{4} \times \frac{121}{147} \cdot \frac{/P'}{\alpha}$.

COROLLAIRE 2.

§. 16. Si on fait la longueur du reſſort $= 2/$, mais ſans le fixer autrement qu'en l'appuyant, il pourra ſupporter le même poids que peut ſupporter un reſſort tel que j'en ſuppoſe un dans le probleme précédent; car, ſi le point C n'eſt pas fixe, le poids P fera prendre au reſſort la figure ADC, dont les moitiés AD & DC forment la même courbe que la courbe DFC de la fig. 3. On voit de là qu'on retire un plus grand avantage en empêchant ſimplement l'extrémité d'enhaut des colonnes de ſe jetter de côté, qu'en laiſſant cette extrémité libre, ſurtout ſi elles ſont deſtinées à ſoutenir de grands poids, & qu'on doit rendre ces colonnes plus fortes au milieu, qu'autre part, parce que c'eſt là qu'elles ſouffrent les plus grands efforts.

SUR

LA COHÉRENCE DES CORPS,

TROISIEME MÉMOIRE.

PROBLEMES SUR LA RÉSISTANCE DES POUTRES. (*)

PAR M. JEAN BERNOULLI.

§. 1.

Quand on veut approfondir la force & les rélations des poutres deſtinées à ſoutenir de grands poids, on entreprend, je crois, cette recherche avec le plus de méthode, & par conſéquent avec le plus de ſureté, en s'imaginant ces poutres diviſées en une infinité de parties égales, lesquelles, ſi la poutre eſt ſurchargée & ſe courbe, ſe ſéparent de haut en bas à des diſtances proportionelles à leurs hauteurs. Pour rendre la choſe plus évidente, ſuppoſons la poutre AH, murée dans une paroi, & repréſentons-nous cette poutre comme compoſée de parties égales infiniment petites, telles que A*a*B, B*b*C &c.; il eſt clair que, ſi le poids P pendu à l'extrémité H eſt aſſez conſidérable pour courber la poutre, chaque paire des parties égales prendra la forme de fig. 2., les points de diviſion *b*, *c*, *d* &c. ſeront des eſpeces de charnieres, & les filamens contenus entre les deux parties qui ſe ſéparent pourront être comparés à des fils qui s'étendent par l'effort qu'ils ſouffrent. Mais, ſi l'on augmente le poids en ſorte qu'il ſoit aſſez grand pour rompre la poutre, deux de ces parties ſe ſépareront entierement, & cela arrivera à l'endroit où la poutre ſouffre le plus, à ſavoir au commencement A, parce que c'eſt là que le *momentum* du poids eſt le plus grand. Or, généralement parlant, le premier filet étant rompu, les ſuivans doivent ſe rompre ſucceſſivement; car, ſi cent filets n'ont pu réſiſ-

Planche IX. Fig. 1.

(*) Lu en 1766.

réſiſter, 99 le pourront encore moins. Cela poſé, paſſons à la propoſition ſuivante.

PROBLEME I.

§. 2. *Trouver un rapport entre les forces de deux poutres dont la longueur & la largeur ſont les mêmes, mais la hauteur différente, & qui ſont chargées toutes deux de poids capables de les rompre.*

Soit A*a*H (fig. 1.) l'une des poutres; AIH (fig. 3.) l'autre; leur longueur commune AH $=$ L; A*a*, la hauteur de la premiere, $= l$; AI, hauteur de la ſeconde, $= \lambda$; le poids requis pour rompre la premiere $=$ P; celui qui eſt requis pour rompre la ſeconde $= \pi$. Comme c'eſt la cohéſion des élémens de la poutre, qui fait équilibre avec le poids qui tâche de la rompre, il ſuffira de trouver cette cohéſion & de l'égaler au *momentum*. Pour déterminer donc cette force qui fait tenir ces élémens l'un à l'autre, nommons α la plus grande extenſion B*m* des filamens contenus entre deux élémens de la poutre A*a*H; il eſt évident que B*n*, ou la plus grande extenſion des filamens de la poutre AIH, ſera auſſi $= \alpha$, parce que les deux poutres étant ſuppoſées ſe rompre, ſi les filamens de l'une s'étendent de α avant la rupture, la même choſe doit arriver dans l'autre. Prenons dans la ligne *bn* de la poutre AIH un point *i* à volonté, & faiſons $bi = x$; comme les extenſions des filamens ſont proportionelles aux hauteurs des poutres, on trouvera l'extenſion $ki = \frac{x}{\lambda}\alpha$ en diſant, $\lambda : x = \alpha : \frac{x}{\lambda}\alpha$. Multipliant cette quantité par le levier *bi* ou x, j'ai $\frac{xx}{\lambda}\alpha$ pour le *momentum* de la force du point *i*; multipliant encore par dx, j'ai $\frac{\alpha x x\, dx}{\lambda}$, dont l'intégrale $\frac{x^3\alpha}{3\lambda}$ exprime la force de tous les filamens compris entre *b* & *ki*. Si je fais donc $x = \lambda$, j'aurai $\frac{\lambda^3\alpha}{3\lambda}$ ou $\frac{1}{3}\lambda\lambda\alpha$, pour la force qui fait équilibre avec le *momentum* du poids π; par

conſéquent $\frac{1}{3}\lambda\lambda\alpha = L\pi$. Il faut remarquer que proprement on devroit multiplier de part & d'autre par la largeur de la poutre, de ſorte que, ſi l'on nomme cette largeur m, on auroit $\frac{1}{3}\lambda\lambda m\alpha = mL\pi$. Par le même raiſonnemment on trouve pour la poutre $A\alpha H$ l'équation $\frac{1}{3}ll\alpha m = mLP$; d'où l'on voit que les forces des deux poutres, ou les poids requis pour les caſſer, ſont entr'eux comme les quarrés des hauteurs.

§. 3. Si on pend des poids égaux & qu'on ſuppoſe que ni l'une ni l'autre ne ſe rompe, les extenſions de leurs derniers filamens ne ſeront plus égales; mais l'extenſion dans la poutre $A\alpha H$ étant α, celle dans l'autre ſera, par exemple, ϵ & on aura ces deux équations $\frac{1}{3}ll\alpha = LP$ & $\frac{1}{3}\lambda\lambda\epsilon = LP$, donc $\frac{1}{3}ll\alpha = \frac{1}{3}\lambda\lambda\epsilon$ & $\frac{\alpha}{\epsilon} = \frac{\lambda\lambda}{ll}$; par conſéquent ces extenſions ſont en raiſon réciproque quarrée des hauteurs des poutres.

§. 4. Les angles que forment les parties des poutres en ſe ſéparant, ſeront dans ce cas entr'eux comme $\frac{\epsilon}{\lambda} : \frac{\alpha}{l}$. Or, de l'équation $\frac{\alpha}{\epsilon} = \frac{\lambda\lambda}{ll}$, on tire $\frac{\epsilon}{\lambda} = \frac{\alpha ll}{\lambda^3}$; donc ces angles ſont entr'eux comme $\frac{\alpha ll}{\lambda^3} : \frac{\alpha}{l}$, ou comme $l^3 : \lambda^3$, c'eſt à dire en raiſon cubique réciproque des hauteurs. Or ces angles ſont proportionels aux baiſſemens des extrémités des poutres; donc ces baiſſemens ſeront auſſi entr'eux en raiſon cubique réciproque des hauteurs, quand les largeurs des poutres ſont les mêmes. Mais, ſi la largeur de la poutre $A\alpha H$ eſt $= m$, celle de la poutre $AIH = \mu$, le rapport de leurs baiſſemens ſera $\mu\lambda^3 : ml^3$.

§. 5. On peut tirer de ce rapport celui des baiſſemens d'une même poutre, dont on auroit changé enſuite la hauteur en largeur & la

largeur en hauteur; pour cet effet il n'y a qu'à mettre pour λ la largeur m, & pour μ la hauteur l, on aura pour le rapport cherché $lm^3 : ml^3$, ou $mm : ll$; ce qui fait voir que ces baiſſemens ſont entr'eux en raiſon quarrée réciproque des hauteurs.

PROBLEME II.

§. 6. *Une poutre fixée horizontalement dans un mur, dont la longueur eſt* $= L$, *la hauteur* $= l$, *& dont les derniers filamens s'étendent de* α *avant la rupture, ſe rompant ſi l'on pend à ſon extrémité le poids* π, *trouver quel poids il faudra pendre à l'extrémité de la même poutre pour la rompre, en la ſuppoſant ſuſpendue verticalement.*

Nous avons trouvé, pour une poutre telle que fig. 4., l'équation $\frac{1}{3}ll\alpha = L\pi$; ſi nous ſuppoſons maintenant la même poutre pendue verticalement, (comme fig. 5.) il eſt clair, 1°. que le poids cherché pendu à ſon extrémité, & que nous nommerons P, étendra également tous les filamens de la poutre; 2°. que l'étendue de chacun de ces filamens ſera $= \alpha$, immédiatement avant la rupture, parce que les poutres devant ſe rompre l'une & l'autre, & la poutre fig. 4. ſe rompant quand ſes filamens ſe ſont étendus de α, la même choſe doit être arrivée dans la poutre fig. 5.; par conſéquent la force avec laquelle les filamens réſiſtent au poids P eſt exprimée uniquement par $l\alpha$; donc $l\alpha = P$ & $\alpha = \frac{P}{l}$. Or l'équation $\frac{1}{3}ll\alpha = L\pi$, nous donne $\alpha = \frac{3L\pi}{ll}$; donc $\frac{P}{l} = \frac{3L\pi}{ll}$ & $P = \frac{3L\pi}{l}$.

§. 7. Pour appliquer ce réſultat à un exemple, ſoit $L = 6$ pieds; $l = \frac{1}{2}$ pied; $\pi = 5000$ ℔; on aura $P = \frac{3 \times 6 \times 5000}{\frac{1}{2}} = 180000$ ℔.

§. 8. Je remarquerai ici qu'en ſuppoſant même l'exemple bien choiſi, cependant en faiſant l'expérience on trouveroit peut-être qu'il faut

faut plus de 180000, & même juſqu'au double, pour rompre la poutre verticale; cela vérifieroit une théorie particuliere, qu'on a déjà formée ſur ce ſujet, & qui eſt fondée dans la nature même: voici en quoi elle conſiſte.

§. 9. En conſidérant la poutre A*a*H, comme nous avons
Fig. 1. fait juſqu'ici à l'égard des poutres horizontales, on voit que ce ſeroit le point *a* qui ſupporteroit tout l'effort du poids P, pendu à l'extrémité de la poutre, & que par-là il ſouffriroit prodigieuſement; ce qui répugne à l'ordre de la nature, s'il eſt poſſible que la rupture de la poutre ſe faſſe autrement que nous ne nous le ſommes repréſenté, & de maniere que le point *a* en ſouffre moins. Or il eſt aiſé de prouver cette poſſibilité. Car ne ſe peut-il pas très bien que dans la hauteur de la poutre il y ait un certain point, par ex. *s*, juſqu'auquel tous les filamens s'étendent, & qu'après ce point les filamens ſe condenſant, forment autant de petits reſſorts qui réſiſtent au poids P, enſorte que ce poids éprouveroit la même réſiſtance qu'il éprouvoit dans la ſuppoſition précédente, mais le point *a* ne ſouffriroit pas tant à beaucoup près; ce qui eſt plus naturel, & rend par conſéquent cette théorie très vraiſemblable.

Le lieu du point *s*, ou du point de repos, où il n'y a ni condenſation ni dilatation des filamens, n'eſt cependant pas déterminé, quoiqu'il ſoit aſſez probable qu'il eſt environ au milieu. Toujours ne pourra-t-il jamais être au deſſus; l'expérience indiquée ſervira le plus le déterminer. Car, ſi l'on trouve (par analogie p. ex. en faiſant des expériences qui ne demandent pas de ſi grands poids) qu'il faut 360000 ℔. au lieu de 180000 ℔., c'eſt une marque que le point *s* eſt au milieu; ainſi la hauteur de la poutre ne pourra être regardée que comme $= \frac{1}{2} l$, ce qui étant mis au lieu de l dans l'équation $P = \frac{3L\pi}{l}$, fait $P = \frac{6L\pi}{l}$, c'eſt à dire 2 fois plus grand.

On obſervera au reſte, que cette théorie ne cauſe de changement que dans ce dernier cas, parce que dans les précédens nous avons tou-

toujours conſidéré des poutres horizontales rélativement les unes aux autres, & la nouvelle théorie ne change rien aux rapports que nous avons trouvés.

PROBLEME III.

§. 10. *Trouver le rapport des forces qu'une poutre horizontale cylindrique & une autre parallélépipede de même diametre, oppoſent aux poids pendus à leurs extrémités & qui les rompent.*

Soit ANMB la ſection du cylindre, dont le diametre AB = $2r$; l'inſpection de la figure fait voir que le nombre des filamens qui ſe rompent doit être très différent ſuivant la hauteur à laquelle ſe trouve la rangée de filamens qui ſe rompt. C'eſt pourquoi, ſi la théorie que je viens d'expoſer a lieu, le rapport des forces cherché ne ſera pas le même que dans la premiere hypotheſe, & il faudra le chercher ſéparément pour les deux cas. Planche X. Fig. 6.

Premier Cas.

Suppoſons premierement que tous les filamens s'étendent, & cherchons la force que ceux qui ſont contenus dans un eſpace quelconque NDMB, oppoſent au poids qui rompt la poutre. Soit DB = x, la plus grande extenſion des filamens en A = a; celle des filamens en D ſera = $\frac{x}{2r}a$; DM ſera = $\sqrt{(2rx-xx)}$ & NM = $2\sqrt{(2rx-xx)}$. Tirant maintenant une autre corde nm infiniment proche de NM, on aura Dd = dx. Si je multiplie maintenant $\frac{x}{2r}a$ par $2\sqrt{(2rx-xx)}$, par dx, & encore par le levier x, le produit me marque le *momentum* de la force des filamens contenus dans la petite zone NDMmdn, qui eſt donc = $\frac{xx}{r}a\,dx\sqrt{(2rx-xx)}$, dont l'intégrale $\int\frac{xx}{r}a\,dx\sqrt{(2rx-xx)}$ exprime le moment de la force des filamens contenus dans NDMB; enfin, ſi dans cette intégrale on ſubſtitue pour x la hauteur entiere $2r$, on aura celui de tous les filamens contenus dans la ſection cylindrique, & cette quantité ſera égale au moment du poids qui rompt la poutre,

c'eſt à dire $= L\pi$, en nommant ce poids π & la longueur de la poutre L. Cherchons à préſent la force de la poutre parallélépipede. La
Fig. 7. ſection de cette poutre ſera repréſentée par le quarré HGKL, circonſcrit au cercle ANBM de la figure précédente, & gardant les mêmes dénominations, la force, ou plutôt le moment de la force des filamens contenus dans l'eſpace ELKF, ſe trouvera par le même raiſonnement que ci-deſſus $= \int xx\,a\,dx = \frac{ax^3}{3}$. Mettant pour x la *hauteur* $2r$, on a $\frac{8ar^3}{3}$ pour la force que tous les filamens de la poutre oppoſent au moment du poids qui rompt cette poutre & que nous nommerons P; donc $\frac{8ar^3}{3} = LP$. Mais $\int \frac{xx}{r} a\,dx\sqrt{(2rx-xx)} =$

$$\frac{a}{r} \times \left(\left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{12}rxx - \frac{5}{24}rrx - \frac{5}{8}r^3\right) \times \sqrt{(2rx-xx)} + \int \frac{\frac{5}{8}r^4 dx}{\sqrt{(2rx-xx)}}\right),$$

de laquelle quantité la partie intégrée ſe réduit à zéro, ſi $x = 2r$, & l'autre $\int \frac{\frac{5}{8}r^4 dx}{\sqrt{(2rx-xx)}}$, qui exprime le produit de $\frac{5}{8}r^3$ par un arc de cercle dont le ſinus verſe eſt x, devient $\frac{5}{8}r^3$ fois le demi-cercle, ou $\frac{5}{8}r^3 \times \frac{22}{7}r$; on aura donc enfin cette équation $\frac{a}{r} \times \frac{5}{8}r^3 \times \frac{22}{7}r = L\pi$. Donc le rapport des forces d'un cylindre à celles d'un parallélepipede de même diametre ſera dans la premiere ſuppoſition $\frac{a}{r} \times \frac{5}{8}r^3 \times \frac{22r}{7} : \frac{8}{3}ar^3$, ou $165 : 224$.

SECOND CAS.

Fig. 8. Pour trouver auſſi ce rapport dans la ſuppoſition que la moitié ſeulement des filamens s'étende, imaginons-nous que ADMB ſoit la demi-ſection cylindrique qui contient les filamens qui ſe dilatent, & cherchons d'abord la force de ceux qui ſont contenus dans un eſpace

que'

quelconque ANMB, dont la hauteur eſt PC $= x$. Comme DC $=$ r, PM ſera $= \sqrt{(rr - xx)}$, NM $= 2\sqrt{(rr - xx)}$, & en raiſonnant de la même maniere que pour la ſolution du premier cas, on trouve la force que les filamens compris dans l'eſpace ANMB, oppoſent au poids qui rompt la poutre, exprimée par $\int \frac{2a}{r} \times xxdx\sqrt{(rr-xx)} =$ $\frac{2a}{r} \times \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{8}rrx\sqrt{(rr-xx)} + \int \frac{\frac{1}{8}r^4 dx}{\sqrt{(rr-xx)}}\right)$; ſi $x = r$, la partie intégrée devient $= o$, & l'autre qui eſt $= \frac{2a}{r} \times \left(\frac{1}{8}r^3 \times \text{Arc. Cof } x\right)$, devient $= \frac{2a}{r} \times \frac{1}{8}r^3 \times$ quart de cercle $= \frac{1}{4}arr \times \frac{11}{7}r =$ $\frac{11}{28}ar^3$, quantité qui doit être $= L\pi$; & comme les forces des poutres parallélepipedes ſont entr'elles en raiſon quarrée des hauteurs, on aura dans ce ſecond cas $\frac{2}{3}ar^3 = LP$, pour une telle poutre de même diametre. Donc le rapport des forces de ces poutres eſt $\frac{11}{28}ar^3 : \frac{2}{3}ar^3$ ou $33 : 56$. Et pluſieurs expériences que M. *Muſchenbroeck* a faites donnant à peu près le même rapport, confirment l'hypotheſe par laquelle nous l'avons trouvé.

PROBLEME IV.

§. 11. *Une poutre de la forme d'un priſme triangulaire étant fichée dans un mur en ſorte qu'un côté ſoit parallele à l'horizon, on pourra pendre tel poids à ſon extrémité, qui la rompra en partie & ne pourra cependant pas la rompre entierement; ce qui fait voir qu'à une certaine hauteur la poutre eſt plus forte qu'elle n'eſt au ſommet. On propoſe de trouver cette hauteur où la poutre eſt la plus forte.*

Suppoſons que ABC ſoit la ſection du priſme entier; nous chercherons d'abord la force de ce priſme, tronqué de maniere que ſa ſection ſoit DBCE, & quand nous l'aurons trouvée, nous la ferons $=$ à un *maximum*, & nous trouverons par-là la hauteur cherchée. Fig. 9.

Soit donc la hauteur du priſme entier AL $=$ AB $=$ AC (en ſuppoſant la baſe petite) $= l$, celle du priſme tronqué ND $=$ DB $=$ EC $= \lambda$. Donc AD ou AE $= l - \lambda$. Soit BC $= 1$, la plus

grande extenſion des filamens en DNE $=$ a; nous chercherons encore ici la force de la partie du ſolide dont la hauteur ſeroit $=$ x. Soit donc PD $=$ x $=$ FB $=$ GC, Pp $=$ dx. Or, par des analogies faciles à ſaiſir, on trouvera FG $=$ $\frac{l-x}{l}$, & l'extenſion des filamens en FPG $=$ $\frac{x}{\lambda}a$. Multipliant donc $\frac{l-x}{l}$ par $\frac{x}{\lambda}a$ par x & par dx, j'ai $\frac{xx}{\lambda}a\,dx - \frac{ax^3dx}{\lambda l}$, dont l'intégrale $\frac{\frac{1}{3}x^3a}{\lambda} - \frac{\frac{1}{4}x^4}{\lambda l}$ marque la force des filamens compris dans l'eſpace FBCG. Faiſant x $=$ λ, on a $\frac{1}{3}\lambda\lambda a - \frac{\frac{1}{4}\lambda^3 a}{l}$ pour la force des filamens contenus dans la ſection DBCE, & c'eſt cette force qui doit être un *maximum*; ſa différentielle doit donc être $=$ o; différentiant donc & traitant λ de variable, l & a de conſtantes, on a $\frac{2}{3}a\lambda\,d\lambda - \frac{\frac{3}{4}a\lambda\lambda\,d\lambda}{l}$ $=$ o, ou $\frac{2}{3}$ $=$ $\frac{3}{4}$ x $\frac{\lambda}{l}$, donc λ $=$ $\frac{8}{9}l$, qui eſt la hauteur cherchée, & ce qui dénote qu'une poutre de la forme d'un priſme triangulaire eſt la plus forte aux $\frac{8}{9}$ de ſa hauteur.

§. 12. Si on veut ſavoir quel eſt le rapport entre la plus grande force & la force au ſommet du priſme, il faut chercher premiérement la force des filamens compris dans le triangle ABC. Or on la trouve auſſitôt en faiſant λ $=$ l, dans $\frac{1}{3}\lambda\lambda a - \frac{\frac{1}{4}\lambda^3 a}{l}$; cette force devient donc $=$ $\frac{1}{3}ll a - \frac{1}{4}ll a$ $=$ $\frac{1}{12}ll a$; par conſéquent le rapport dont il s'agit eſt $\frac{1}{3}\lambda\lambda a - \frac{\frac{1}{4}\lambda^3 a}{l} : \frac{1}{12}ll a$; ſubſtituant pour λ ſa valeur $\frac{8}{9}l$, on a ce rapport $\frac{64}{729}ll a - \frac{128}{729}ll a : \frac{1}{12}ll a$, ou $\frac{192-128}{729} : \frac{1}{12}$ ou 768 : 729, d'où l'on voit que la plus grande force eſt d'environ un vingtieme plus grande que la force au commencement.

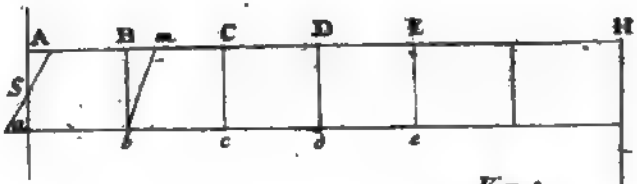


Fig. 1.

Fig. 2.

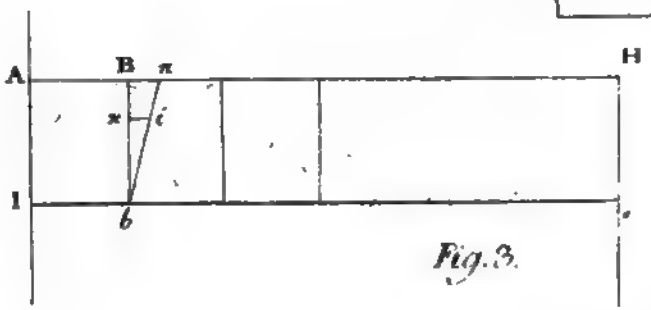
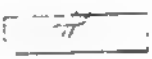


Fig. 3.



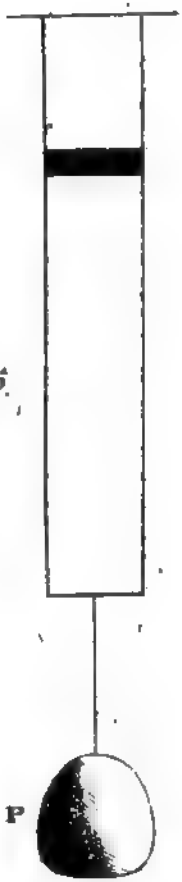


Fig. 5.

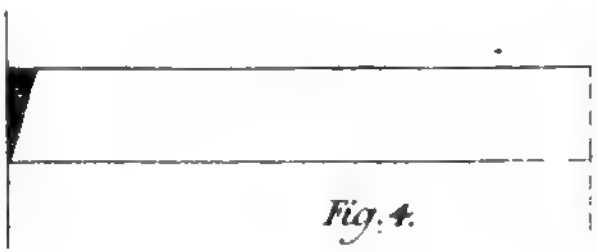


Fig. 4.

Fig. 6.

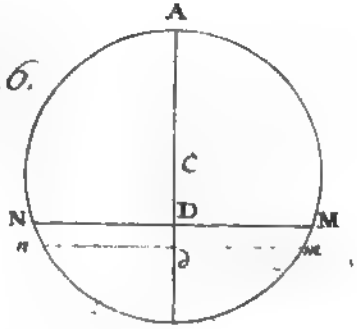


Fig. 7.

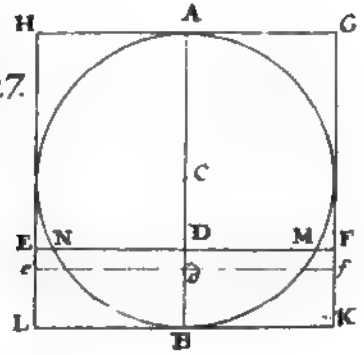


Fig. 8.

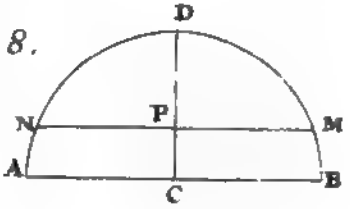
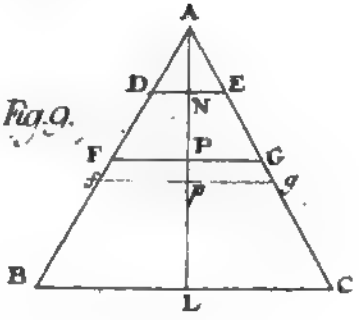


Fig. 9.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE MATHÉMATIQUE.

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS DE DEUX DIFFÉRENTES SORTES DE VERRE QUI NE PRODUISENT AUCUNE CONFUSION, NI PAR LEUR OUVERTURE, NI PAR LA DIFFÉRENTE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS, AVEC LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE D'EN FAIRE DES LUNETTES. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir déjà pluſieurs fois traité cette matiere, je me vois obligé d'y revenir par les découvertes ſurprenantes qu'on vient de faire ſur la nature du verre & de ſes différentes eſpeces. Je n'ai pas honte d'avouer franchement, que les premieres nouvelles qui en ont été publiées, me parurent trop ſuſpectes, & même trop contraires aux principes les mieux établis, pour que j'aye pu y ajouter foi. Qu'il y ait deux eſpeces de verre, où la réfraction des rayons moyens ſeroit à peu près la même, pendant que celle des extremes différeroit très énormément, cela me parut choquer le bon ſens. Peut-être ne me ſerois-je jamais rendu aux preuves, que Mr. Dollond a produites pour ſoutenir cet étrange phénomene, ſi Mr. Clairaut, qui d'abord

(*) Lu en 1764.

bord n'en devoit pas être moins ſurpris, ne m'avoit très poſitivement aſſuré, que les expériences de Mr. Dollond n'étoient que trop bien fondées. Mais enfin les expériences que Mr. Zeiher vient de faire à Pétersbourg, ont achevé de me ramener de ma prévention, cet habile Phyſicien ayant inconteſtablement prouvé, que c'eſt le plomb dont on ſe ſert dans quelques compoſitions du verre, qui y produit cette bizarre qualité d'augmenter la diſperſion des rayons extremes, ſans changer ſenſiblement la réfraction des moyens. Et en augmentant la quantité du plomb dans la mixture, il eſt même parvenu à compoſer un verre, qui produit encore une plus grande diſperſion que le Flintglaſs de Mr. Dollond.

II.

Maintenant il faut donc entierement renoncer à ce principe, qui a paru juſqu'ici ſi bien fondé, que la diſperſion des rayons extremes dépend uniquement de la réfraction des rayons moyens: & on eſt obligé de convenir, que la diſperſion dépend principalement de la qualité du verre, ſans que la réfraction moyenne en ſoit ſenſiblement affectée. Pour mettre mieux dans ſon jour cette bizarre qualité, & pour la rendre applicable au calcul, conſidérons une eſpece de verre, où les rayons moyens en y entrant de l'air ſouffrent la réfraction comme $m : 1$; ou bien que le ſinus de l'angle d'incidence ſoit à celui de réfraction comme m à 1. Or, pour les rayons rouges ou les moins réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m - dm : 1$, & pour les rayons violets ou les plus réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m + dm : 1$. Car, puiſque les rayons moyens tiennent le milieu entre les moins & les plus réfrangibles, il ſera permis d'écarter également la réfraction des extremes de celle des moyens: & outre cela il ſera également permis de regarder ces différences dans la réfraction comme très petites, & de les repréſenter par la forme différentielle dm. Cela poſé, il faut à préſent convenir que ce différentiel dm ne dépend en aucune maniere de la quantité m, mais uniquement de la qualité du verre, de ſorte que la quantité m demeurant la même, la valeur du différentiel dm puiſſe varier très conſidérablement.

III.

III.

Conſidérons maintenant deux différentes eſpeces de verre, & diſtinguons l'une par la lettre M, & l'autre par N. Or les réfractions de toutes ſortes de rayons ſoyent repréſentées ainſi :

la raiſon de réfraction de l'air dans le verre	M	N
des rayons rouges - - - - -	$m - dm : 1$	$n - dn : 1$
des rayons moyens - - - - - -	$m : 1$	$n : 1$
des rayons violets - - - - -	$m + dm : 1$	$n + dn : 1$,

où il faut remarquer, que quoique la différence entre les nombres m & n, qui répondent à la réfraction des rayons moyens, ſoit preſque inſenſible, celle des différentiels dm & dn peut être très conſidérable, attendu que Mr. Zeiher a trouvé par ſes expériences, que ſi l'eſpece M eſt compoſée d'une égale quantité de plomb & de cailloux, pendant qu'il n'y entre point de plomb dans l'eſpece N, le différentiel dm, d'où dépend la diſperſion des rayons, eſt trois fois plus grand que le différentiel dn, tandis que le nombre m ſurpaſſe à peine le nombre n. Donc, puiſqu'on peut mettre plus ou moins de plomb dans la mixture du verre M, pendant que le verre N n'en contient point du tout, on eſt en état de faire pluſieurs eſpeces de verre M, dont la diſperſion dm tienne à dn des rapports fort différens, depuis la raiſon d'égalité juſqu'à celle de 3 à 1, ſuppoſé que celle-ci ſoit la plus grande à laquelle on puiſſe atteindre en égalant la quantité du plomb à celle des cailloux. Mais, pour le deſſein que j'ai ici en vue, la raiſon de 2 à 1 n'eſt déjà que trop ſuffiſante.

IV.

Or, dès qu'on nous accorde deux eſpeces de verre M & N, où le rapport entre les diſperſions, ou de dm à dn, ſurpaſſe conſidérablement le rapport de $m - 1$ à $n - 1$, il eſt poſſible de combiner deux verres formés de ces deux eſpeces, & d'en faire un objectif compoſé, qui réuniſſe dans ſon foyer toutes les images repréſentées par les rayons différemment réfrangibles, en ſorte que l'image y ſoit auſſi pure,

que s'il n'y avoit point de diverſe réfrangibilité. Pour cet effet, il s'agit uniquement de proportionner d'une certaine façon les diſtances de foyer de ces deux verres entr'elles, ſans que les rayons des faces en ſoyent autrement déterminés, qu'autant qu'il faut pour procurer à chacun une certaine diſtance de foyer. Donc, en ne donnant aux faces que des figures ſphériques, on eſt en état de les déterminer en ſorte, que la confuſion cauſée par la figure ſphérique, & de là par l'ouverture des verres, ſoit auſſi réduite à rien, ou bien que tant les rayons qui paſſent par le milieu des verres, que ceux qui paſſent près de leurs bords, repréſentent dans leur foyer la même image. De tels verres objectifs compoſés ſeront donc portés au plus haut degré de perfection qu'on puiſſe ſouhaiter, puiſque tant la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons, que celle qui provient de la figure des verres, y eſt entierement détruite: de ſorte qu'un tel objectif ſera ſuſceptible d'une auſſi grande ouverture que la courbure de ſes faces le permet, ſans qu'on ait à craindre le moindre inconvenient.

V.

Explication du ſujet.

Planche XI. Fig. 1. Pour trouver de tels objectifs délivrés de toute confuſion, il faut commencer par la conſidération de deux verres quelconques MM & NN, diſpoſés ſur le même axe EF, dont celui là ſoit fait de l'eſpece de verre marquée ci-deſſus par la lettre M, & celui-ci de l'eſpece N. J'enviſage l'un & l'autre de ces deux verres comme convexe des deux côtés, & je nommerai les rayons de leurs faces, de MAM $= a$; de MBM $= b$; de NCN $= c$; de NDN $= d$. Or pour l'épaiſſeur de chacun je la ſuppoſe ſi petite, qu'on la puiſſe négliger dans le calcul; mais outre cela je tiendrai auſſi compte de la diſtance entre ces deux verres, que je nommerai BC $= u$.

Cela poſé, je conçois ſur l'axe en E un point lumineux dont la diſtance avant le premier verre MM ſoit EA $= e$, & je chercherai la route des rayons qui paſſent par le verre MM à la diſtance AX $= x$ de l'axe. Comme tous ces rayons en paſſant par le premier verre MM

MM ſouffrent la même réfraction, ſoit F le point où ils concourroient avec l'axe s'ils ne paſſoient pas par l'autre verre NN, & je nommerai la diſtance $BF = f$. Or, puiſque ces mêmes rayons rencontrent le ſecond verre NN à la diſtance de l'axe $CY = y$, ſoit G le point de leur réunion avec l'axe, après avoir paſſé par ce ſecond verre, & nommons la diſtance $DG = g$.

Maintenant la queſtion revient à déterminer les conditions en ſorte, que le point G demeure invariable, quoiqu'on change tant la réfraction de chaque verre, que l'éloignement $AX = x$.

VI.

De la réfraction par la premiere face MAM.

Soit a le centre de la premiere face MAM, & partant le rayon $Aa = Xa = a$: & cherchons dabord le point O, où les rayons réfractés par cette ſeule face ſe réuniſſent avec l'axe, & poſons la diſtance $AO = z$. Ayant tiré du point X à l'axe la perpendiculaire $XP = x$, on aura la flêche $AP = \frac{xx}{2a}$ aſſés exactement pour les cas où l'angle AaX eſt auſſi petit qu'il faut abſolument le ſuppoſer dans cette recherche. *Fig. 1.*

Donc, puiſque $EA = e$, nous aurons $EP = e + \frac{xx}{2a}$, & partant $EX = V(ee + \frac{exx}{a} + xx) = e + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2e}$: enſuite, à cauſe de $OP = z - \frac{xx}{2a}$, nous aurons ſemblablement

$$XO = V(zz - \frac{2xx}{a} + xx) = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z}.$$

Or la réfraction des rayons moyens ſe faiſant ſelon le rapport $m : 1$, de ſorte que ſin EXa : ſin $OXa = m : 1$, la Géométrie nous fournit cette proportion:

$$m : 1 = Ea \cdot XO : Oa \cdot EX = (e + a)XO : (z - a)EX,$$

d'où nous tirons

$$m\,(z-a)\left(e+\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2e}\right)=(e+a)\left(z-\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2z}\right).$$

Diviſons cette équation par eaz, pour avoir

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}+\frac{xx}{2ez}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}\right).$$

Donc, ſi xx évanouiſſoit, nous aurions

$$\frac{m}{a}-\frac{m}{z}=\frac{1}{a}+\frac{1}{e},\ \text{\& partant}\ \frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me},$$

& cette valeur de $\frac{1}{z}$ approche déjà tant de la vérité, quoique l'intervalle $AX=x$ ne ſoit pas évanouiſſant, qu'il ſuffira de ſe ſervir de cette valeur dans les termes $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}$, qui ſont déjà ſi petits d'eux-mêmes.

VII.

Donc, puiſque $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}=-\frac{1}{2}xx\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\frac{1}{z}$, à cauſe de $\frac{1}{a}-\frac{1}{z}=\frac{1}{ma}+\frac{1}{me}$, cette quantité deviendra

$$-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{m-1}{a}-\frac{1}{e}\right)=-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{aa}+\frac{m-2}{ae}-\frac{1}{ee}\right),$$

& partant notre équation ſera

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}-\frac{xx}{2ee}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{(m-1)\,xx}{2mmaa}-\frac{(m-2)\,xx}{2mmae}+\frac{xx}{2mmee}\right).$$

Divi-

Diviſons cette équation par $1 + \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, ou ce qui revient au même, multiplions-la par $1 - \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, & négligeant les quarrés quarrés de x, nous aurons:

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1+\frac{(m-1)xx}{2mmaa}-\frac{(mm+m+2)xx}{2mmae}+\frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

d'où nous tirons enfin

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{1}{m}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{(m-1)xx}{2mmaa}+\frac{(mm-m+2)xx}{2mmae}+\frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

ou bien

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{1}{aa}+\frac{m+2}{ae}+\frac{m+1}{ee}\right),$$

qui ſe réduit à cette forme plus ſimple,

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right),$$

d'où l'on voit, combien la diſtance $AO = z$ varie à cauſe de l'éloignement $AX = x$ de l'axe, où les rayons du point E tombent ſur la face MAM: & puiſque les termes qui renferment le quarré xx ſont toujours très petits, l'équation que nous venons de trouver pour la valeur de z ne ſauroit être plus ſimple.

VIII.

De la réfraction par le premier verre MM.

Or ces rayons, qui par la premiere réfraction ſe réuniroient avec l'axe au point O, ſont réfractés par la ſeconde face MBM au point F, ayant poſé la diſtance $BF = f$. Donc réciproquement, s'il

y avoit en F un point lumineux, les rayons qui en tomberoient ſur la face MBM dont le rayon eſt $= b$, à la diſtance $Bx = x$ de l'axe, en ſeroient réfractés au même point O, d'où l'évolution du cas précédent s'appliquera aiſément à celui-ci, en écrivant au lieu des lettres e, a & z, celles-ci, f, b & $-z$, puiſqu'ici le point O tombe du même côté que le point lumineux F. Donc, parce que la réfraction ſuit la même raiſon $m : 1$, & qu'à cauſe que nous négligeons l'épaiſſeur du verre AB, la diſtance Bx eſt auſſi $= x$, nous aurons cette formule,

$$-\frac{1}{z} = \frac{m-1}{mb} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right),$$

qui étant ajoutée à la précédente fournit celle-ci,

$$\frac{m-1}{a}+\frac{m}{b}-\frac{1}{e}-\frac{1}{f}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)\Bigg\} = 0,$$
$$+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right)\Bigg\}$$

d'où il faut à préſent conclure la valeur de f, ou la diſtance $BF = f$.

IX.

Pour cet effet, j'obſerve encore, que puiſque les termes affectés par xx ſont fort petits, il y aura fort à peu près $\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e}$, & partant il ſuffira d'écrire cette valeur au lieu de $\frac{1}{f}$, dans les petits termes affectés par xx, d'où nous tirerons cette égalité,

$$\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a}+\frac{m-1}{b}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)$$
$$+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{a}+\frac{m}{b}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{mm-1}{a}+\frac{mm}{b}-\frac{m-1}{e}\right),$$

& pour la réduire à une forme plus commode, poſons

$\frac{1}{a}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{a}+\frac{1}{e}=\frac{1}{r}$, de ſorte que

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{r}-\frac{1}{e} \quad \& \quad \frac{1}{b}=\frac{1}{p}-\frac{1}{r}+\frac{1}{e},$$

& notre équation deviendra,

$$\frac{1}{f}-\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\cdot\frac{1}{rr}\left(\frac{1}{r}+\frac{m}{e}\right)+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m}{p}-\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{mm}{p}-\frac{1}{r}-\frac{m}{e}\right),$$

qui ſe réduit à celle-ci

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mp}\left(\frac{m^3}{p^2}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}+\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right).$$

Voilà donc une formule aſſez ſimple, qui nous indique le lieu de l'image F formée par les rayons du point lumineux E, qui tombent ſur le verre MM à la diſtance $AX=x$ de l'axe EF, la diſtance de l'objet E avant le verre étant $AE=e$, & celle de l'image F derriere le verre $BF=f$.

X.

De la réfraction par les deux verres MM *&* NN *enſemble.*

Conſidérons maintenant les deux verres MM & NN enſemble, entre leſquels l'intervalle BC eſt ſuppoſé $=u$, & puiſque le premier verre MM repréſente l'image de l'objet E en F, dont je viens de déterminer le lieu F, en ſuppoſant que le ſecond verre NN la réduiſe en G, on peut regarder la choſe comme ſi l'objet étoit en G, à la diſtance $DG=g$, & alors il faut que l'image en ſoit réduite au même point F par la réfraction du ſecond verre NN. Donc, pour appliquer à ce cas la formule déjà trouvée, au lieu de e il faut écrire g, & au lieu des rayons a & b, les rayons d & c; or alors la diſtance DF devenant $=f-u$, au lieu de f nous devons écrire $-f+u$, & enfin n & y au lieu de m & x. Cela remarqué, en ſuppoſant: Fig. 1

$$\frac{1}{d}+$$

$\frac{1}{d}+\frac{1}{c}=\frac{1}{q}$, & $\frac{1}{d}+\frac{1}{g}=\frac{1}{s}$, ou bien

$$\frac{1}{d}=\frac{1}{s}-\frac{1}{g} \quad \& \quad \frac{1}{c}=\frac{1}{q}-\frac{1}{s}+\frac{1}{g},$$

nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\frac{(n-1)yy}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right),$$

où il faut remarquer que les intervalles x & y dépendent en sorte l'un de l'autre, que $x : y = f : f - u$.

XI.

Soit, tant pour abréger que pour profiter mieux de ces formules,

$$\frac{m-1}{2mp}\left(\frac{m^3}{pp}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}-\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right)=\mathrm{P}, \;\&$$

$$\frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right)=\mathrm{Q},$$

& nos deux équations, d'où il faut tirer la solution de notre problème, feront,

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\mathrm{P}xx, \;\&\; \frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\mathrm{Q}yy,$$

qui étant renversée donnent

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p+\mathrm{P}pexx} \;\&\; u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q+\mathrm{Q}qgyy},$$

ou bien, à cause de la petitesse des termes affectés par xx & yy,

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p}-\frac{\mathrm{P}ppeexx}{((m-1)e-p)^2}, \;\&$$

$$u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q}-\frac{\mathrm{Q}qqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

d'où

d'où nous tirons, en éliminant la diſtance f,

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qqqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

XII.

Rejettons d'abord les termes affectés par xx & yy, comme très petits, pour avoir à peu près

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p} \text{ \& } u - f = \frac{qg}{(n-1)g-q},$$

& ces valeurs nous découvriront aſſez exactement le rapport entre les quantités x & y, d'où nous tirons

$$y = \frac{f-u}{f}x = -\frac{qg\,((m-1)e-p)}{pe\,((n-1)g-q)}x,$$

& de là notre équation ſe changera en cette forme:

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qq^4g^4((m-1)e-p)^2xx}{ppee((n-1)g-q)^4},$$

dont la valeur doit reſter la même, ſoit qu'on faſſe varier les réfractions m & n en ſubſtituant à leur place $m \pm dm$ & $n \pm dn$, ſoit qu'on varie la valeur de xx depuis zéro juſqu'à la plus grande ouverture dont ces verres ſont ſuſceptibles. Cette derniere circonſtance demande abſolument qu'il ſoit

$$\frac{Pp^4e^4}{((m-1)e-p)^4} + \frac{Qq^4g^4}{((n-1)g-q)^4} = 0,$$

& alors on aura $u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}$.

XIII.

Deſtruction de la confuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons.

Il faut d'abord remarquer que, ni la diſtance entre les verres BC $= u$, ni les rayons des faces a, b, c, d, ne dépendent de la réfraction, & puiſque tant la diſtance de l'objet AE $= e$, que le lieu de l'image G ou la diſtance DG $= g$ doit demeurer la même, les quantités p, q, r, s doivent être traitées comme conſtantes, de ſorte que l'équation $u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}$, ne renferme que les deux quantités variables m & n, d'où la différentiation donne

$$\frac{pe\,e\,dm}{((m-1)\,e-p)^2} + \frac{qg\,g\,dn}{((n-1)\,g-q)^2} = 0.$$

Or, par la nature des deux eſpeces de verre M & N, le rapport de dm à dn, qui eſt celui de la diſperſion, eſt donné: donc, ſi nous poſons $dm = \lambda dn$, nous aurons cette équation

$$\frac{\lambda pee}{((m-1)\,e-p)^2} + \frac{qgg}{((n-1)\,g-q)^2} = 0,$$

d'où l'on doit déduire le rapport entre les lettres p & q, en conſidérant les diſtances e & g comme données.

XIV.

Suppoſons $\frac{pe}{(m-1)e-p} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{qg}{(n-1)g-q} = \frac{1}{2}(u-t)$, & de là nous tirons,

$$p = \frac{(m-1)\,e\,(u+t)}{2e+u+t};\ (m-1)e-p = \frac{2\,(m-1)\,ee}{2e+u+t},$$

$$q = \frac{(n-1)\,g\,(u-t)}{2g+u-t};\ (n-1)g-q = \frac{2\,(n-1)\,gg}{2g+u-t},$$

&

& puiſque la premiere équation eſt remplie par cette poſition, la derniere ſe réduit à cette forme,

$$\frac{\lambda(u+t)(2e+u+t}{(m-1)e} + \frac{(u-t)(2g+u-t)}{(n-1)g} = c,$$

d'où l'on trouve la valeur de t,

$$t = \frac{(m-1)eu - \lambda(n-1)gu - (\lambda(n-1)-m+1)eg \pm V((\lambda(n-1)-m+1)^2 ee gg - 4\lambda(m-1)(n-1)egu(e+g+u)}{\lambda(n-1)g + (m-1)e}.$$

& partant, dès que les diſtances e & g, avec l'intervalle des verres $BC = u$, ſont données, on tire une double valeur pour t, & de là on définira les quantités p & q.

XV.

Mais, comme il s'agit de verres objectifs pour des lunettes, la diſtance des objets $AE = e$, peut être regardée comme infinie, & cette circonſtance nous conduit à cette expreſſion,

$$t = \frac{(m-1)(u+g) - \lambda(n-1)g \pm V((\lambda(n-1)-m+1)^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

d'où il eſt clair, qu'il faut de toute néceſſité qu'il ſoit

$$u < \frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2 g}{4\lambda(m-1)(n-1)},$$

ou bien l'intervalle entre les verres ne doit pas ſurpaſſer cette limite. Or, ayant trouvé la quantité t, on aura,

$$p = \tfrac{1}{2}(m-1)(u+t), \text{ \& } q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t},$$

d'où les diſtances de foyer de nos deux verres MM & NN ſont déterminées, puiſque la diſtance de foyer du premier verre MM eſt $=$

$$\frac{p}{m-1} = \tfrac{1}{2}(u+t), \text{ \& celle de l'autre } = \frac{q}{n-1} = \frac{g(u+t)}{2g+u-t}.$$

Il eſt auſſi bon de remarquer, que par là un certain rapport entre les

deux faces de chaque verre eſt établi, puiſque nous avons poſé $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{q}$, de ſorte que regardant l'une comme donnée, on en peut trouver l'autre. Il reſte donc encore deux quantités laiſſées à notre volonté, qui nous mettent en état de ſatisfaire à l'autre condition, qui demande que la confuſion cauſée par l'ouverture des verres ſoit réduite à rien.

XVI.

Réflexion ſur le cas où $\lambda (n-1) = m-1$.

Le cas $\lambda (n-1) = m-1$, ou bien $\frac{dm}{dn} = \frac{m-1}{n-1}$, à cauſe de $\lambda = \frac{dm}{dn}$, nous fournit la plus importante réflexion, puiſqu'alors il faut de toute néceſſité, que l'intervalle entre les verres $BC = u$ ſoit zéro; or de là il s'enſuit auſſi $t = o$, & ainſi tout $p = o$ que $q = o$, ou bien la diſtance de foyer de l'un & de l'autre verre, doit être infiniment petite; ce qui eſt une marque, que dans ce cas il eſt abſolument impoſſible de délivrer le verre objectif de la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc cette délivrance ne ſauroit réuſſir, qu'entant que la raiſon entre les diſperſions $dm : dn$ eſt différente de la raiſon $m - 1 : n - 1$, & de là on comprend auſſi aiſément, que pour cet effet la différence entre ces deux raiſons doit être aſſez conſidérable, afin que les diſtances de foyer de nos deux verres ne deviennent pas trop petites, puiſqu'alors on retomberoit dans un autre inconvénient, qui eſt, que les verres à cauſe de la trop grande courbure de leurs faces ne ſeroient pas ſuſceptibles d'une ouverture ſuffiſante. Donc, à moins qu'on n'ait deux eſpeces de verre, où le rapport entre les diſperſions $dm : dn$ differe aſſez conſidérablement du rapport $m - 1 : n - 1$, il eſt impoſſible de remédier à l'inconvénient de la diverſe réfrangibilité des rayons.

XVII.

XVII.

Développement du cas où l'intervalle entre les deux verres évanouit.

Or, pourvu que la quantité $\lambda\,(n-1)-m+1$ ſoit aſſez conſidérablement ou plus grande ou plus petite que zéro, la conſtruction de tels objectifs, que nous avons en vue, réuſſit: alors il ſe préſente deux cas, qui méritent principalement notre attention, l'un eſt où la diſtance entre les verres $BC = u$ eſt la plus petite, ou zéro, & l'autre où elle eſt la plus grande que les circonſtances admettent. Soit donc pour le premier cas $BC = u = o$, & notre équation fournit deux valeurs pour la quantité t, qui ſont,

$$1^{\circ}.\ t = o,\ \&\ 2^{\circ}.\ t = \frac{2\,(m-1)-2\lambda\,(n-1)}{m-1}\,g,$$

dont la premiere $t = o$ eſt inutile, puiſque les diſtances de foyer de nos deux verres ſeroient réduites à zéro. Ce n'eſt donc que l'autre valeur $t = 2g - \frac{2\lambda\,(n-1)}{m-1}g$, qui puiſſe être employée, laquelle à cauſe de $u = o$, donne

$$p = (m-1-\lambda\,(n-1))g,\ \&\ q = -\frac{1}{\lambda}(m-1-\lambda\,(n-1))\,g,$$

& partant la diſtance de foyer

du premier verre MM $= \frac{m-1-\lambda\,(n-1)}{m-1}g$, &

de l'autre verre NN $= -\frac{m+1+\lambda\,(n-1)}{\lambda\,(n-1)}g$,

de ſorte que la diſtance de foyer du premier verre MM, doit être à celle de l'autre, comme $\frac{1}{m-1}$ à $-\frac{1}{\lambda\,(n-1)}$, ou bien comme $\frac{dm}{m-1}$

$\frac{dm}{m-1}$ à $-\frac{dn}{n-1}$. D'ailleurs on voit, que ſi le premier eſt convexe, l'autre doit être concave, & réciproquement.

XVIII.

Développement du cas, où l'intervalle entre les deux verres eſt le plus grand qu'il ſoit poſſible.

La plus grande valeur qu'on puiſſe donner à la diſtance entre les verres eſt $u = \frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2}{4\lambda(m-1)(n-1)}g$, qui réduit les deux valeurs de la quantité t à une ſeule, qui eſt

$$t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(3\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

d'où l'on tire

$$u+t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{2\lambda(m-1)(n-1)}g, \text{ \&}$$

$$u-t = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{m-1}g, \text{ \& } 2g+u-t = \frac{\lambda(n-1)+m-1}{m-1}g.$$

Maintenant ces valeurs donnent

$$p = t - \frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(n-1)}g = \frac{(m-1)^2-\lambda\lambda(n-1)^2}{4\lambda(n-1)}g,$$

$$\text{\& } q = \frac{(n-1)(\lambda(n-1)-m+1)}{\lambda(n-1)+m-1}g,$$

ou bien les diſtances de foyer

$$\text{du verre MM} = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

$$\text{\& du verre NN} = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{\lambda(n-1)+m-1}g,$$

dont

dont celle-ci eſt plus petite que dans le cas précédent; or celle-là n'eſt plus petite que lorsque $3\lambda(n-1) > m-1$, ce qui doit arriver preſque toujours.

XIX.

Sur la grandeur de l'image repréſentée en G.

Puiſque notre objectif eſt compoſé de deux verres, on ne le ſauroit conſidérer comme un ſeul, pour juger par-là enſuite du groſſiſſement produit par un verre oculaire donné, que lorſque l'intervalle entre les deux verres $BC = u$ s'évanouit. Or, pour en faire le même jugement dans les autres cas, il faut avoir égard à la grandeur de l'image repréſentée par les deux verres en G. Pour cet effet, ſoit Φ l'angle apparent de l'objet vû ſans verres, & on ſait que la grandeur de l'image repréſentée par le ſeul verre MM en F ſera $= BF \cdot \Phi = f \cdot \Phi$; or celle-ci étant tranſportée par le ſecond verre NN en G, ſa grandeur y ſera $= \frac{DG}{DF} f\Phi = \frac{fg}{f-u}\Phi$. Mais, puiſque la diſtance $AE = e$ eſt infinie, nous avons $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$, donc $f-u = \frac{1}{2}(t-u)$, & partant la grandeur de l'image repréſentée en G ſera $= \frac{u+t}{t-u} g\Phi$. Elle ſera donc préciſément auſſi grande que celle que repréſenteroit un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u} g$. Et c'eſt de là qu'il faut enſuite juger du groſſiſſement, en y appliquant des verres oculaires.

XX.

Pour développer cette formule par la valeur de t trouvée ci-deſſus, nous aurons

$$t+u = \frac{2(m-1)u+(m-1-\lambda(n-1))g+\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2 gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1};$$

$t-u$

$$t-u=\frac{(m-1\lambda(n-1))g+V((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

$$2g+u-t=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-V((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

d'où nous tirons la distance de foyer d'un verre objectif simple équivalent

$$\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-V((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{2\lambda(n-1)},$$

ou bien $\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1)(2g+u-t)}{2\lambda(n-1)}$.

Or ces mêmes réductions nous fourniront auſſi les diſtances de foyer de nos deux verres,

$$\frac{p}{m-1}=u+\frac{(m-1-\lambda(n-1))g+V((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{2(m-1)},$$

$$\frac{q}{n-1}=\frac{2\lambda(n-1)gu-(m-1-\lambda(n-1))gg-gV((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{2\lambda(n-1)(g+u)},$$

ou bien

$$\frac{q}{n-1}=g-\frac{(m-1+\lambda(n-1))gg-gV((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{2\lambda(n-1)(g+u)}.$$

XXI.

Deſtruction de la confuſion cauſée par l'ouverture des verres.

L'équation trouvée ci-deſſus pour ce deſſein, à cauſe de la diſtance de l'objet EA = e infinie, prend cette forme,

$$P\left(\frac{p}{m-1}\right)^4+Qg^4\left(\frac{q}{(n-1)g-q}\right)^4=0,$$

en déſignant par P & Q les quantités ſuivantes,

P=

$$P = \frac{m-1}{2mp}\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

$$Q = \frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg}\right).$$

Or, ſi nous ſubſtituons pour p & q les valeurs déjà trouvées $\frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2gu-t}$, notre équation à réſoudre ſera,

$$P(u+t)^4 + Q(u-t)^4 = o, \text{ ou } Q = -P\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

d'où l'on peut chercher la valeur de r ou celle de s, de ſorte que l'une de ces deux quantités reſte encore arbitraire. Il s'agit donc de réſoudre cette équation,

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = -\frac{n(m-1)q}{m(n-1)p}\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right)\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

où il eſt bon de remarquer que

$$\frac{(m-1)q}{(n-1)p} = \frac{2g(u-t)}{(2g+u-t)(u+t)} = -\frac{(m-1)(t-u)^2}{\lambda(n-1)(u+t)^2}, \text{ & partant}$$

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right).$$

XXII.

Mais, dès qu'on a choiſi deux eſpeces de verre propres à ce deſſein, & établi un certain rapport entre les quantités $BC = u$ &

$DG = q$, qu'on jugera le plus convenable, l'accompliſſement de la premiere condition fournit d'abord,

$$t = u + \frac{(m-1-\lambda(n-1))g \pm V((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

d'où l'on tire immédiatement les quantités

$$p = \tfrac{1}{2}(m-1)(u+t), \text{ \& } q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t}, \text{ ou } \frac{q}{p} = -\frac{(t-u)^2}{\lambda(u+t)^2},$$

& ſi l'on donne au premier verre une ouverture dont le diametre $= x$, celui de l'ouverture du ſecond verre NN doit être $y = \frac{t-u}{u+t}x$, à cauſe de $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$. Enſuite ces deux verres, joints enſemble à la diſtance $BC = u$, ſeront équivalens à un objectif ſimple dont la diſtance de foyer eſt $= \frac{u+t}{t-u}g$, quand il s'agit de juger du groſſiſſement, en y appliquant un verre oculaire. Mais, pour détruire la confuſion cauſée par l'ouverture des verres, il faut encore déterminer convenablement les deux quantités r & s, par le moyen de l'équation donnée au §. précédent; & comme cela ſe peut faire d'une infinité de manieres, on choiſira celle qu'on juge la plus propre pour ce deſſein, & alors les rayons des faces des deux verres ſeront déterminés de cette ſorte:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} : \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} : \frac{1}{c} = \frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} : \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{g}.$$

XXIII.

Il n'y a aucun doute que, parmi toutes les ſolutions que l'équation donnée au §. XXI. fournit, celle-ci ne ſoit la plus convenable, qui donne les faces de nos verres les moins courbées. Or, donnant au premier verre MM une ouverture dont le diametre eſt $= x$, l'arc de ſa face de

de devant contenu dans l'ouverture ſera la meſure d'un angle $= \frac{x}{a} = \frac{x}{r}$, & de ſa face de derriere $= \frac{x}{b} = x\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right)$. Mais alors, pour l'autre verre N N, le diametre de l'ouverture étant $y = \frac{t-u}{u+t}x$, la face de devant renfermera un arc qui répond à l'angle $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right)$, & celle de derriere $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right)$. Donc, parmi toutes les ſolutions de ladite équation, celle-là ſera la plus propre, qui procure à ces quatre quantités

$$\frac{1}{r};\ \frac{1}{p} - \frac{1}{r};\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right);\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right),$$

telles valeurs, que la plus petite ſoit encore la plus grande qu'il eſt poſſible.

XXIV.

On ne ſauroit entrer dans un plus grand détail ſur le développement de ces formules, pour en faire des tables dont on puiſſe ſe ſervir dans la pratique. Selon les découvertes de Mr. Zeiher, les différentes eſpeces de verres ſont trop nombreuſes, pour qu'on les puiſſe embraſſer dans de telles tables. Ainſi, pour appliquer la théorie à la pratique, je ne vois d'autre moyen, qu'après avoir choiſi deux eſpeces de verre, & en avoir déterminé tant les nombres m & n pour la réfraction moyenne que le rapport entre la diſperſion de chacune, ou le nombre $\lambda = \frac{dm}{dn}$, on faſſe le calcul ſuivant toutes les formules algébriques que j'ai données ici, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la détermination parfaite des deux verres, qui étant compoſés forment un objectif délivré de tous les défauts. Il eſt bien vrai qu'on ne ſauroit exi-

ger une telle adreſſe des ouvriers, & peut-être même que des Géometres qui ne ſont pas ſuffiſamment exercés dans ces ſortes de calculs, y rencontreroient encore beaucoup de difficultés. C'eſt donc pour frayer cette route, que je m'en vais développer le cas pour deux eſpeces de verre données, dont le calcul pourra ſervir de modele dans la ſuite pour faire l'application à toutes les autres eſpeces.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE

aux deux eſpeces de verre de Mr. Dollond, dont ſuivant l'expérience la réfraction du Flintglaſs M *eſt* 1, 58 : 1, *donc* m = 1, 58, *& celle du Crownglaſs* N *comme* 1, 53 : 1, *donc* n = 1, 53. *Or pour la diſperſion le rapport eſt tel que*

$$\frac{dm}{dn} = \lambda = \frac{3}{2}.$$

XXV.

Sur ces valeurs données on fera le calcul ſuivant,

$m = 1,58$	$\lambda = \frac{3}{2}$;
$m - 1 = 0,58$	$\lambda(n-1) = 0,795$,
$n = 1,53$	$\lambda(n-1) - m + 1 = 0,215$,
$n - 1 = 0,53$	$4\lambda(m-1)(n-1) = 1,8444$,
	& $(\lambda(n-1) - m + 1)^2 = 0,046225$,

d'où l'on aura pour les formules du §. 22,

$$t = u - \frac{0,215\,g + \sqrt{(0,046225\,gg - 1,8444\,gu)}}{0,58},$$

où j'obſerve que la diſtance BC = u, ne ſauroit être priſe que très petite: donc, puiſqu'il faut toujours admettre quelque diſtance entre les deux verres eu égard à leurs milieux, je ſuppoſerai

$$u = \frac{0,046225}{1,8444}\,g = 0,025\,g,$$

car

car, quoique cette valeur ſoit la plus grande poſſible, on ne la ſauroit ſuppoſer plus petite dans l'exécution. De là nous aurons

$u = 0,025\,g$, & $t = 0,3457\,g$, & enſuite

$u+t = -0,3207g$; $u-t = 0,3707g$; $2g+u-t = 2,3707g$.

XXVI.

Ces valeurs donnent la diſtance de foyer $\frac{p}{m-1}$ du premier verre MM négative, & celle de l'autre NN ou $\frac{q}{n-1}$ poſitive, ſavoir

$$\frac{p}{m-1} = \tfrac{1}{2}(u+t) = -0,1603\,g, \quad \& \; p = -0,0930\,g,$$

$$\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2g+u-t} = +0,1564g, \quad \& \; q = +0,0829g.$$

Si l'on met le diametre de l'ouverture du premier verre MM $= x$, celui du verre NN doit être $= \frac{3707}{3207}\,x = 1,156\,x$, & ces deux verres joints enſemble ſeront équivalens par rapport au groſſiſſement à un verre objectif ſimple dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u}g = 0,8651\,g$. Ces déterminations ſont fournies par la condition, que la confuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons doit évanouir.

XXVII.

Ayant maintenant exprimé par la quantité g les lettres u, t, p & q, prenons l'équation donnée au §. 21, que nous repréſenterons ſous cette forme,

$$\frac{1}{ss} - \frac{n(2n+1)}{(n+2)fs} + \frac{2n}{(n+2)gs} + \frac{n^3}{(n+2)qq} - \frac{nn}{(n+2)gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}$$
$$\left(\frac{n+t}{t-u}\right)^2\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

qui en ſubſtituant en nombres les valeurs trouvées ſe réduit à

$$\frac{1}{ss} - \frac{21,2269}{gs} + \frac{147,635}{gg} = \frac{68,309}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr} + \frac{0,8668}{gs} - \frac{7,999}{gg},$$

& partant on n'a qu'à réſoudre cette égalité,

$$\frac{1}{ss} = \frac{20,3601}{gs} - \frac{71,327}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr},$$

d'où l'on tire par l'extraction de racine

$$\frac{1}{s} = \frac{10,180}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{32,305}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr}\right)},$$

où il eſt bon de remarquer que

$$\frac{1}{p} = -\frac{10,752}{g}, \text{ \& } \frac{1}{q} = \frac{12,062}{g}.$$

XXVIII.

Pour trouver des cas propres à la pratique, remarquons qu'il faut éviter ceux où l'une ou l'autre de ces deux fractions $\frac{1}{s}$ & $\frac{1}{r}$, deviendroit trop grande. Pour cet effet, il eſt d'abord clair, que le ſigne radical doit être pris négativement, & enſuite il faut donner l'excluſion à toutes les valeurs poſitives de r, puiſque la valeur de b en réſulteroit trop petite. Après ces remarques développons quelques cas, pour choiſir enſuite celui qui conviendra le mieux à la pratique.

	I.	II.	III.	IV.
$\frac{1}{r} =$	$\frac{0,000}{g}$	$-\frac{1,000}{g}$	$-\frac{2,000}{g}$	$-\frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{s} =$	$\frac{4,497}{g}$	$\frac{5,463}{g}$	$+\frac{6,537}{g}$	$+\frac{7,862}{g}$
$\frac{1}{p} =$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$
$\frac{1}{q} =$	$\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$
$\frac{1}{a} =$	$\frac{0}{g}$	$-\frac{1,000}{g}$	$-\frac{2,000}{g}$	$-\frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{b} =$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{9,752}{g}$	$-\frac{8,752}{g}$	$-\frac{7,752}{g}$
$\frac{1}{c} =$	$\frac{8,565}{g}$	$\frac{7,599}{g}$	$\frac{6,525}{g}$	$\frac{5,200}{g}$
$\frac{1}{d} =$	$\frac{3,497}{g}$	$\frac{4,463}{g}$	$\frac{5,537}{g}$	$\frac{6,862}{g}$
$a =$	$\infty\ g$	$-1,000g$	$-0,500g$	$-0,333g$
$b =$	$-0,093g$	$-0,103g$	$-0,114g$	$-0,129g$
$c =$	$+0,117g$	$+0,132g$	$+0,153g$	$+0,192g$
$d =$	$+0,286g$	$+0,224g$	$+0,181g$	$+0,146g$.

XXIX.

Le dernier cas eſt ſans doute le plus propre pour la pratique, qui nous fournit la conſtruction ſuivante d'un objectif parfait compoſé de deux verres: Fig. 3.

1°. le premier verre formé de flintglaſs MM, eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0,333\ g$, & celui de l'autre face MBM $= 0,129\ g$.

2°.

2°. l'autre verre formé de crownglaſs NN eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant NCN étant $= 0,192\,g$, & celui de l'autre face NDN $= 0,146\,g$.

3°. On prend pour g une longueur à volonté, ſelon que le foyer de cet objectif compoſé doit être plus ou moins éloigné. Or, en établiſſant l'intervalle entre les deux verres BC $= \frac{1}{40}\,g$, le foyer tombera en G, en ſorte que la diſtance DG $= g$.

4°. Par rapport au groſſiſſement, cet objectif produira le même effet qu'un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit $= 0,865g$.

5°. Quand on donne au premier verre une ouverture dont le diametre $= x$, pour l'autre verre NN le diametre de l'ouverture doit être plus grand $= 1,156\,x$. Or le premier verre MM admet tout au plus une ouverture dont le diametre $= 0,064\,g$, donc celui de l'autre verre ſera $= 0,074\,g$.

6°. Puiſqu'un groſſiſſement de 100 fois en diametre demande une ouverture de 3 pouces, notre objectif ſera propre à groſſir 100 fois quand on prend $g = 45$ pouces environ; & puiſqu'il eſt équivalent à un objectif ſimple de 39 pouces, l'oculaire à y employer ſera de $\frac{3}{100}$ pouce en foyer.

XXX.

Cet effet qu'une lunette, dont la longueur ne ſeroit pas encore de 4 pieds, groſſiroit les objets 100 fois en diametre, eſt ſans doute fort ſurprenant; mais il faut auſſi conſidérer, que la conſtruction d'un tel objectif demande une exécution ſi exacte des meſures preſcrites, que le moindre défaut eſt toujours d'une grande conſéquence. Cependant, quand un tel objectif n'eſt pas aſſez propre à groſſir 100 fois, il ſera peut être très excellent pour groſſir 50 fois, & cela avec d'autant plus de clarté; & cet effet ſeroit encore très remarquable. Mais, ayant ici employé le flintglaſs pour le verre de devant MM, & le crownglaſs pour l'autre NN; il vaudra bien la peine de changer ces deux eſpeces, & de former le premier verre MM de crownglaſs & l'autre NN de flintglaſs.

CON-

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *eſt fait de Crownglaſs & l'autre* NN *de Flintglaſs, de ſorte que*

$$m = 1{,}53;\ n = 1{,}58\ \&\ \lambda = \frac{dm}{dn} = \tfrac{3}{5}.$$

XXXI.

Par ces valeurs on trouve dabord entre t & u cette équation

$$t = u + \frac{0{,}14\frac{1}{3}\,g \pm V(0{,}0205\frac{1}{9}\,gg - 0{,}8197\frac{1}{3}\,gu)}{0{,}53},$$

où la plus grande valeur de u eſt $u = \frac{205\frac{1}{9}}{8197\frac{1}{3}}\,g = 0{,}025062\,g$, qu'on ne ſauroit prendre plus petite dans la pratique, partant nous aurons $t = u + 0{,}27044\,g$, & par conſéquent

$u = 0{,}02506g$; $t = 0{,}29550g$; $t+u = 0{,}32056g$; $t-u = 0{,}27044g$, & $2g + u - t = 1{,}72956\,g$, d'où nous tirons d'abord les diſtances de foyer des deux verres,

du premier MM . . $\frac{p}{m-1} = 0{,}16028\,g$,

de l'autre NN . . $\frac{q}{n-1} = -0{,}15636g$,

& enſuite $lp = 8{,}9291552$ . . $p = 0{,}08495g$,

$lq = -8{,}9575632$ . . $q = -0{,}09069g$,

ou $\frac{1}{p} = \frac{11{,}77185}{g}$ & $\frac{1}{q} = -\frac{11{,}02643}{g}$.

Enſuite, poſant le diametre de l'ouverture du premier verre $= x$, celui de l'autre ſera $= 0{,}8435\,x$. Et cet objectif compoſé doit être regardé comme un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1{,}1853\,g$.

XXXII.

Maintenant il s'agit de réſoudre l'équation qui renferme les quantités r & s dans le §. 27. où poſant

$\frac{n\,(m-1)}{4m(n-1)(n+2)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 = N$, on trouve $lN = 9,7446983$,

d'où notre équation ſe réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} + \frac{20,2444}{gs} + \frac{133,9559}{gg} = \frac{275,7160}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr} + \frac{0,8827}{gs} + \frac{7,6890}{gg},$$

ou bien à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{21,1271}{gs} + \frac{134,0711}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne

$$\frac{1}{s} = -\frac{10,5635}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{245,6586}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr}\right)},$$

où tant $\frac{1}{r}$ que le ſigne radical doit être pris poſitif, afin que les rayons des faces ne proviennent pas trop petits, dont voici les cas principaux:

	I.	II.	III.	IV.	V.
$\frac{1}{p}=$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$
$\frac{1}{q}=$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$
$\frac{1}{r}=$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{s}=$	$+\frac{5,1099}{g}$	$+\frac{1,3293}{g}$	$-\frac{0,9941}{g}$	$-\frac{2,0475}{g}$	$-\frac{2,9876}{g}$
$\frac{1}{e}=$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{b}=$	$\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{8,7718}{g}$	$+\frac{6,7718}{g}$	$+\frac{5,7718}{g}$	$+\frac{4,7718}{g}$
$\frac{1}{c}=$	$-\frac{15,1364}{g}$	$-\frac{11,3558}{g}$	$-\frac{9,0324}{g}$	$-\frac{7,9790}{g}$	$-\frac{7,0389}{g}$
$\frac{1}{d}=$	$+\frac{4,1099}{g}$	$+\frac{0,3293}{g}$	$-\frac{1,9941}{g}$	$-\frac{3,0475}{g}$	$-\frac{3,9876}{g}$

XXXIII.

Le dernier cas fournit la forme la plus propre pour la pratique, d'où nous concluons les rayons des faces

$a=+0,1428g$; $b=+0,20956g$; $c=-0,14207g$; $d=-0,25077g$, Fig. 4.

& partant la conſtruction ſuivante de l'objectif:

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $=0,1428g$, & celui de ſa face de derriere MBM $=0,20956g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $=0,1603g$.

2°. L'autre verre NN de flintglaſs eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant NCN étant $=0,14207g$, & celui

de ſa face de derriere NDN = 0,25077g, la diſtance du foyer négatif de ce verre ſera = 0, 15636 g.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC eſt encore = $\frac{1}{10}g$, & g marque la diſtance du foyer commun G depuis le dernier verre, ou DG = g. Or les deux verres enſemble produiſent le même groſſiſſement, qu'un objectif ſimple dont la diſtance de foyer = 1,1853 g.

4°. Le diametre de l'ouverture du premier verre ne ſauroit être plus grand que 0,0714 g, d'où pour l'autre verre le diametre de l'ouverture devient = 0,0597 g. Donc, s'il faut trois pouces d'ouverture pour groſſir 100 fois, en exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra groſſir autant de fois 2,38g, en y ajoutant un oculaire d'un demi-pouce de foyer.

5°. Ainſi, pour groſſir 100 fois en diametre, il faut prendre la diſtance DG = g = 42 pouces, & en y appliquant un oculaire d'un demi-pouce, la longueur de toute la lunette ne montera pas encore à 44 pouces.

XXXIV.

Il eſt bien clair que les objectifs de cette derniere conſtruction, où le premier verre MM eſt de crownglaſs & l'autre NN de flintglaſs, ſont fort préférables à ceux de la conſtruction précédente, où l'ordre des eſpeces étoit renverſé. Car premierement, pour le même groſſiſſement la longueur des lunettes devient un peu plus petite; mais ce qui eſt le principal avantage, on n'eſt pas réduit à un trop petit oculaire, ce qui eſt toujours un grand inconvénient. Ainſi, pour groſſir 100 fois, il falloit dans le premier cas un verre oculaire de $\frac{1}{100}$ pouce, & dans le dernier un de $\frac{1}{2}$ pouce, ce qui paroit bien paradoxe, puiſque la lunette de ce dernier cas eſt plus courte que celle du précédent. On peut donc établir cette regle générale, que quand on veut employer deux différentes eſpeces de verre pour compoſer des objectifs parfaits, il eſt toujours fort avantageux d'employer l'eſpece qui produit la plus grande diſperſion, pour en former le dernier verre NN, qui ſera alors concave, pendant que le premier MM fait du verre ordinaire eſt convexe.

SUP-

SUPPLÉMENT.

XXXV.

En finiſſant ces recherches je reçois une lettre de Mr. Zeiher de Pétersbourg du 30 Janvier 1764. v. ſt. dans laquelle il me communique une deſcription plus détaillée du ſuccès de ſes expériences. Maintenant on ne ſauroit plus douter que ce ne ſoit le plomb, qui entrant dans la compoſition du verre, y produiſe cette ſurprenante diſperſion des rayons. Mr. Zeiher n'a employé que du *Minium* & des cailloux, & les diverſes proportions entre ces deux matieres lui ont fourni les ſix eſpeces de verre, dont la réfraction moyenne & le rapport de la diſperſion à celle du verre commun, qui eſt le même que le crownglaſs d'Angleterre, ſe ſont trouvés de la maniere ſuivante:

	Rapport du Minium aux cailloux.	Réfraction moyenne de l'air dans le verre.	Rapport de la diſperſion à celle du verre commun crownglaſs.
I.	3 : 1	2028 : 1000	4800 : 1000
II.	2 : 1	1830 : 1000	3550 : 1000
III.	1 : 1	1787 : 1000	3259 : 1000
IV.	¾ : 1	1732 : 1000	2207 : 1000
V.	½ : 1	1724 : 1000	1800 : 1000
VI.	¼ : 1	1664 : 1000	1354 : 1000.

XXXVI.

Par cette table on voit d'abord qu'une plus grande quantité de plomb produit non ſeulement une plus grande diſperſion, mais qu'elle augmente auſſi très conſidérablement la réfraction moyenne. La premiere de ces eſpeces, qui contient trois fois plus de minium que de cailloux, doit paroître extrêmement étrange, puiſque juſqu'ici on n'a connu aucun corps tranſparent, dont la réfraction ait ſurpaſſé la raiſon de 2 à 1; & que la diſperſion de ce verre ſoit preſque 5 fois plus grande que celle du crownglaſs, c'eſt ce qui ſurpaſſera toute croyance pour ceux qui ont douté de cette propriété du flintglaſs, dont l'effet eſt encore

trois fois plus petit. Cependant on remarque dans ces eſpeces un certain rapport entre la réfraction moyenne & la diſperſion, qui pourroit conduire à quelque idée pour concilier ces effets ſurprenans avec les principes de nos connoiſſances.

XXXVII.

Mais voici encore une autre découverte de Mr. Zeiher qui, n'étant pas moins ſurprenante, dérangera toutes les meſures qu'on peut avoir priſes pour expliquer ces phénomenes. Comme les ſix eſpeces rapportées ne contenoient que du minium & des cailloux, Mr. Zeiher s'eſt aviſé d'y mêler auſſi de l'alkali pour donner au verre une conſiſtance plus propre pour les uſages dioptriques; & il a trouvé avec bien de la ſurpriſe que ce mêlange diminue très conſidérablement la réfraction moyenne, ſans preſque rien changer dans la diſperſion. Après pluſieurs eſſais il eſt enfin parvenu à une eſpece de verre de beaucoup ſupérieur au flintglaſs de Mr. Dollond pour la perfection des lunettes, puiſqu'il produit une diſperſion trois fois plus grande que le verre commun, pendant que la réfraction moyenne n'eſt que comme 1, 61 à 1. Cette eſpece excellente de verre mérite bien que j'y applique les calculs algébriques expliqués ci-deſſus, pour en conſtruire des objectifs parfaits à tous égards, en le combinant avec le verre commun de la qualité du crownglaſs d'Angleterre.

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *eſt fait de crownglaſs, & l'autre* NN *de la nouvelle eſpece de verre découverte par Mr. Zeiher.*

XXXVIII.

Nous aurons donc pour la réfraction du premier verre $m = 1, 53$, & pour celle du ſecond $n = 1, 61$; & puis que la diſperſion de celui-ci eſt trois fois plus grande que la diſperſion de celui-là, nous aurons $\frac{dn}{dm} = 3$, & partant $\lambda = \frac{3}{2}$, d'où nous faiſons le calcul ſuivant:

$m-1 = 0,53$; $\lambda(n-1) = 0,20\frac{3}{5}$; $4\lambda(m-1)(n-1) = 0,4310\frac{2}{5}$,
$n-1 = 0,61$; $m-1-\lambda(n-1) = 0,32\frac{3}{5}$; $(m-1-\lambda(n-1)^2 = 0,1067\frac{1}{25}$,
& de là nous obtiendrons

$$t = u \frac{+ 0,32667g \pm V(0,10671gg - 0,43107gu)}{0,53}.$$

La plus grande valeur de u, ou de l'intervalle entre les deux verres BC, ſera donc $u = \frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{4}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{7}g$, ou fort à peu près $u = \frac{1}{14}g$. Or, nonobſtant l'épaiſſeur des verres, qui empêche de diminuer cet intervalle au delà d'une certaine limite, on peut donner à u des valeurs beaucoup plus petites, juſqu'à $u = \frac{1}{40}g$; & partant je m'en vais développer le calcul pour pluſieurs hypotheſes différentes, en ſuppoſant $u = \frac{1}{4}g$; $u = \frac{1}{10}g$; $u = \frac{1}{20}g$; $u = \frac{1}{30}g$; $u = \frac{1}{40}g$.

XXXIX.

Or, puiſque chaque hypotheſe donne deux valeurs pour t, il faut remarquer que la plus grande eſt la plus propre pour la pratique, parce qu'alors les valeurs de $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{q}$ deviennent plus petites, & nous avons vu que cela eſt beaucoup plus avantageux, que ſi ces valeurs étoient plus grandes. Délivrons d'abord notre équation des fractions, pour avoir cette forme plus commode,

$$t = u + 0,61636g + V(0,37990gg - 1,53460gu)$$

Hypo-

Hypotheſes	I.	II.	III.	IV.	V.
$u =$	0,24755 g	0,10000 g	0,05000 g	0,03333 g	0,02500 g
$t =$	0,86391 g	1,19219 g	1,21696 g	1,22304 g	1,22576 g
$u + t =$	1,11146 g	1,29219 g	1,26696 g	1,25637 g	1,25076 g
$t - u =$	0,61636 g	1,09219 g	1,16696 g	1,18971 g	1,20076 g
$2g + u - t =$	1,38364 g	0,90781 g	0,83304 g	0,81029 g	0,79924 g
$\frac{p}{m-1} =$	0,55573 g	0,64610 g	0,63348 g	0,62818 g	0,62538 g
$= \frac{q}{n-1} =$	0,44546 g	1,20311 g	1,40085 g	1,46825 g	1,50238 g
$p =$	0,29453 g	0,34243 g	0,33574 g	0,33294 g	0,33145 g
$-q =$	0,27173 g	0,73390 g	0,85451 g	0,89563 g	0,91645 g
$l\, p : g =$	9,4691397	9,5345723	9,5260088	9,5223635	9,5204198
$l - q : g =$	9,4341410	9,8656348	9,9317199	9,9521304	9,9621089
$y =$	0,55455 x	0,84523 x	0,92107 x	0,94694 x	0,96002 x
$\frac{u+t}{t-u} g =$	1,80326 g	1,18311 g	1,08569 g	1,05603 g	1,04164 g
$\frac{1}{p} =$	$\frac{3,3951}{g}$	$\frac{2,9203}{g}$	$\frac{2,9784}{g}$	$\frac{3,0035}{g}$	$\frac{3,0170}{g}$
$+ \frac{1}{q} =$	$\frac{-3,6801}{g}$	$\frac{-1,3626}{g}$	$\frac{-1,1702}{g}$	$\frac{-1,1165}{g}$	$\frac{-1,0912}{g}$
$l \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 =$	0,5775049	0,2114389	0,1367999	0,1127391	0,1008213.

XL.

Maintenant, ſi nous poſons ce nombre $\frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2$ pour toutes les hypotheſes $= A$, nous aurons à réſoudre l'équation ſuivante,

$$\frac{1}{ss} = \frac{n(2n+1)}{(n+2)qs} - \frac{2n}{(n+2)gs} - \frac{n^3}{(n+2)qq} + \frac{nn}{(n+2)gq}$$

0,2746312 | 9,9503487 | 0,0629705 | 9,8561446,

+

$$+\frac{Am^3}{pp} - \frac{Am(2m+1)}{pr} + \frac{A(m+2)}{rr}$$

$$0,5540742 \mid 0,7932174 \mid 0,5477747,$$

où pour la commodité du calcul j'ai mis ſous chaque terme le logarithme de ſon coëfficient, entant qu'il dépend des nombres n & m, qui ſont les mêmes pour toutes les hypotheſes. Nous n'avons maintenant qu'à développer ces hypotheſes l'une après l'autre.

I Hypotheſe, où l'intervalle $BC = u = 0,24755g$.

XLI.

En faiſant la ſubſtitution des valeurs trouvées pour les quantités p, q & A, nous obtiendrons cette équation,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{7,8181}{g^5} + \frac{140,2115}{gg} - \frac{79,7228}{g^4} + \frac{13,3438}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne,

$$\frac{1}{s} = -\frac{3,9090}{g} \pm V\left(\frac{155,4918}{gg} - \frac{79,7228}{g^4} + \frac{13,3438}{rr}\right).$$

Ici on voit que, prenant $\frac{1}{r} = 0$, la valeur de $\frac{1}{s}$ deviendroit trop grande: développons donc le cas ſuivant,

$$\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g} \qquad \frac{1}{a} = \frac{3,0000}{g}$$

$$\frac{1}{s} = +\frac{2,1257}{g} \qquad \frac{1}{b} = \frac{0,3951}{g}$$

$$\frac{1}{p} = +\frac{3,3951}{g} \qquad \frac{1}{c} = -\frac{4,8058}{g}$$

$$\frac{1}{q} = -\frac{3,6801}{g} \qquad \frac{1}{d} = +\frac{1,1257}{g}$$

XLII.

Ce cas comparé à d'autres mérite ſans doute la préférence, puiſqu'on évite les trop petits rayons des faces; nous aurons donc $a = +0{,}3333g$; $b = +2{,}5310g$; $c = -0{,}2081g$; $d = +0{,}8883g$, & partant on aura cette conſtruction:

Planche XII. Fig. 5. 1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0{,}3333g$, & de celle de derriere MBM $= 2{,}5310g$, & le diametre de ſon ouverture pourra bien être $x = 0{,}1667\,g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de verre de Mr. Zeiher, eſt concave par ſa face de devant & convexe par celle de derriere, le rayon de ſa face de devant NCN étant $= 0{,}2081\,g$, & de celle de derriere NDN $= 0{,}8883\,g$, dont l'ouverture doit être priſe $= 0{,}0924\,g$ en diametre.

3°. L'intervalle entre ces deux verres, du milieu de l'un à celui de l'autre, doit être $= 0{,}24755\,g$, ou preſque $= \frac{1}{4}\,g$, & alors le foyer commun tombera à la diſtance DG $= g$, & dans le groſſiſſement cet objectif peut être regardé comme un ſimple, dont la diſtance de foyer $1{,}80326\,g$.

4°. En exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra être employé à groſſir $5\frac{5}{8}\,g$ fois, en y joignant un verre oculaire, dont la diſtance de foyer eſt $= 0{,}3246$ pouce.

5°. Donc, pour groſſir 100 fois en diametre, il ſuffit de prendre $g = 18$ pouces; & la diſtance entre les deux verres de l'objectif étant $= 4\frac{1}{2}$ pouces, la longueur de toute la lunette ne ſera pas encore de 23 pouces. Elle ſera donc preſque deux fois plus courte que dans le cas du §. 33.

II Hypotheſe, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{10}\,g$.

XLIII.

La ſubſtitution des valeurs trouvées pour p, q & A fournit cette équation

$$\frac{1}{ff}$$

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3{,}4564}{gs} + \frac{46{,}5767}{gg} - \frac{29{,}5178}{gr} + \frac{5{,}7440}{rr},$$

d'où nous tirons,

$$\frac{1}{s} = \frac{-1{,}7282}{g} + V\left(\frac{49{,}5633}{gg} - \frac{29{,}5178}{gr} + \frac{5{,}7440}{rr}\right).$$

De là faiſons le calcul ſuivant,

$$\frac{1}{r} = \frac{+3{,}0000}{g} \qquad \frac{1}{a} = \frac{+3{,}0000}{g} \qquad a = 0{,}3333\,g$$

$$\frac{1}{s} = \frac{-1{,}8363}{g} \text{ donc } \frac{1}{b} = \frac{-0{,}0797}{g} \text{ \& } b = -12{,}5470\,g$$

$$\frac{1}{p} = \frac{+2{,}9203}{g} \qquad \frac{1}{c} = \frac{-2{,}1989}{g} \qquad c = -0{,}4548\,g$$

$$\frac{1}{q} = \frac{-1{,}3626}{g} \qquad \frac{1}{d} = \frac{+0{,}8363}{g} \qquad d = +1{,}1957\,g.$$

Par-là on comprend qu'il y a quelque choſe à gagner, en donnant à $\frac{1}{r}$ une plus petite valeur, comme $\frac{2}{g}$, d'où nous tirons

$$\frac{1}{r} = \frac{+2{,}0000}{g} \qquad \frac{1}{a} = \frac{+2{,}0000}{g} \qquad a = +0{,}5000\,g$$

$$\frac{1}{s} = \frac{+1{,}9465}{g} \qquad \frac{1}{b} = \frac{+0{,}9203}{g} \qquad b = +1{,}0866\,g$$

$$\frac{1}{p} = \frac{+2{,}9203}{g} \qquad \frac{1}{c} = \frac{-2{,}3091}{g} \qquad c = -0{,}4331\,g$$

$$\frac{1}{q} = \frac{-1{,}3626}{g} \qquad \frac{1}{d} = \frac{+0{,}9465}{g} \qquad d = +1{,}0565\,g.$$

XLIV.

Nous aurons donc la conſtruction ſuivante d'un tel objectif compoſé:

Fig. 6. 1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $a = \frac{1}{2}g$, & de celle de derriere MBM, $b = +\ 1{,}0866\,g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0{,}6461\,g$, & il admettra une ouverture, dont le diametre $= 0{,}2500\,g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de verre de Mr. Zeiher, eſt ménisque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = -\ 0{,}4331\,g$, & de celle de derriere convexe $d = +\ 1{,}0565\,g$. Sa diſtance de foyer négative ſera $= -\ 1{,}2031\,g$, & le diametre de ſon ouverture doit être $= 0{,}2113\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera BC $= \frac{1}{10}g$, & leur foyer commun tombera à la diſtance DG $= g$, le verre ſimple équivalent aura ſa diſtance de foyer $= 1{,}1831\,g$.

4°. En exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra être employé à groſſir $8\frac{1}{3}g$ fois, & alors il y faut appliquer un oculaire de $0{,}14197$ pouce, ou de $\frac{1}{7}$ pouce; & partant pour groſſir 100 fois il faut prendre $g = 12$ pouces, & la diſtance des verres étant $= 1\frac{1}{5}$ pouce, la longueur de la lunette ne ſera pas encore de $13\frac{1}{2}$ pouces, donc tant ſoit peu plus qu'au cas précédent.

III Hypotheſe, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{10}g$.

XLV.

En ſubſtituant pour les lettres p, q & A, les valeurs indiquées ci-deſſus pour cette hypotheſe, on parvient à cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3{,}0944}{g^4} + \frac{41{,}2133}{gg} - \frac{25{,}3518}{g^r} + \frac{4{,}8370}{rr},$$

d'où l'on tire,

$\frac{1}{s}$

$$\frac{1}{s} = \frac{-1,5472}{g} + V\left(\frac{43,6071}{gg} - \frac{25,3518}{gr} + \frac{4,8370}{rr}\right).$$

Poſons $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & le calcul donnera

$\frac{1}{r} = \frac{2,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{+2,0000}{g}$	$a = +\ 0,5000\,g$
$\frac{1}{s} = \frac{1,9530}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{+0,9784}{g}$	$b = +\ 1,0221\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{2,9784}{g}$	$\frac{1}{c} = \frac{-2,1232}{g}$	$c = -\ 0,4710\,g$
$\frac{1}{q} = \frac{-1,1702}{g}$	$\frac{1}{d} = \frac{+0,9530}{g}$	$d = +\ 1,0493\,g.$

A peine trouvera-t-on un autre cas auſſi propre pour la pratique, où aucun des rayons des quatre faces ne devienne plus petit qu'ici.

XLVI.

Voilà donc la conſtruction ſuivante des objectifs compoſés de cette eſpece:

1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces étant de devant $a = 0,5000\,g$, & de derriere $b = 1,0221\,g$, ſa diſtance de foyer eſt $= 0,63348\,g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $x = 0,2500\,g = \frac{1}{4}g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, eſt ménifque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = -0,47109$, & de celle de derriere convexe $d = +1,0493\,g$, ſon foyer négatif tombe à la diſtance de $= 1,4008\,g$, & le diametre de ſon ouverture doit être $y = 0,2303\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera $BC = \frac{1}{20}g$, le foyer commun tombera à la diſtance $DG = g$, & l'objectif ſimple équivalent à ce compoſé aura ſa diſtance de foyer $= 1,0857g$

4°. Exprimant la diſtance DG en pouces, cet objectif pourroit bien ſervir à groſſir $8\frac{1}{3}g$ fois, & alors il y faudroit joindre un oculaire de 0, 1309 pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il faudroit prendre $g = 12$ pouces, & la longueur de la lunette ſeroit un peu plus petite qu'au cas précédent.

IV Hypotheſe, où l'intervalle $BC = u = \frac{1}{30}g$.

XLVII.

En ſubſtituant pour les lettres p, q & A, les valeurs trouvées ci-deſſus pour cette hypotheſe, il en réſulte cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-2,9933}{gs} + \frac{39,6449}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr},$$

qui donne

$$\frac{1}{s} = \frac{-1,4967}{g} + V\left(\frac{41,8849}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr}\right).$$

Soit encore $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & nous aurons

$\frac{1}{r} = \frac{+2,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{+2,0000}{g}$	$a = +0,5000g$
$\frac{1}{s} = \frac{+1,9406}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{+1,0035}{g}$	$b = +0,9965g$
$\frac{1}{p} = \frac{+3,0035}{g}$	$\frac{1}{c} = \frac{-2,0571}{g}$	$c = -0,4861g$
$\frac{1}{q} = \frac{-1,1165}{g}$	$\frac{1}{d} = \frac{+0,9406}{g}$	$d = +1,0631g.$

Ce cas eſt encore le plus propre pour la pratique.

XLVIII.

XLVIII.

Voilà donc encore un verre objectif composé, qui ne differe pas beaucoup du précédent.

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = \frac{1}{2}g$, & de celle de derriere $b = 0{,}9965\,g$, la diſtance de foyer de ce verre eſt $= 0{,}6282\,g$, & il pourra bien admettre une ouverture, dont le diametre $= \frac{1}{4}g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, eſt ménifque, le rayon de ſa face de devant concavé étant $c = -0{,}4861\,g$, & de la convexe de derriere $d = 1{,}0631\,g$, la diſtance du foyer négatif eſt $= 1{,}4683\,g$, & l'ouverture doit être en diametre $= 0{,}2367\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera donc $BC = \frac{1}{30}g$, & leur foyer conjoint tombe à la diſtance $DG = g$. Cet objectif compoſé ſera équivalent à un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1{,}0560\,g$.

4°. En exprimant en pouces la diſtance $DG = g$, cet objectif pourroit bien ſervir à groſſir $8\frac{1}{3}\,g$ fois, & alors il y faut joindre un oculaire dont la diſtance de foyer $= 0{,}1267$ pouce. Or, pour chaque groſſiſſement, les lunettes de cette eſpece ſeront tant ſoit peu plus petites, que dans l'hypotheſe précédente.

XLIX.

Il ne vaut pas la peine de développer de la même maniere la cinquieme hypotheſe, où l'intervalle $BC = \alpha$ ſeroit $= \frac{1}{40}g$, puiſqu'il n'en réſulteroit aucun nouvel avantage, & qu'il eſt toujours fort important de laiſſer quelque petit intervalle entre les deux verres, pour être enſuite le maître de l'ajuſter le plus avantageuſement ſelon les circonſtances. Car, ſoit que les meſures preſcrites ne ſoyent pas le plus rigoureuſement obſervées dans l'exécution, ſoit qu'on veuille auſſi remédier à la confuſion des oculaires, quand on en veut employer pluſieurs

fieurs, un petit changement dans la diſtance des deux verres de l'objectif y pourra être employé avec un bon ſuccès: d'ailleurs dans la pratique il eſt fort difficile de juger de la véritable diſtance entre deux verres à cauſe de leur épaiſſeur, & il eſt toujours plus ſûr de la tirer par quelques expériences.

L.

Enſuite, il eſt auſſi impoſſible d'aſpirer à un plus haut degré de perfection, attendu que les objectifs compoſés ſelon les meſures preſcrites, ſi l'on en vouloit retirer tout le profit, demanderoient des oculaires trop petits pour qu'on pût s'en ſervir dans la pratique. Car il faut toujours que l'oculaire transmette dans l'oeil autant de rayons qu'il eſt néceſſaire pour procurer une clarté ſuffiſante. Mais un oculaire de $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{9}$ pouce de foyer admet une trop petite ouverture pour produire cet effet: j'aimerois donc mieux n'employer que des oculaires d'$\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ pouce, & en renonçant ainſi au plus grand groſſiſſement dont ces objectifs ſeroient ſuſceptibles, on pourroit auſſi diminuer conſidérablement leur ouverture, ſans rien perdre de la clarté; & ce nonobſtant ces lunettes ſeroient encore bien 10 fois plus courtes que les ordinaires, qui produiſent le même groſſiſſement, & leur ſeroient de beaucoup ſupérieures à cauſe de la clarté. Auſſi ſur ce pied, en employant de plus grands oculaires, les petites aberrations qu'on ne ſauroit éviter dans l'excéution, ne ſeront plus d'une ſi grande conſéquence.

ADDITION

ſur la conſtruction des objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs.

LI.

Avant que de finir, je dois encore obſerver, que les objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs peuvent être portés à un plus haut degré de perfection en mettant l'intervalle entre les deux verres un peu plus petit: car par ce moyen les rayons des quatre faces deviennent premierement plus grands, & enſuite, on gagne auſſi l'avantage de

de pouvoir faire quelques petits changemens dans ce même intervalle, ce qui ſera ſouvent de la plus grande importance. Pour cet effet, j'ai fait le calcul en ſuppoſant l'intervalle BC $= u = \frac{1}{50} g$, vu qu'on ne le ſauroit gueres faire plus petit, & de là j'ai trouvé les valeurs ſuivantes,

$\frac{1}{r} = \frac{5,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{5,0000}{g}$	$a = + 0,2000\, g$
$\frac{1}{s} = -\frac{0,9509}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{3,7351}{g}$	$b = + 0,2677\, g$
$\frac{1}{p} = \frac{8,7351}{g}$	$\frac{1}{c} = -\frac{5,1216}{g}$	$c = - 0,1953 g$
$\frac{1}{q} = -\frac{7,0725}{g}$	$\frac{1}{d} = -\frac{1,9509}{g}$	$d = - 0,5126 g.$

LII.

De là nous tirons la conſtruction ſuivante des objectifs compoſés de cette eſpece:

1°. Le premier verre MM fait de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = 0,2000 g$, & de celle de derriere $b = + 0,2677\, g$.

La diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0,2160\, g$, & il pourra ſouffrir une ouverture dont le diametre $x = 0,1000 g = \frac{1}{10} g$.

2°. L'autre verre NN eſt concave des deux côtés, & fait de flintglaſs, le rayon de ſa face de devant étant $c = - 0,1953\, g$, & de celle de derriere $d = - 0,5126\, g$; la diſtance de foyer de ce verre ſera donc négative $= - 0,2438\, g$, & ſon ouverture doit être $= 0,091\, g$ en diametre.

3°. Ces verres doivent être joints enſemble de façon, que l'intervalle entr'eux ſoit $= \frac{1}{50} g$: & leur foyer commun tombera à la diſtance

$DG = g$. Par rapport au groſſiſſement ils produiront le même effet qu'un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1,1020\,g$.

4°. En exprimant en pouces la diſtance g, & comptant 3 pouces d'ouverture en diametre pour groſſir 100 fois, cet objectif pourra être employé à groſſir $\frac{12}{3}\,g$ fois, en y appliquant un oculaire de $\frac{3}{100}\frac{3}{00}\frac{0}{00}$ pouce de foyer, ou preſque de $\frac{1}{3}$ pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il faut prendre $g = 30$ pouces, & partant les rayons des faces,

$a = +6$ pouces; $b = +8\frac{31}{100}$ pouces; $c = -5\frac{85}{1000}$ pouces;
$d = -15\frac{378}{1000}$ pouces,

la diſtance de foyer du premier verre MM $= 6\frac{48}{100}$ pouces, & celle de l'autre NN négative $= 7\frac{341}{1000}$ pouces, le diametre de l'ouverture du premier $= 3$ pouces, & de l'autre $= 2\frac{3}{4}$ pouces. Enſuite l'intervalle BC $= \frac{3}{5}$ pouce, & la diſtance DG $= 30$ pouces, avec la diſtance de foyer de l'oculaire $= \frac{1}{3}$ pouce; donneront la longueur de cette lunette de 31 pouces, qui groſſiſſant 100 fois ſera équivalente à une lunette ordinaire de plus de 30 pieds.

Quand on n'y voudroit employer qu'un oculaire de $\frac{2}{3}$ pouce de foyer, le groſſiſſement ſe réduiroit à la moitié, & en diminuant l'ouverture d'un tiers ou d'un quart ſeulement, on obtiendroit des lunettes qui auroient plus de clarté & dont l'effet ſeroit toujours fort ſurprenant.

LIII.

Voici encore une autre conſtruction pour les cas où l'intervalle BC $= u$ peut être diminué juſqu'à $\frac{1}{100}\,g$:

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces étant $a = 0,2500\,g$, & $b = 0,2820\,g$, & ſa diſtance de foyer $= 0,2500\,g$: il ſouffrira une ouverture dont le diametre $x = \frac{1}{8}\,g$.

2°. L'autre verre NN de flintglaſs eſt concave des deux côtés, les rayons de ſes faces étant $c = -0,2536\,g$ & $d = -0,6598\,g$, & ſa diſtance de foyer $= -0,3159\,g$.

3°.

3°. L'intervalle entre ces deux verres doit être $BC = \frac{1}{75} g$, & le foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g, cet objectif pourra grossir $\frac{25}{6} g$ fois, moyennant un oculaire de $\frac{1}{4}$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faut prendre $g = 24$ pouces, par où ces lunettes seront plus courtes que les précédentes.

LIV.

On peut encore raffiner sur cette construction, en changeant tant soit peu la valeur de r, pour que les deux rayons a & b deviennent égaux entr'eux; par-là non seulement l'exécution sera plus aisée, mais ces objectifs seront aussi susceptibles d'une plus grande ouverture.

1°. Le premier verre MM fait de crownglass est également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $a = b = 2{,}26504 g$. Sa distance de foyer sera $= 0{,}25004 g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $= 0{,}1325 g$.

2°. l'autre verre NN fait de flintglass est concave des deux côtés, & le rayon de sa face de devant $c = -0{,}24233 g$, & de celle de derriere $d = -0{,}75041 g$; par où sa distance de foyer négative sera $= -0{,}31536 g$; & le diametre de son ouverture $= 0{,}1272 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC doit être $= \frac{1}{75} g$, & leur foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g, cet objectif pourra servir à grossir $4\frac{2}{5} g$ fois, moyennant un oculaire dont la distance de foyer $= 0{,}2367$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il suffit de prendre $g = 23$ pouces, par où ces lunettes seront encore un peu plus courtes que les précédentes.

LV.

On ne ſauroit douter que ces objectifs compoſés ne ſoyent les plus excellens qu'on puiſſe conſtruire de ces deux eſpeces de verre: & quand l'exécution réuſſit, on y pourra employer un ou pluſieurs oculaires & tel arrangement qu'on jugera le plus convenable. Pour cet effet, il eſt de la derniere importance de joindre les deux verres qui compoſent l'objectif en ſorte, qu'à l'aide d'une vis fort ſubtile on puiſſe produire des changemens preſque infiniment petits dans la diſtance entre ces deux verres, puiſque par ce moyen on ſera en état de remédier auſſi à la confuſion que les verres oculaires pourroient produire. J'ai déjà expoſé dans quelques Mémoires tout ce qui regarde le plus avantageux arrangement des verres oculaires pour procurer aux lunettes le plus grand champ apparent; & il eſt aiſé d'appliquer les regles que j'y ai preſcrites, aux objectifs compoſés, dont je viens d'enſeigner la conſtruction; par ce moyen on portera les lunettes au plus haut degré de perfection dont elles ſoyent ſuſceptibles par leur nature.

ARRANGEMENT DES VERRES OCULAIRES

pour tirer le plus grand profit des objectifs dont la conſtruction eſt ici expliquée.

LVI.

Quelques eſpeces de verre qu'on veuille employer dans la conſtruction des objectifs compoſés, dont je viens de donner la deſcription, la diſtance g, à laquelle tombe le foyer d'un tel objectif derriere le ſecond verre, donne d'abord la diſtance de foyer d'un verre objectif ſimple, qui lui ſeroit équivalent dans la combinaiſon avec les oculaires. Soit donc p cette diſtance de foyer, & nous avons vû qu'elle eſt un peu plus grande que la diſtance g; poſons donc $p = (1 + \alpha)\, g$, & que l'objectif ſimple équivalent ſoit placé devant l'objectif compoſé, à la diſtance $= \alpha g$ depuis le dernier verre. Enſuite, le plus petit des rayons des quatre faces de l'objectif détermine le diametre de l'ouverture que l'objectif compoſé ſupportera; ſoit donc x le

dia-

diametre de cette ouverture, & j'ai ſuppoſé juſqu'ici qu'on le puiſſe prendre égal à la moitié du plus petit rayon des faces, ce qui réuſſiroit peut-être, ſi l'on étoit en état d'exécuter à la derniere rigueur les meſures preſcrites. Mais pour la plûpart on ſera obligé de ne donner à x, que le tiers ou même le quart du plus petit rayon. Enfin, ce diametre de l'ouverture nous découvre le groſſiſſement que l'objectif ſera capable de produire; exprimons donc le groſſiſſement par le nombre m, qui marque combien de fois le diametre apparent des objets ſera multiplié; & puiſque ſuivant la regle établie par Hughens, une ouverture de trois pouces en diametre ſuffit pour groſſir 100 fois, ſi le diametre x eſt donné en pouces, la proportion $3 : 100 = x : m$ fournit $m = \frac{100}{3} x$. Mais, pour procurer plus de clarté, ce qui eſt abſolument néceſſaire quand on veut employer pluſieurs oculaires, il ſera bon de ne prendre que $m = 25 x$, ou même $m = 20 x$.

LVII.

Ayant ainſi établi pour un objectif compoſé 1°. la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent $p = (1 + \alpha) g$. 2°. le diametre de l'ouverture que l'objectif compoſé ſupporte $= x$, & 3°. le groſſiſſement m, qu'il eſt capable de produire, je vais détailler les arrangemens ſuivans des oculaires que j'ai expoſés & démontrés ailleurs, pour quelque nombre d'oculaires qu'on veuille employer. Ces arrangemens ſemblent les plus propres, tant pour procurer le plus grand champ apparent, que parce qu'on on eſt le maître de donner aux oculaires une auſſi grande diſtance de foyer qu'on jugera à propos, tandis que ſi l'on vouloir ſuivre la conſtruction des tubes aſtronomiques, on ſeroit obligé d'employer des oculaires d'autant plus petits, que les objectifs ſeroient plus parfaits. Soit donc MMNN le verre objectif compoſé, dont le diametre d'ouverture $MM = x$, & ayant prolongé ſon axe AO à l'infini, le ſecond verre QQ doit toujours être placé au foyer de l'objectif de ſorte, que la diſtance $aB = g$. Or, tant la diſtance de foyer de ce ſecond verre QQ, que ſa grandeur ou ouverture, de même que les autres oculaires ſuivans, doivent être réglés ſur le nombre Fig. 7.

bre des oculaires qu'on veut employer, comme je le ferai voir dans les devis ſuivans, après avoir remarqué en général, que tous les oculaires ſont également convexes des deux côtés, & que la grandeur du dernier oculaire eſt arbitraire, dont je poſerai ici la diſtance de foyer $= z$, qu'on pourra prendre enſuite, ou d'un pouce, ou plus grande, comme on jugera à propos; enfin le point O marque le lieu de l'oeil. Il ſera auſſi fort avantageux de faire tous les oculaires de cette eſpece de verre qui cauſe la plus grande réfraction moyenne, parce que ces verres ſeront ſuſceptibles d'une plus grande ouverture pour la même diſtance de foyer.

I Devis, de telles lunettes à 4 verres oculaires.

LVIII.

Ayant pris la diſtance $aB = g$, les diſtances de foyer des oculaires, leurs diametres d'ouverture & les intervalles doivent être déterminés de la maniere ſuivante:

	Diſtance de foyer.	Diametre de l'ouverture.	Intervalles entre les verres.
du verre QQ	$= \frac{3p}{m+3}$	$QQ = \frac{3p}{4m}$	$BC = \frac{3p}{m}$
du verre RR	$= \frac{6z}{p+2mz}p$	$RR = \frac{3x}{m}$	$CD = 4z$
du verre SS	$= 2z$	$SS = z$	$DE = 2z$
du verre TT	$= z$	$TT = \frac{1}{2}z$	$EO = \frac{2}{3}z$

La longueur de ces lunettes depuis le dernier verre NN de l'objectif ſera donc $aO = g + \frac{3p}{m} + 6\frac{2}{3}z$, & elles découvriront un champ dont le diametre ſera de $\frac{2578}{m}$ minutes.

II De-

II Devis, de telles lunettes à 5 verres oculaires.

LIX.

Que l'on conçoive dans la figure encore une verre UFU, avant que de parvenir à l'oeil O, & on aura pour la conſtruction les meſures ſuivantes,

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= \frac{5p}{m+5}$	QQ $= \frac{5p}{4m}$	BC $= \frac{5p}{m}$
du verre RR $= \frac{15zp}{2p+3mz}$	RR $= \frac{5x}{m}$	CD $= 6z$
du verre SS $= 3z$	SS $= \frac{3}{2}z$	DE $= z$
du verre TT $= \frac{5}{4}z$	TT $= \frac{5}{4}z$	EF $= z$
du verre UU $= z$	UU $= \frac{1}{2}z$	FO $= \frac{2}{3}z$

La longueur de cette lunette depuis l'objectif ſera donc $aO = g + \frac{5p}{m} + 8\frac{2}{3}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{4296}{m}$ minutes.

III Devis, de telles lunettes à 6 verres oculaires.

LX.

Qu'on ſe repréſente dans la figure encore un verre VGV avant l'oeil O, & les verres doivent être formés & diſpoſés de la maniere ſuivante :

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= \frac{7p}{m+7}$	QQ $= \frac{7p}{4m}$	BC $= \frac{7p}{m}$
du verre RR $= \frac{476zp}{55p+68mz}$	RR $= \frac{7x}{m}$	CD $= \frac{40}{55}z$
du verre SS $= \frac{204}{55}z$	SS $= \frac{102}{55}z$	DE $= \frac{51}{110}z$
du verre TT $= \frac{153}{44}z$	TT $= \frac{153}{88}z$	EF $= \frac{9}{11}z$
du verre UU $= \frac{9}{4}z$	UU $= \frac{9}{8}z$	FG $= \frac{1}{2}z$
du verre VV $= z$	VV $= \frac{1}{2}z$	GO $= \frac{2}{7}z$

Donc la longueur de ces lunettes depuis l'objectif ſera $aO = g + \frac{7p}{m} + 9\frac{17}{35}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{6014}{m}$ minutes.

Exemple d'une telle lunette.

LXI.

Tirons la conſtruction de l'objectif du §. 48. en poſant la diſtance $g = 50$ pouces, & nous aurons pour le verre MM, fait de crownglaſs & convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces,

de celle de devant = 25 pouces (convexe),

de celle de derriere = 49, 82 pouces (convexe),

dont la diſtance de foyer ſera = 31, 41 pouces.

L'autre verre NN eſt fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, en prenant les rayons de ces faces,

de celle de devant = 24, 30 pouces (concave),

de celle de derriere = 53, 15 pouces (convexe),

par où la diſtance négative de ſon foyer ſera = 73, 41 pouces. Ces deux verres ſont joints enſemble de façon, qu'il reſte un intervalle entr'eux = $1\frac{2}{3}$ pouce; mais il eſt bon de ne fixer cet intervalle qu'après y avoir

y avoir joint tous les verres oculaires, puiſqu'un petit changement ſera peut-être capable de détruire auſſi la confuſion cauſée par les verres oculaires.

LXII.

Or le foyer de cet objectif compoſé tombera à la diſtance de $g = 50$ pouces, & la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent ſera $p = 52,80$ pouces. Maintenant, pour l'ouverture de ce verre, quand il eſt bien exécuté, il ſemble qu'on pourroit lui donner un diametre $x = 10$ pouces, au moins au premier verre MM, & à l'autre NN il ſuffit de faire ſon ouverture de $9\frac{1}{2}$ pouces en diametre. Et partant cet objectif pourra bien être employé à groſſir 200 fois en diametre, avec un très grand degré de clarté. Ayant donc $g = 50$ pouces, $p = 52\frac{4}{5}$ pouces, $x = 10$ pouces, & $m = 200$, ſi nous donnons au dernier oculaire un pouce de foyer, de ſorte que $z = 1$, le cas de 6 oculaires nous fournit cette conſtruction de la lunette, après avoir pris la diſtance $aB = 50$ pouces,

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ = 1,785	QQ = 0,462	BC = 1,848
du verre RR = 1,523	RR = 0,350	CD = 7,418
du verre SS = 3,709	SS = 1,855	DE = 0,464
du verre TT = 3,477	TT = 1,739	EF = 0,818
du verre UU = 2,250	UU = 1,125	FG = 0,500
du verre VV = 1 pouce	VV = $\frac{1}{2}$ pouce	GO = 0,285

LXIII.

La longueur de toute cette lunette, en y ajoûtant l'épaiſſeur de l'objectif, provient préciſément de 63 pouces, ou bien de $5\frac{1}{4}$ pieds, & puiſqu'elle groſſit les objets 200 fois en diametre, & cela avec beaucoup plus de clarté & plus diſtinctement qu'un tube aſtronomique de 120 pieds, qui groſſiroit à peu près autant, l'effet de cette nouvelle lunette ſurpaſſera de bien loin tout ce qu'on pourroit attendre d'un Téleſ-

cope beaucoup plus long. Mais le champ apparent y ajoûte encore un avantage très conſidérable, puiſque cette lunette découvrira au ciel un eſpace de 30 minutes en diamere, pendant qu'un téleſcope du même groſſiſſement en découvriroit à peine un de 5 minutes. Ces oculaires, depuis le premier en B juſqu'au dernier en G, avec l'oeil O, ſont repré-
Fig. 8. ſentés dans la fig. 8, ſur une échelle qui réduit les véritables grandeurs environ à la moitié.

LXIV.

Tous ces oculaires contribueront fort peu à augmenter la confuſion, à l'exception du troiſieme petit verre RR, qui nonobſtant ſa petiteſſe pourroit bien produire une confuſion trop conſidérable pour être détruite par un petit changement dans l'objectif. Mais j'ai déjà expoſé ailleurs un moyen de remédier à ce défaut, qui eſt de compoſer ce verre de deux petites lentilles, dont voici la conſtruction en poſant r pour la diſtance de foyer que ce verre entier doit avoir,

de la premiere lentille qui regarde l'objectif

le rayon de ſa face de $\begin{cases} \text{devant} = +\ 0,7481\ r \\ \text{derriere} = +\ 1,0225\ r, \end{cases}$

de l'autre lentille qui regarde l'oeil

le rayon de ſa face de $\begin{cases} \text{devant} = -\ 0,5088\ r \\ \text{derriere} = +\ 0,6657\ r. \end{cases}$

Cette précaution ne manquera pas de faire mieux réuſſir la conſtruction de ces lunettes.

CON-

CONSTRUCTION
DES
OBJECTIFS COMPOSÉS,
PROPRES À DÉTRUIRE TOUTE LA CONFUSION
DANS LES LUNETTES.

PAR M. L. EULER. (*)

1.

La confuſion que cauſent les objectifs ſimples ordinaires ne dépend pas uniquement de leur diſtance de foyer, mais auſſi du rapport entre la figure de leurs faces. On a obſervé qu'un verre plano-convexe, lorsqu'on tourne ſa face convexe vers l'objet, cauſe moins de confuſion qu'un verre également convexe du même foyer, & qu'il admet par cette raiſon une plus grande ouverture; & Mr. Huygens a déterminé le rapport entre les deux faces d'un objectif, requis pour que la confuſion en devienne la plus petite. Entant que le rapport entre les faces d'un verre influe ſur la confuſion qui en réſulte, je l'exprime dans ma Théorie de la Dioptrique par un certain nombre λ, que je nomme l'expoſant de la confuſion, puiſque plus ce nombre eſt grand, plus la confuſion du verre auquel il répond devient conſidérable. Or cet expoſant de confuſion λ ne ſauroit être plus petit que l'unité: donc, pour avoir un verre qui produiſe la moindre confuſion, on n'a qu'à ſuppoſer $\lambda = 1$.

2. Pour en rendre la raiſon plus ſenſible, je n'ai qu'à rapporter ici les formules, qui déterminent les rayons des deux faces d'un objectif, l'expoſant de confuſion λ de ce verre étant donné. Soit p la

 diſtan-

(*) Lu le 6 Fevrier 1766.

distance de foyer que ce verre doit avoir, & marquant par ϱ, σ, τ certains nombres qui dépendent de la réfraction du verre, dont j'aurai occasion de parler dans la suite, j'ai exprimé les rayons des faces du verre de cette sorte,

de la face de devant $= \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$, de la face de derriere $= \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$,

d'où l'on voit que l'exposant de confusion λ ne sauroit être plus petit que l'unité, & partant en employant des verres simples pour des objectifs, il est impossible de diminuer la confusion au dessous d'une certaine limite, qui est $\lambda = 1$.

3. Mais il est possible de combiner deux verres en sorte, que l'exposant de confusion qui répond à un tel objectif composé, devienne non seulement égal à zéro, mais aussi négatif, si les circonstances le demandoient. Il semble bien qu'un objectif ne sauroit être plus parfait, que lorsque la confusion, ou son exposant, évanouit tout à fait: mais puisque les autres verres dont on se sert dans la construction des lunettes, causent aussi quelque confusion, il ne suffit pas que l'objectif en soit délivré; il faut plûtôt qu'il produise une confusion dans le sens contraire, ou bien dont l'exposant de confusion soit négatif, pour détruire la confusion causée par les autres verres Je me propose donc de donner ici des regles détaillées pour la construction de tels objectifs composés, auxquels réponde un exposant de confusion, ou évanouissant ou négatif, d'une grandeur donnée, afin que dans chaque cas proposé on puisse faire un tel objectif, qui étant joint aux autres verres de la lunette, ne produise absolument aucune confusion.

4. Dans cette recherche je n'ai besoin que des principes que j'ai déjà établis dans le XIII Volume de nos Mémoires, dont je ferai l'application au cas dont il s'agit ici. Je ne considere que deux verres dont l'objectif est composé; que le premier soit en A, sa distance de foyer $= p$, & son exposant de confusion $= \lambda$; l'autre verre soit en

Planche XII. Fig. 9.

B,

B, ſa diſtance de foyer $= q$, & ſon expoſant de confuſion $= \lambda'$. Que l'intervalle entre ces deux verres ſoit $AB = d$, & que leur foyer commun tombe en F, de ſorte que $BF = f$, & que l'expoſant de confuſion qui répond à cet objectif compoſé, ſoit négatif $= -\omega$. Cela poſé, mes formules générales appliquées à ce cas, à cauſe de $A = o$, donnent,

$$a = p = A\alpha;\ b = \frac{(B+1)\Phi}{B\pi-(B+1)\Phi}p;\ q = \frac{Bb}{B+1},\ \&\ c = f = Bb.$$

Or l'expoſant de confuſion pour ces deux verres eſt

$$\lambda + \frac{(B+1)^2\Phi\,(\lambda'(B+1)^2+\nu B)}{B^3\,(B\pi-(B+1)\Phi)},$$

qui doit par conſéquent être égalé à $-\omega$; de ſorte que, ſi $\omega = o$, cet objectif compoſé ne cauſe aucune confuſion; mais donnant à ω une valeur quelconque, on obtiendra un tel objectif dont l'expoſant de confuſion ſera $= -\omega$.

5. Puiſque $\frac{(B+1)\Phi}{B\pi-(B+1)\Phi} = \frac{b}{p}$, l'expoſant de confuſion de nos deux verres ſera,

$$\lambda + \frac{(B+1)\,(\lambda'(B+1)^2+\nu B)}{B^3}\,\frac{b}{p} = -\omega.$$

Or $b = \frac{(B+1)\,q}{B}$ & $f = (B+1)\,q$.

Outre cela, à cauſe de la diſtance donnée entre les verres $AB = d$, nous avons $d = a + b = p + \frac{B+1}{B}q$.

Maintenant, puiſque les nombres λ & λ' ſont poſitifs & plus grands que l'unité, l'équation trouvée ne ſauroit ſubſiſter, à moins que l'une ou l'autre des diſtances de foyer p & q ne ſoit négative, puiſqu'en ſubſtituant pour b ſa valeur nous avons,

$$\lambda + \frac{(B+1)^2\,(\lambda'\,(B+1)^2 + \nu B)}{B^4} \cdot \frac{q}{p} = -\omega,$$

où ν eſt une fraction poſitive d'environ $\frac{1}{5}$, qui dépend de la réfraction du verre. On pourra donc donner deux ſolutions que voici.

I Solution, le verre en B *étant concave.*

6. Soit donc $q = -nf$, & $d = \delta f$, d'où nous tirons $B+1 = -\frac{1}{n}$ & $B = -\frac{n-1}{n}$; donc $\delta f = p + \frac{q}{n+1} = p - \frac{nf}{n+1}$, de ſorte que $p = \left(\frac{n}{n+1} + \delta\right) f$, & $\frac{q}{p} = \frac{-(n+1)}{n+\delta(n+1)}$. Puis donc que $\frac{B+1}{B} = \frac{1}{n+1}$, & partant $\frac{(B+1)^2}{B^3} = \frac{-n}{(n+1)^3}$, notre équation ſera,

$$\lambda - \left(\frac{\lambda'}{(n+1)^4} - \frac{\nu n}{(n+1)^3}\right) \frac{n\,(n+1)}{n+\delta\,(n+1)} = -\omega, \text{ ou bien}$$

$$\lambda + \omega = \frac{\lambda' - \nu n\,(n+1)}{(n+1)^3} \cdot \frac{n}{n+\delta\,(n+1)}, \text{ d'où nous tirons}$$

$$\lambda' = \nu n\,(n+1) + (\lambda+\omega)\left(1 + \frac{n+1}{n}\delta\right)(n+1)^3.$$

Ainſi la diſtance de foyer de l'objectif compoſé BF $= f$, avec la diſtance des verres AB $= \delta f$, étant donnée, on peut déterminer les deux verres d'une infinité de manieres différentes.

II Solution, le verre en A *étant concave.*

7. On n'a qu'à ſuppoſer n négatif; ſoit donc $n = \frac{m}{m+1}$, pour avoir $p = -(m-\delta)f$, $q = \frac{m}{m+1}f$ & $d = \delta f$. De là nait cette équation,

$\lambda -$

$$\lambda + \omega = \frac{m}{m - \delta} (\lambda' (m + 1)^2 + \nu m (m + 1)),$$

d'où l'on doit déduire l'expoſant λ, & regarder l'autre λ' comme donné, puiſque λ' ne ſauroit devenir plus petit que 1. Or, ſi l'on détermine λ en ſorte qu'il ſoit

$$\lambda = \frac{m}{m - \delta} (\lambda' (m + 1)^2 + \nu m (m + 1)) - \omega,$$

il eſt clair que dès que le nombre m eſt tant ſoit peu grand (or il doit être plus grand que δ,) la valeur ω, comme fort petite, ne change presque rien dans celle de λ, d'où la détermination de celle-ci deviendroit trop incertaine; mais on ne ſauroit non plus prendre m fort petit, puiſque le verre B deviendroit alors trop petit pour ſervir dans la pratique. Par cette raiſon je m'arrêterai uniquement à la premiere ſolution.

8. Voici donc de quelle maniere les objectifs en queſtion doivent être conſtruits:

I. D'abord, ſoit la diſtance de foyer de l'objectif compoſé $BF = f$;

II. La diſtance entre les deux verres $AB = \delta f$;

III. L'expoſant de confuſion, que cet objectif compoſé doit avoir, $= -\omega$;

IV. L'expoſant de confuſion du premier verre A ſoit $= \lambda$, qu'on peut prendre à volonté, pourvu qu'il ſoit $\lambda > 1$, ou $\lambda = 1$.

V. Ces élémens étant preſcrits, on peut prendre pour n un nombre quelconque poſitif, & de là on aura;

VI. La diſtance de foyer du premier verre en A, c'eſt à dire

$$p = \left(\frac{n}{n + 1} + \delta\right) f;$$

VII. La diſtance de foyer du ſecond verre concave B, qui eſt négative, $q = -nf$.

VIII.

VIII. Et alors l'expoſant de confuſion de ce verre, qui eſt λ', ſera déterminé de cette ſorte,

$$\lambda' = \nu n\,(n+1) + (\lambda + \omega)\left(1 + \frac{n+1}{n}\delta\right)(n+1)^3.$$

9. Maintenant, pour conſtruire ces deux verres, il faut avoir égard à la réfraction du verre, laquelle n'étant pas toujours la même pour toutes les eſpeces de verre, il ſuffira d'en conſidérer deux cas, l'un où la raiſon de réfraction de l'air dans le verre eſt comme 153 à 100, & l'autre où cette raiſon eſt comme 155 à 100, preſque toutes les eſpeces de verre étant compriſes entre ces limites. Selon ces deux cas, il faut bien remarquer les valeurs ſuivantes,

Raiſon de réfraction	Raiſon de réfraction
153 : 100	155 : 100
$\nu = 0,21945$	$\nu = 0,23269$
$\varrho = 0,22668$	$\varrho = 0,19078$
$\sigma = 1,66011$	$\sigma = 1,62740$
$\tau = 0,92522$	$\tau = 0,90513$

d'où l'on déduira aiſément les valeurs convenables, lorſque la véritable raiſon de réfraction tombe entre ces deux limites, comme il arrivera preſque toujours. La premiere de ces lettres ν entre déjà dans la valeur du nombre λ'.

10. Après s'être aſſuré de la véritable réfraction, les deux verres doivent être formés de la maniere ſuivante;

I. Pour le premier verre convexe en A, dont la diſtance de foyer eſt p, & l'expoſant de confuſion λ, il faut prendre,

le rayon de ſa face

de devant $= \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$, & de derriere $= \frac{p}{\varrho + \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$,

d'où,

d'où, puiſque le ſigne radical $\sqrt{(\lambda - 1)}$ prend auſſi bien le ſigne — que +, réſulte une double conſtruction, qui ſe réduit à une ſeule lorſque $\lambda = 1$.

II. Pour le ſecond verre concave, ſachant ſa diſtance de foyer q, qui eſt négative, & ayant trouvé ſon expoſant de confuſion λ', on aura la conſtruction ſuivante;

rayon de ſa face

$$\text{de devant} = \frac{q}{(n+1)\varrho - n\sigma + \tau\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{p}{(n+1)\sigma - n\varrho - \tau\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

d'où l'on tire auſſi une double conſtruction.

11. Donc, pour les deux limites de réfraction, les rayons des faces de chaque verre ſeront déterminés de la maniere ſuivante;

Pour le verre en A, *diſtance de foyer* $= p$,

Rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{p}{1{,}66011 - 0{,}92522\sqrt{(\lambda-1)}}$,	$\frac{p}{1{,}62740 - 0{,}90513\sqrt{(\lambda-1)}}$,
de derriere	$\frac{p}{0{,}22668 + 0{,}92522\sqrt{(\lambda-1)}}$,	$\frac{p}{0{,}19078 + 0{,}90513\sqrt{(\lambda-1)}}$.

Pour le verre en B, *diſtance de foyer* $= q$.

Rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{q}{0{,}22668 - 1{,}43343n + 0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{q}{0{,}19078 - 1{,}43662n + 0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,
de derriere	$\frac{q}{1{,}66011 + 1{,}43343n - 0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{q}{1{,}62740 + 1{,}43662n - 0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,

où je donne aux membres radicaux le ſigne qui fournit les plus grands rayons, pour rendre les verres ſuſceptibles d'une plus grande ouverture.

12. Mais, avant que de développer ces formules, & d'en dreſſer des tables pour l'uſage de la pratique, il ſera bon de faire quelques réflexions. Premiérement, pour le verre en A, la figure la plus convenable ſeroit ſans doute celle qui produit la moindre confuſion, en prenant $\lambda = 1$, afin que l'autre expoſant λ' ne devienne pas trop grand. Mais, en cas qu'on ait déjà un bon verre convexe, qu'on voulût employer, ou qu'une autre figure puiſſe procurer une plus grande ouverture, je donnerai une table pour la conſtruction de ce verre, où conſidérant ſa diſtance de foyer p comme donnée, j'ai calculé les rayons de ſes faces pour pluſieurs expoſans de confuſion depuis $\lambda = 1$ juſqu'à $\lambda = 2$. Cette table ſervira auſſi, quand un tel verre eſt déjà conſtruit, à en connoître l'expoſant de confuſion λ. Au reſte cette table auſſi bien que les ſuivantes ſera dreſſée pour les deux raiſons de réfraction 153 : 100 & 155 à 100, pour pouvoir tenir compte de la nature du verre.

13. Ma ſeconde réflexion regarde l'expoſant de confuſion négatif $-\omega$, qu'on veut procurer à l'objectif compoſé, duquel dépend principalement la conſtruction du ſecond verre concave en B. Mais il eſt clair par la formule trouvée pour ſon expoſant de confuſion λ', que cette valeur ω n'y entre que conjointement avec l'expoſant λ, de ſorte que la même ſomme $\lambda + \omega$ donne auſſi toujours la même forme pour le ſecond verre, les autres quantités n & δ demeurant les mêmes. Ainſi, poſant cette ſomme $\lambda + \omega = \Lambda$, en changeant l'expoſant du premier verre λ, le ſecond verre pourra ſervir à produire une infinité de confuſions négatives différentes; ſi l'on fait le premier verre en ſorte que $\lambda = 1$, on aura $\omega = \Lambda - 1$, ou bien l'objectif compoſé produira une confuſion négative, dont l'expoſant $= -(\Lambda - 1)$. Mais, ſi le premier verre avoit $\lambda = 2$, le même ſecond verre y étant joint produira une confuſion dont l'expoſant $= -(\Lambda - 2)$. C'eſt

auſſi

auſſi une raiſon, pour laquelle j'ai calculé le premier verre ſur pluſieurs valeurs différentes de ſon expoſant λ.

14. La diſtance entre les deux verres étant ſuppoſée $AB = \delta f$, je remarque d'abord que cette diſtance ne ſauroit évanouir, puiſque les verres ont toujours une certaine épaiſſeur, de ſorte que quand même les deux verres ſe toucheroient, leur diſtance, qui ſe rapporte à leurs milieux, ne ſauroit être regardée comme nulle. Par cette raiſon le nombre δ doit toujours ſurpaſſer une certaine fraction, qui répondroit à l'attouchement des verres; & il eſt même bon de le prendre aſſez conſidérablement plus grand, afin qu'il nous ſoit permis de changer un peu la diſtance entre les verres. Car, puiſque les ouvriers ne ſont pas capables d'exécuter exactement les meſures preſcrites, leur erreur ſe peut redreſſer en éloignant ou approchant les verres tant ſoit peu plus qu'on n'avoit ſuppoſé dans le calcul, outre que la diſtance actuelle n'eſt pas ſuſceptible de préciſion. Par cette raiſon il ſera bon de pouvoir varier la valeur de δ depuis $\frac{1}{300}$ juſqu'à $\frac{1}{200}$; mais je ne la voudrois pas prendre plus grande, puiſqu'alors il ne ſeroit plus permis de regarder un tel objectif compoſé comme un ſeul verre, quand il s'agit de l'arranger avec d'autres.

15. Il eſt encore important de remarquer que l'expoſant λ' dépend de telle ſorte des trois élémens λ, ω & δ, que pourvu que le produit $(\lambda + \omega)\left(1 + \frac{n+1}{n}\delta\right)$ ſoit le même, on trouve la même figure pour le verre concave B. D'où l'on voit, qu'aux mêmes verres A & B, quand on les approche davantage, il répondra une plus grande valeur de ω, & ils pourront détruire une plus grande confuſion; le contraire arrivera en les éloignant davantage. On pourra donc ſe ſervir des mêmes verres pour remédier à divers degrés de confuſion. Par cette raiſon je poſerai

$$(\lambda + \omega)\left(1 + \frac{n+1}{n}\right) = N,$$

pour avoir $\lambda' = N(n+1)^3 + 3n(n+1)$, & je calculerai les tables ſuivantes pour pluſieurs valeurs du nombre N, dont chacune répond à une infinité de variations, qui peuvent ſe trouver entre les élémens λ, ω & δ. Or il eſt clair que ce nombre N eſt toujours plus grand que 1, & qu'il pourroit même croître juſqu'à 2.

16. Pour le nombre n, qui eſt entierement laiſſé à notre choix, il eſt évident qu'il ne ſeroit pas à propos de le prendre plus petit que l'unité, puiſque les diſtances de foyer des verres deviendroient alors trop petites, & partant leur ouverture trop bornée. J'ai auſſi remarqué ailleurs, que les erreurs de l'ouvrier ſont d'autant moins à craindre, qu'on augmente davantage la valeur du nombre n. Cependant il y a une autre raiſon qui ne nous permet pas de prendre ce nombre n trop grand; c'eſt que de trop grandes valeurs qui en réſulteroient pour l'expoſant λ', donneroient de trop petits rayons pour les faces du verre B, ce qui détruiroit l'avantage qu'on pourroit eſpérer d'une très grande ouverture. Car, ſi l'on poſoit $n = \infty$, les rayons des faces du verre B deviendroient infiniment petits, & ce verre n'admettroit aucune ouverture.

17. Comme le même inconvénient arriveroit, ſi l'on poſoit $n = o$, il eſt clair qu'il y a une certaine valeur de n, qui produit les plus grands rayons des faces du verre B, & qui par conſéquent nous procure la plus grande ouverture. Cette valeur plus avantageuſe du nombre n eſt fort médiocre, & au-deſſous de 5; donc il ſuffira d'établir quelques hypotheſes, en commençant par ſuppoſer $n = 1$, & finiſſant par $n = 5$, pour la conſtruction du ſecond verre B, dont voici le détail.

I Hypotheſe, $n = 1$;

$BF = f$; $p = (\frac{1}{2} + \delta)$; $N = (\lambda + \omega)(1 + 2\delta)$

$AB = \delta f$; $q = -f$; $\lambda' = 8N + 24$;

donc pour la conſtruction du verre B

rayon

rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{-f}{-1{,}20675+0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-f}{-1{,}24584+0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,
de derriere	$\frac{-f}{+3{,}09354-0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-f}{+3{,}06402-0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$.
Or	$\lambda' = 8N + 0{,}43890$,	$\lambda' = 8N + 0{,}46538$.

II Hypotheſe, $n = 2$;

$BF = f$; $p = (\frac{2}{3} + \delta)f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{2}{3}\delta)$

$AB = \delta f$; $q = -2f$; $\lambda' = 27N + 6\nu$;

donc pour la conſtruction du verre B

rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{-2f}{-2{,}64018+0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-2f}{-2{,}68246+0{,}90513\sqrt{(\lambda-1)}}$,
de derriere	$\frac{-2f}{+4{,}52697-0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-2f}{+4{,}50064-0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$.
Or	$\lambda' = 27N + 1{,}31670$,	$\lambda' = 27N + 1{,}39614$.

III Hypotheſe, $n = 3$;

$BF = f$; $p = (\frac{1}{4} + \delta)f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{5}{3}\delta)$

$AB = \delta f$; $q = -3f$; $\lambda' = 64N + 12\nu$;

donc pour la conſtruction du verre B

rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{-3f}{-4{,}07361+0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-3f}{-4{,}11908+0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,
de derriere	$\frac{-3f}{+5{,}96040-0{,}92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-3f}{+5{,}93726-0{,}90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$.
Or	$\lambda' = 64N + 2{,}63340$,	$\lambda' = 64N + 2{,}79228$.

IV Hypotheſe, $n = 4$;

$BF = f$; $p = (\frac{4}{3} + \delta) f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{4}{3}\delta)$

$AB = \delta f$; $q = -4f$; $\lambda' = 125N + 20\nu$;

donc pour la conſtruction du verre B

rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{-4f}{-5,50704+0,92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-4f}{-5,55570+0,90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,
de derriere	$\frac{-4f}{+7,39383\ 0,92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-4f}{+7,37388\ 0,90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$.
Or	$\lambda' = 125N + 4,38900$,	$\lambda' = 125N + 4,65380$.

V Hypotheſe, $n = 5$;

$BF = f$; $p = (\frac{5}{6} + \delta) f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{5}{3}\delta)$

$AB = \delta f$; $q = -5f$; $\lambda' = 216N + 30\nu$;

donc pour la conſtruction du verre B

rayon de ſa face	raiſon de réfraction 153 : 100	raiſon de réfraction 155 : 100
de devant	$\frac{-5f}{-6,94047+0,92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-5f}{-6,99232+0,90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$,
de derriere	$\frac{-5f}{+8,82726-0,92522\sqrt{(\lambda'-1)}}$,	$\frac{-5f}{+8,81050\ 0,90513\sqrt{(\lambda'-1)}}$.
Or	$\lambda' = 216N + 6,58350$,	$\lambda' = 216N + 6,98070$.

TA-

TABLE POUR LA CONSTRUCTION
du premier verre convexe A,

ſa diſtance de foyer étant = p
& ſon expoſant de confuſion = λ.

Exp. de conf.	Rayon de la face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction	réfraction	réfraction	réfraction
λ	153 : 100	155 : 100	153 : 100	155 : 100
1,00	0,60237p	0,61448p	4,41150p	5,24164p
1,05	0,68813p	0,70175p	2,30643p	2,54343p
1,10	0,73125p	0,74562p	1,92582p	2,09639p
1,15	0,76818p	0,78318p	1,70934p	1,84730p
1,20	0,80235p	0,81793p	1,56104p	1,67906p
1,25	0,83507p	0,85119p	1,45077p	1,55436p
1,30				
1,35				
1,40				
1,45				
1,50				
1,55				
1,60				
1,65				
1,70				
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				

I Table pour le verre concave en B,
tirée de la premiere Hypotheſe n = 1;

$BF = f$; $p = (\frac{1}{2} + \delta) f$;
$AB = \delta f$; $q = -f$;
$N = (\lambda + \omega)(1 + 2\delta)$.

Valeur du nombre N	Rayon de la face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
1,05	$-0,72271f$	$-0,77362f$	$-1,98764f$	$-1,90273f$
1,10	$-0,69015f$	$-0,73726f$	$-2,28394f$	$-2,16539f$
1,15	$-0,66109f$	$-0,70493f$	$-2,67287f$	$-2,50256f$
1,20				
1,25				
1,30				
1,35				
1,40				
1,45				
1,50				
1,55				
1,60				
1,65				
1,70				
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				
2,05				
2,10				
2,15				

II Ta-

II Table pour le verre concave en B,
tirée de la ſeconde Hypotheſe n = 2;

$BF = f$; $p = (\frac{2}{3} + \delta)f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{1}{4}\delta)$.
$AB = \delta f$; $q = -2f$;

Valeur du nombre N	Rayon de la face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
1,05	$-0,86446f$	$-0,92147f$	$+4,68626f$	$+5,67762f$
1,10	$-0,82343f$	$-0,87601f$	$+3,68949f$	$+4,30200f$
1,15	$-0,78690f$	$-0,83569f$	$+3,05427f$	$+3,47802f$
1,20	$-0,75416f$	$-0,79970f$	$+2,61387f$	$+2,92933f$
1,25	$-0,72463f$	$-0,76727f$	$+2,29035f$	$+2,53659f$
1,30	$-0,69784f$	$-0,73796f$	$+2,04250f$	$+2,24215f$
1,35	$-0,67341f$	$-0,71155f$	$+1,84647f$	$+2,01290f$
1,40	$-0,65104f$	$-0,68694f$	$+1,68745f$	$+1,82926f$
1,45	$-0,63191f$	$-0,66456f$	$+1,55582f$	$+1,67880f$
1,50	$-0,61146f$	$-0,64394f$	$+1,44501f$	$+1,55320f$
1,55	$-0,59386f$	$-0,62488f$	$+1,35041f$	$+1,44672f$
1,60	$-0,57749f$	$-0,60719f$	$+1,26867f$	$+1,35530f$
1,65	$-0,56224f$	$-0,59072f$	$+1,19733f$	$+1,27590f$
1,70	$-0,54798f$	$-0,57535f$	$+1,13447f$	$+1,20629f$
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				
2,05				
2,10				
2,15				

III Table pour le verre concave en B,
tirée de la troiſieme Hypotheſe n = 3;

BF = f; $p = (\frac{3}{4} + \delta) f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{4}{3}\delta)$.
AB = δf; $q = -3f$;

Valeur du nombre N	Rayon de la face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
1,05	$-0,83274f$	$-0,88260f$	$+1,74849f$	$+1,89766f$
1,10	$-0,79387f$	$-0,83999f$	$+1,58548f$	$+1,71113f$
1,15	$-0,75921f$	$-0,80213f$	$+1,45300f$	$+1,56098f$
1,20	$-0,72810f$	$-0,76823f$	$+1,34319f$	$+1,43753f$
1,25	$-0,69998f$	$-0,73768f$	$+1,25048f$	$+1,33414f$
1,30	$-0,67444f$	$-0,70999f$	$+1,17126f$	$+1,24624f$
1,35	$-0,65113f$	$-0,68477f$	$+1,10271f$	$+1,17056f$
1,40	$-0,62976f$	$-0,66168f$	$+1,04277f$	$+1,10468f$
1,45	$-0,61008f$	$-0,64047f$	$+0,98990f$	$+1,04679f$
1,50	$-0,59190f$	$-0,62089f$	$+0,94290f$	$+0,99550f$
1,55	$-0,57503f$	$-0,60277f$	$+0,90083f$	$+0,94972f$
1,60	$-0,55935f$	$-0,58594f$	$+0,86292f$	$+0,90857f$
1,65	$-0,54473f$	$-0,57025f$	$+0,82860f$	$+0,87143f$
1,70				
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				
2,05				
2 10				
2,15				

IV Ta-

IV Table pour le verre concave en B,
tirée de la quatrieme Hypothese $n = 4$;

$BF = f$; $p = (\frac{4}{3} + \delta)f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{4}{3}\delta)$.
$AB = \delta f$; $q = -4f$;

Valeur du nombre N	Rayon de la face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
1,05	$-0,76501f$	$-0,80690f$	$+1,19693f$	$+1,27428f$
1,10				
1,15				
1,20				
1,25				
1,30				
1,35				
1,40				
1,45				
1,50				
1,55				
1,60				
1,65				
1,70				
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				
2,05				
2,10				
2,15				

Ve Table pour le verre concave en B;
tirée de la cinquieme Hypothese $n = 5$;

$BF = f$; $p = (\frac{5}{4} + \delta) f$; $N = (\lambda + \omega)(1 + \frac{5}{3}\delta)$.
$AB = \delta f$; $q = -5f$;

Valeur du nombre N	Rayon de ſa face de devant		Rayon de la face de derriere	
	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100	réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
1,05	$-0,69796f$	$-0,73342f$	$+0,94752f$	$+1,00016f$
1,10	$-0,66785f$	$-0,70086f$	$+0,89271f$	$+0,94057f$
1,15				
1,20				
1,25				
1,30				
1,35				
1,40				
1,45				
1,50				
1,55				
1,60				
1,65				
1,70				
1,75				
1,80				
1,85				
1,90				
1,95				
2,00				
2,05				
2,10				
2,15				

18. En

18. En conſidérant ces cinq tables pour la conſtruction du verre concave, la ſeconde hypotheſe $n = 2$, donne les plus grands rayons pour les faces de ce verre, de ſorte qu'il eſt alors ſuſceptible de la plus grande ouverture. Mais il faut auſſi obſerver que, dans ce cas, la diſtance de foyer du premier verre p devient plus petite que dans les ſuivans, & partant l'ouverture de ce verre ſera trop limitée, à moins qu'on ne veuille donner à l'expoſant λ de ce verre une valeur plus grande que l'unité. Donc, ayant égard à cette circonſtance, il ſemble que la troiſieme hypotheſe $n = 3$, eſt la plus convenable pour la pratique; par cette raiſon je me ſervirai de cette hypotheſe dans la ſolution des problemes ſuivans, où j'appliquerai plus en détail cette théorie à la pratique.

PROBLEME I.

19. *Expliquer la conſtruction des objectifs compoſés, qui ne cauſent aucune confuſion par eux-mêmes.*

SOLUTION.

Poſant f pour la diſtance de foyer de l'objectif cherché, je commence par la conſtruction du verre concave B, que je tire de la table III, en prenant pour N une valeur à plaiſir. De là, puiſque $\omega = 0$, j'aurai $N = \lambda(1 + \frac{1}{3}\delta)$, d'où, en donnant à λ une valeur à volonté, je tire celle de $\delta = \frac{3}{4}\left(\frac{N}{\lambda} - 1\right)$, qui indique la diſtance des verres $AB = \delta f$; & enſuite la diſtance de foyer du premier verre en A étant $p = \frac{3}{4} \cdot \frac{N}{\lambda} f$, on en tire aiſément la conſtruction du premier verre, pourvu qu'on prenne $N > \lambda$. Développons en deux cas, l'un $\lambda = 1$, & l'autre $\lambda = 1{,}25$, & nous aurons,

pour $\lambda = 1$			pour $\lambda = 1,25$		
N	p	AB	N	p	AB
1,05	$0,7875f$	$0,0375f$	1,30	$0,78f$	$0,03f$
1,10	$0,8250f$	$0,0750f$	1,35	$0,81f$	$0,06f$
1,15	$0,8625f$	$0,1125f$	1,40	$0,84f$	$0,09f$
1,20	$0,9000f$	$0,1500f$	1,45	$0,87f$	$0,12f$
1,25	$0,9375f$	$0,1875f$	1,50	$0,90f$	$0,15f$
1,30	$0,9750f$	$0,2250f$	1,55	$0,93f$	$0,18f$
			1,60	$0,96f$	$0,21f$.

Je ne continue pas plus loin ces deux tables, parce que d'autres raiſons nous obligent d'évirer les trop grandes diſtances entre les deux verres. Cette diſtance AB pourroit bien être ſouvent plus petite, que dans les premieres valeurs; mais il faut conſidérer qu'il vaut toujours mieux mettre entre les verres une diſtance un peu plus grande, afin qu'on la puiſſe diminuer lorsque les circonſtances l'exigent.

Corollaire 1.

20. Ayant conſtruit un tel objectif compoſé, qui ne produit aucune confuſion, lorſqu'on éloigne les deux verres plus que ſelon la table, ils produiront une confuſion poſitive; mais ſi l'on met la diſtance entr'eux plus petite, leur confuſion deviendra négative, ou bien ils pourront détruire une confuſion cauſée par d'autres verres.

Corollaire 2.

21. Donc, lorſqu'il s'agit d'un objectif pour une lunette, il ſera bon de mettre entre les deux verres une diſtance qu'on puiſſe diminuer conſidérablement, afin que la confuſion cauſée par les autres verres puiſſe être détruite par ce moyen. Ce n'eſt donc que dans ce cas que les diſtances $AB = \frac{1}{5}f$ peuvent avoir lieu.

Remarque.

22. Quoique ces objectifs puiſſent ſervir à détruire la confuſion cauſée par les autres verres, il ſera pourtant bon de développer

en particulier quelques cas, où de tels objectifs ſont faits exprès pour détruire une confuſion donnée. Cela eſt d'autant plus néceſſaire, qu'il ne paroit pas; en approchant les deux verres au delà de l'intervalle marqué, combien de confuſion en peut être détruite; & d'ailleurs un changement trop conſidérable dans l'intervalle déterminé par le calcul, change auſſi trop la diſtance de foyer du verre compoſé, pour qu'on en puiſſe tenir compte dans la combinaiſon avec d'autres verres. Par cette raiſon j'ajoute encore les problemes ſuivans.

PROBLEME II.

23. *Expliquer la conſtruction d'un objectif compoſé, qui non ſeulement lui-même ne cauſe aucune confuſion, mais qui détruiſe une confuſion cauſée par les autres verres, dont l'expoſant ſoit* $= \frac{1}{20}$.

SOLUTION.

Soit la diſtance de foyer de cet objectif $BF = f$; & puiſque $\omega = \frac{1}{20}$, nous aurons pour la III Table $N = (\lambda + \frac{1}{20})(1 + \frac{4}{3}\delta)$; donc $\delta = \frac{3}{4}\left(\frac{20N}{20\lambda + 1} - 1\right)$, & $p = \frac{15N}{20\lambda + 1} f$, l'intervalle entre les verres étant $AB = \delta f$, lequel devant être poſitif, il faut prendre $N > \lambda + \frac{1}{20}$. Conſidérons donc encore deux cas, l'un $\lambda = 1$, & l'autre $\lambda = 1,25$; & nous aurons,

pour le cas $\lambda = 1$			pour le cas $\lambda = 1,25$		
N	p	AB	N	p	AB
1,10	$0,7857f$	$0,0357f$	1,35	$0,7788f$	$0,0288f$
1,15	$0,8214f$	$0,0714f$	1,40	$0,8077f$	$0,0577f$
1,20	$0,8571f$	$0,1071f$	1,45	$0,8365f$	$0,0865f$
1,25	$0,8929f$	$0,1429f$	1,50	$0,8654f$	$0,1154f$
1,30	$0,9286f$	$0,1786f$	1,55	$0,8942f$	$0,1442f$
1,35	$0,9643f$	$0,2143f$	1,60	$0,9231f$	$0,1731f$
			1,65	$0,9519f$	$0,2019f$

Co-

COROLLAIRE.

24. Quand on ſe ſert d'une forme, où la diſtance AB n'eſt pas trop petite, de ſorte qu'on puiſſe & la diminuer un peu & l'augmenter, un tel verre objectif ſervira à détruire toute confuſion, dont l'expoſant eſt ou un peu plus grand ou plus petit que $\frac{1}{200}$. Pour cet effet il ſemble que dans chaque cas la ſeconde formule convient le mieux à la Pratique.

PROBLEME III.

25. *Expliquer la conſtruction d'un objectif compoſé, qui non ſeulement lui-même ne cauſe aucune confuſion, mais qui détruiſe encore une confuſion cauſée par les autres verres, dont l'expoſant eſt* $= \frac{1}{200}$.

SOLUTION.

La diſtance de foyer de cet objectif étant poſée $BF = \delta$; puiſque $\omega = \frac{1}{200}$, la III Table fournit $N = (\lambda + \frac{1}{200})(1 + \frac{5}{3}\delta)$, d'où nous tirons $\delta = \frac{3}{4}\left(\frac{10N}{10\lambda+1} - 1\right)$ & $p = \frac{15N}{2(10\lambda+1)}f$, où il faut prendre $N > \lambda + \frac{1}{200}$. Etabliſſons donc encore deux cas, l'un où $\lambda = 1$, & l'autre où $\lambda = 1\frac{1}{4}$; & nous aurons,

pour le cas $\lambda = 1$			pour le cas $\lambda = 1{,}25$		
N	p	AB	N	p	AB
1,15	$0{,}7841f$	$0{,}0341f$	1,40	$0{,}7778f$	$0{,}0278f$
1,20	$0{,}8182f$	$0{,}0682f$	1,45	$0{,}8056f$	$0{,}0556f$
1,25	$0{,}8523f$	$0{,}1023f$	1,50	$0{,}8333f$	$0{,}0833f$
1,30	$0{,}8864f$	$0{,}1364f$	1,55	$0{,}8611f$	$0{,}1111f$
1,35	$0{,}9205f$	$0{,}1705f$	1,60	$0{,}8889f$	$0{,}1389f$
1,40	$0{,}9545f$	$0{,}2045f$	1,65	$0{,}9167f$	$0{,}1667f$
			1,70	$0{,}9445f$	$0{,}1945f$

COROLLAIRE.

26. Dans l'un & l'autre cas la ſeconde forme paroit très propre à la pratique, puiſque la diſtance des verres, quoiqu'elle ſoit aſſez petite,

petite, permet autant de variation qu'il en faut pour détruire un peu plus ou moins de confuſion que $\frac{1}{250}$; or une telle confuſion, entant qu'elle provient des verres oculaires, eſt déjà fort conſidérable.

PROBLEME IV.

27. *Expliquer la conſtruction d'un objectif compoſé, qui non ſeulement lui-même ne produiſe aucune confuſion, mais qui ſoit capable d'en détruire une cauſée par les autres verres, dont l'expoſant eſt* $= \frac{3}{250}$.

SOLUTION.

Soit toujours f la diſtance de foyer de cet objectif BF, & puiſque $\omega = \frac{3}{250}$, la troiſieme hypotheſe donne $N = (\lambda + \frac{3}{250})(1 + \frac{4}{3}\delta)$, d'où l'on tire $\delta = \frac{3}{4}\left(\frac{20N}{20\lambda + 3} - 1\right)$ & $p = \frac{15N}{20\lambda + 3} f$, où il eſt clair qu'il faut prendre $N > \lambda + \frac{3}{250}$. Conſidérons comme auparavant deux cas, l'un où $\lambda = 1$, & l'autre où $\lambda = 1\frac{1}{4}$, pour pouvoir en choiſir celui qui paroitra le plus convenable,

pour le cas $\lambda = 1$			pour le cas $\lambda = 1,25$		
N	p	AB	N	p	AB
1,20	$0,7826f$	$0,0326f$	1,45	$0,7768f$	$0,0268f$
1,25	$0,8152f$	$0,0652f$	1,50	$0,8036f$	$0,0536f$
1,30	$0,8478f$	$0,0978f$	1,55	$0,8303f$	$0,0803f$
1,35	$0,8804f$	$0,1304f$	1,60	$0,8571f$	$0,1071f$
1,40	$0,9131f$	$0,1631f$	1,65	$0,8839f$	$0,1339f$
1,45	$0,9457f$	$0,1957f$	1,70	$0,9107f$	$0,1607f$
			1,75	$0,9375f$	$0,1875f$

PROBLEME V.

28. *Expliquer la conſtruction d'un objectif compoſé, qui non ſeulement lui-même ne produiſe aucune confuſion, mais qui ſoit capable d'en détruire une cauſée par les autres verres, dont l'expoſant eſt* $= \frac{1}{250}$.

SOLUTION.

La distance de foyer de cet objectif étant $BF = f$, puisque $\omega = \frac{1}{5}$, la troisieme hypothese donne $N = (\lambda + \frac{1}{5})(1 + \frac{1}{3}\delta)$; donc $\delta = \frac{3}{4}\left(\frac{5N}{5\lambda + 1}\right)$ & $p = \frac{15N}{4(5\lambda+1)}f$. Il faut donc prendre $N > \lambda + \frac{1}{5}$, & partant pour nos deux cas nous aurons,

pour le cas $\lambda = 1$			pour le cas $\lambda = 1,25$		
N	p	AB	N	p	AB
1,25	0,78125f	0,03125f	1,50	0,77586f	0,02586f
1,30	0,81250f	0,06250f	1,55	0,80172f	0,05172f
1,35	0,84375f	0,09375f	1,60	0,82758f	0,07758f
1,40	0,87500f	0,12500f	1,65	0,85344f	0,10344f
1,45	0,90625f	0,15625f	1,70	0,87930f	0,12930f
1,50	0,93750f	0,18750f	1,75	0,90516f	0,15516f
			1,80	0,93102f	0,18102f.

REMARQUE.

29. Voilà donc cinq especes de verres objectifs composés, qui ne produisant eux-mêmes aucune confusion positive, sont capables de détruire aussi celle que les autres verres peuvent causer, pourvu que l'exposant ne surpasse pas considérablement $\frac{1}{5}$. Or, dans les lunettes ordinaires la confusion causée par les verres oculaires est toujours plus petite, & cela d'autant plus que le grossissement est plus grand, ce qui est précisément le cas, où la confusion est le plus à craindre; car, dans les petits grossissemens, on ne s'en embarrasse pas beaucoup. Je m'en vais donc détailler ces cinq especes d'objectifs & puisque l'intervalle entre les verres AB ne doit être ni trop grand ni trop petit, je choisirai de chaque cas les secondes formes.

DEVIS DES OBJECTIFS COMPOSÉS,

qui ne causent aucune confusion.

30. Le premier devis est tiré du premier cas du probleme I, où $\lambda = 1$ & $N = 1,10$, d'où l'on a,

La

I. La distance de foyer du premier verre A, $p = 0,8250f$,

II. La distance de foyer du second verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB $= 0,0750f$;

& la construction des deux verres doit être faite sur les regles suivantes :

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	$0,49695f$	$0,50694f$
	derriere =	$3,63949f$	$4,32435f$
du second verre B			
Rayon de la face de	devant = −	$0,79387f$	$0,83999f$
	derriere = +	$1,58548f$	$1,71113f$.

Donc, si l'on établit cette regle, que l'ouverture n'embrasse aucun arc plus grand que 12°, le diametre de l'ouverture pourra être pris $= \frac{1}{10}f$, d'où l'on conclura le groſſiſſement.

31. Le second devis eſt tiré du second cas du probleme I, où $\lambda = 1,25$ & $N = 1,35$, d'où l'on a,

I. La distance de foyer du premier verre A, $p = 0,81f$,

II. La distance de foyer du second verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB $= 0,06f$.

Or, pour la formation des deux verres, il faut obſerver les meſures ſuivantes :

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de ſa face de	devant =	$0,67641f$	$0,68946f$
	derriere =	$1,17512f$	$1,25904f$
du second verre B			
Rayon de la face de	devant = −	$0,65113f$	$0,68477f$
	derriere = +	$1,10271f$	$1,17056f$.

Donc,

Donc, ſelon la regle donnée ci-deſſus, le diametre de l'ouverture pourra être pris $= 0,13f$, & partant plus grand qu'auparavant. Cette conſtruction eſt donc préférable à la précédente.

DEVIS DES OBJECTIFS COMPOSÉS

qui détruiſent une confuſion $= \frac{1}{210}$.

32. Le premier devis eſt tiré du premier cas du probleme II, où $\lambda = 1$ & $N = 1,15$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,8214f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB $= 0,0714f$.

Or les verres doivent être formés ſur ces meſures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
Rayon de la face de du premier verre A	devant =	$0,49480f$	$0,50475f$
	derriere =	$3,62374f$	$4,30564f$
Rayon de la face de du ſecond verre B	devant =	$-0,75921f$	$-0,80213f$
	derriere =	$+1,45300f$	$+1,56098f$,

& le diametre de l'ouverture $= 0,10f$.

33. L'autre devis eſt tiré du ſecond cas du probleme II, où $\lambda = 1,25$ & $N = 1,40$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,8077f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB $= 0,0577f$.

Or les verres doivent être formés ſur ces meſures:

ré-

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	0,67449 f	0,68750 f
	derriere =	1,17179 f	1,25546 f
du ſecond verre B			
Rayon de la face de	devant = −	0,62976 f	0,66168 f
	derriere = +	1,04277 f	1,10468 f

donc le diametre de l'ouverture = 0,12 f.

DEVIS DES OBJECTIFS COMPOSÉS
qui détruiſent une confuſion = $\frac{1}{120}$.

34. Le premier devis eſt tiré du premier cas du probleme III, où $\lambda = 1$ & $N = 1,20$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,81817f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB = 0,0682 f.

Or les verres doivent être formés ſur ces meſures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	0,49284 f	0,50275 f
	derriere =	3,60936 f	4,28855 f
du ſecond verre B			
Rayon de la face de	devant = −	0,72810 f	0,76823 f
	derriere = +	1,34319 f	1,43753 f

donc le diametre de l'ouverture = 0,10 f.

35. L'autre devis eſt tiré du ſecond cas du probleme III, où $\lambda = 1,25$ & $N = 1,45$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,80557f$,

II. La distance de foyer du second verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre ces verres AB $= 0{,}0556f$.

Or, dans la formation de ces verres, on doit observer les mesures suivantes:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	$0{,}67271f$	$0{,}68569f$
	derriere =	$1{,}16870f$	$1{,}25215f$
du second verre B			
Rayon de la face de	devant =	$-0{,}61008f$	$-0{,}64047f$
	derriere =	$+0{,}98990f$	$+1{,}04679f$;

donc le diametre de l'ouverture $= 0{,}12f$.

DEVIS DES OBJECTIFS COMPOSÉS
qui détruisent une confusion $= \frac{3}{20}$.

36. Le premier devis est tiré du premier cas du probleme IV, où $\lambda = 1$ & $N = 1{,}25$, d'où l'on a,

I. La distance de foyer du premier verre A, $p = 0{,}81524f$,

II. La distance de foyer du second verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres AB $= 0{,}0652f$.

Or la formation des verres doit être réglée sur ces mesures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	$0{,}49108f$	$0{,}50095f$
	derriere =	$3{,}59644f$	$4{,}27320f$
du second verre B			
Rayon de la face de	devant =	$-0{,}69998f$	$0{,}73768f$
	derriere =	$-1{,}25048f$	$+1{,}33414f$;

donc le diametre de l'ouverture $= 0{,}10f$.

37.

37. L'autre devis eſt tiré du ſecond cas du probleme IV, où $\lambda = 1,25$ & $N = 1,50$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,80357f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres $AB = 0,0536f$.

Or la formation des verres doit être réglée ſur ces meſures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	0,67104f	0,68399f
	derriere =	1,16580f	1,24904f
du ſecond verre B			
Rayon de la face de	devant = −	0,59190f	0,62089f
	derriere = +	0,94290f	0,99550f;

donc le diametre de l'ouverture $= 0,12f$.

DEVIS DES OBJECTIFS COMPOSÉS
qui détruiſent une confuſion $= \frac{1}{5}$.

38. Le premier devis eſt tiré du premier cas du probleme V, où $\lambda = 1$ & $N = 1,30$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,8125f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres $AB = 0,0625f$.

Or, pour former ces verres, il faut obſerver ces meſures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	0,48943f	0,49926f
	derriere =	3,58435f	4,25883f

du

du ſecond verre B

Rayon de la face de { devant = − 0,67444f | -0,70999f
derriere = + 1,17126f | +1,24624f;

donc le diametre de l'ouverture eſt un peu plus petit que 0, 10f.

39. L'autre devis eſt tiré du ſecond cas du probleme V, où $\lambda = 1,25$ & $N = 1,55$, d'où l'on a,

I. La diſtance de foyer du premier verre A, $p = 0,80172f$,

II. La diſtance de foyer du ſecond verre B, $q = -3f$,

III. L'intervalle entre les verres $AB = 0,0517f$.

Or les verres doivent être formés ſelon ces meſures:

		réfraction 153 : 100	réfraction 155 : 100
du premier verre A			
Rayon de la face de	devant =	0,66949f	0,68241f
	derriere =	1,16311f	1,24617f
du ſecond verre B			
Rayon de la face de	devant = −	0,57503f	-0,60277f
	derriere = +	0,90083f	+0,94972f;

donc le diametre de l'ouverture ſera preſque = 0,12f.

Conclusion.

40. Si l'on veut employer ces verres pour produire un groſſiſſement donné, il faut déterminer la diſtance de foyer $BF = f$ ſur l'ouverture que ce groſſiſſement exige. Suppoſons donc que le diametre de chaque objet doive être groſſi dans la raiſon $m : 1$, & ſelon les regles qu'on obſerve dans la conſtruction des lunettes ordinaires, on donne à l'objectif une ouverture dont le diametre eſt $= \frac{m}{33}$ pou-

ces.

Fig. 1.

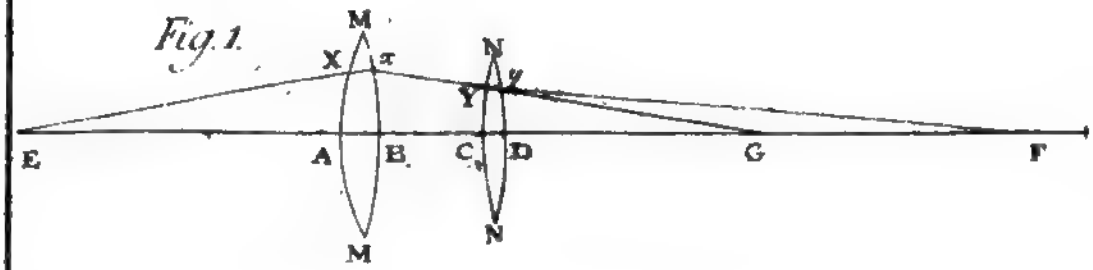


Fig. 2.

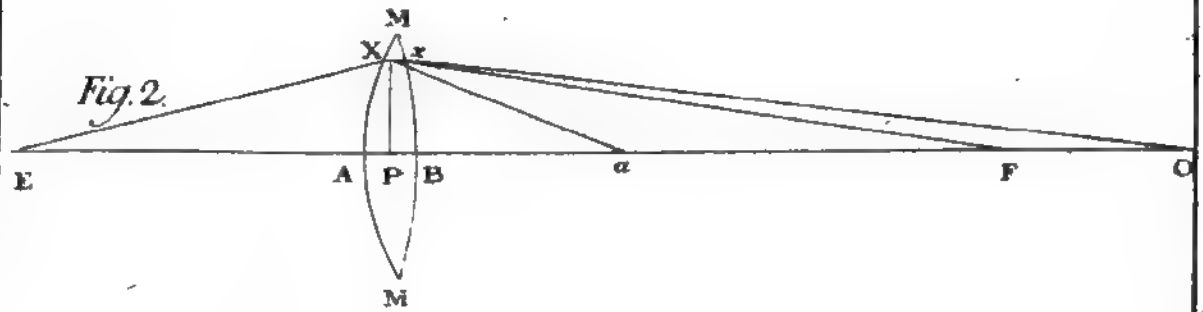


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

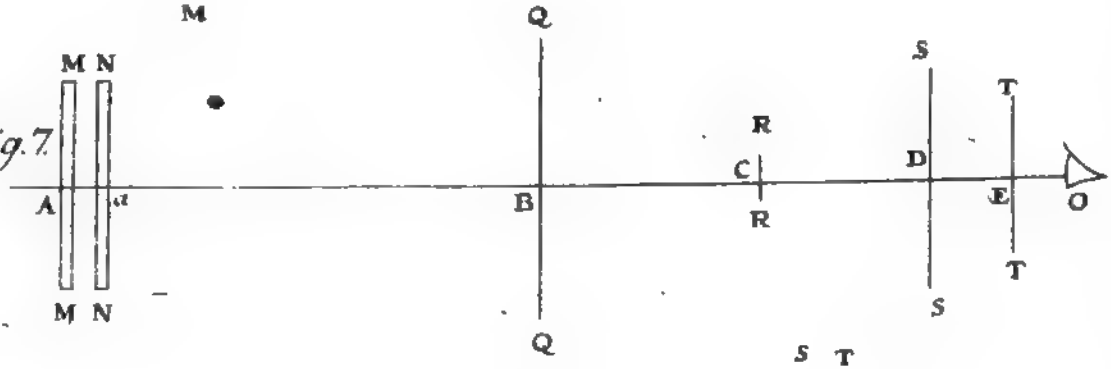


Fig. 8.

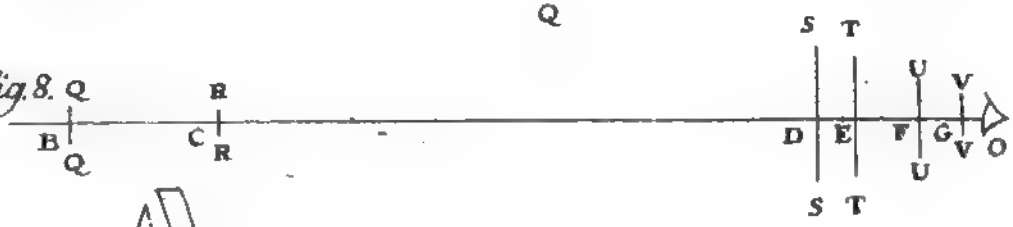


Fig. 9.

ces. Mais, puiſqu'on n'a rien à craindre ici de la confuſion, on eſt en état de procurer aux lunettes une beaucoup plus grande clarté, ce qui eſt ſans doute un très grand avantage. Pour cet effet poſons le diametre de l'ouverture de l'objectif $= \frac{m}{33}$ pouces, afin que la clarté devienne 10 fois plus grande que dans les lunettes ordinaires, & puiſque le diametre de l'ouverture de nos verres ſelon les devis poſtérieurs peut être pris très commodément $= 0,12\,f$, ou bien $= \frac{1}{8}f$, pour chaque groſſiſſement propoſé $= m$, on n'aura qu'à prendre $f = \frac{8}{33}m$ pouces, de ſorte que les plus grands groſſiſſemens puiſſent être obtenus par des longueurs très médiocres. Si l'on vouloit ſe contenter d'un moindre degré de clarté, on pourroit bien prendre $f = \frac{1}{4}m$ pouces, & ces lunettes ſeroient encore très préférables aux ordinaires.

RÉFLÉXIONS
SUR
LA MANIERE D'EXAMINER LA RÉFRACTION DU VERRE PAR LE MOYEN DES PRISMES.

PAR M. L. EULER.

I.

Les nouvelles eſpeces de verre, que Mr. Zeiher vient de découvrir, fourniſſent une nouvelle carriere dans la Dioptrique, qui mérite à tous égards toute l'attention poſſible de ceux qui s'appliquent à cette ſcience. Tant qu'on s'eſt imaginé, que tout le verre produiſoit à peu près la même réfraction, il n'y avoit aucune eſpérance de délivrer les inſtrumens Dioptriques du défaut de la diſperſion des rayons de diverſes couleurs, & le grand Newton avoit raiſon de ſoutenir, que ce défaut étoit inſéparable de la nature du verre, ce qui l'a conduit à la découverte des Téleſcopes à réflexion. Ce même préjugé me fit croire autrefois qu'il n'y avoit point d'autre moyen de remédier à ce défaut, qu'en compoſant les objectifs des lunettes de différentes matieres réfringentes, comme de verre & d'eau. Cette idée m'ayant ſuſcité une petite controverſe avec Mr. Dollond, j'ai lieu d'être infiniment flatté, de ce que cette même controverſe lui a donné occaſion de découvrir deux eſpeces de verre, dont la réfraction étoit aſſez différente pour produire le même effet que j'avois eu en vue; & les excellentes lunettes qu'il a faites depuis, prouvent ſuffiſamment l'importance de cette découverte. Or celle de Mr. Zeiher, par laquelle il a trouvé moyen d'augmenter la force réfractive du verre beaucoup au delà de celle dont Mr. Dollond s'eſt ſervi, nous promet le plus haut degré de perfection dans les inſtrumens de Dioptrique, pourvu qu'on trouve moyen

d'y

d'y appliquer avec juſteſſe la Théorie, & d'en mettre enſuite le réſultat en exécution.

2. Mais une telle eſpece de verre étant propoſée, avant qu'on y puiſſe appliquer la Théorie, il eſt abſolument néceſſaire qu'on en connoiſſe exactement la nature, tant par rapport à la réfraction, qu'à la diſperſion des différentes couleurs. Pour découvrir cette double force du verre, Newton a employé des priſmes qui en étoient formés, & tant Mr. Dollond que Mr. Zeiher ſe ſont ſervis du même moyen pour connoitre la qualité des diverſes eſpeces de verre qu'ils ont mis en uſage. Il s'agit donc dabord de faire des priſmes de ces nouvelles eſpeces de verre, & d'en faire enſuite des expériences dans une chambre obſcure ſur l'image colorée du ſoleil, pour en conclure enfin, tant la réfraction des rayons moyens, que la divergence des extrêmes qui repréſentent les couleurs rouge & violette dans le ſpectre. Mais, ces expériences étant extrêmement délicates, ſurtout quand on en veut tirer des concluſions auſſi exactes que la Théorie l'exige, il paroit tout à fait néceſſaire de bien développer toutes les précautions qu'il y faut prendre, afin qu'il ne reſte plus aucun doute ſur la juſteſſe des concluſions. Lorsque Newton fit de telles expériences ſur le verre ordinaire, il avoua franchement que les déterminations qu'il en avoit tirées ſur la diverſe réfrangibilité des rayons, n'étoient juſtes qu'à peu près, ce qui ſuffiſoit pour ſon deſſein. Donc, puiſque les recherches préſentes demandent abſolument le plus haut degré de préciſion, on ne ſauroit être trop ſcrupuleux ſur toutes les circonſtances, auxquelles il faut avoir égard; & comme cet examen eſt de la derniere importance, il ſera bien permis de douter, ſi l'on a pris toutes les précautions néceſſaires dans les expériences qu'on a faites pour s'aſſurer de la réfraction de toutes les nouvelles eſpeces de verre qu'on vient de découvrir.

3. Cet examen eſt à préſent d'autant plus néceſſaire que Mr. Zeiher vient d'envoyer à l'Académie un morceau d'une de ſes nouvelles eſpeces de verre, qui paroit très propre à perfectionner les lunet-

tes. Il ſuppoſe que la réfraction moyenne de cette eſpece eſt comme 5 à 3, & que la diſperſion des couleurs eſt preſque deux fois plus grande que dans le verre commun; mais il avertit poſitivement qu'on ne ſauroit s'y fier, ayant obſervé, que diverſes fontes de la même compoſition de verre different quelquefois très conſidérablement par rapport à la réfraction. Ainſi nous devons regarder la nature de ce morceau de verre comme tout à fait inconnue, & il s'agit à préſent de choiſir les expériences, par leſquelles on ſera en état de déterminer le plus ſurement la véritable réfraction de ce verre. S'il n'y avoit que ce ſeul morceau de la même fonte, cette entrepriſe pourroit paroitre ſuperflue, puiſqu'il n'en reſtera point aſſez pour en faire un verre objectif; mais Mr. Zeiher me marque qu'il poſſede encore quelques morceaux de la même fonte, qu'il eſt prêt d'envoyer, dès que l'examen de celui-ci m'aura mis en état d'y appliquer la Théorie, & d'en tirer les juſtes meſures pour la conſtruction des objectifs. Comme ce morceau eſt aſſez grand pour en faire quelques priſmes, il faut dabord voir quels angles il conviendra leur donner, afin qu'on ne les faſſe, ni trop grands, ni trop petits: enſuite, ayant fait les priſmes, il faut rechercher les expériences les plus propres, dont nous puiſſions conclure tant la réfraction moyenne que la diſperſion des couleurs. Mais ſurtout il faudra bien peſer toutes les précautions qu'on doit prendre, pour être aſſuré de la juſteſſe de la concluſion; & puiſqu'il eſt impoſſible qu'il ne s'y gliſſe quelque faute, il faut arranger les expériences en ſorte, qu'il en réjailliſſe la moindre erreur dans la concluſion.

Planch. XIII. Fig. 1.

4. Soit donc l'angle du priſme $ACB = \gamma$, & conſidérons un rayon quelconque PQ, qui tombant ſur la face AC en Q, ſoit rompu en QR, & de R en RS, & poſons les angles,

$$PQA = p;\ CQR = q;\ CRQ = r \text{ \& } BRS = s,$$

deſquels nous ſavons que $q + r = 180° - \gamma$. Suppoſons maintenant la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction $= n : 1$, pour le rayon PQ, lorſqu'il paſſe de l'air dans le verre dont le priſme eſt fait, & la route réfractée du rayon PQRS ſera déterminée par ces deux équations,

cof

$$\text{cof } p = n \text{ cof } q, \quad \& \text{ cof } s = n \text{ cof } r,$$

d'où il eſt d'abord évident que tant n cof q que n cof r doit être plus petit que le ſinus total exprimé par l'unité, de ſorte que cof $q < \frac{1}{n}$ & cof $r < \frac{1}{n}$, puiſque ſans cette condition le rayon ne ſauroit pénétrer par le priſme, comme nous ſuppoſons. Pour cet effet, puiſque la ſomme des angles $q + r$ eſt donnée $= 180° - \gamma$, il eſt néceſſaire, que le coſinus de la moitié de cette ſomme, ou bien cof $(90° - \frac{1}{2}\gamma)$ $=$ ſin $\frac{1}{2}\gamma$, ſoit plus petit que $\frac{1}{n}$. Donc, ſi la raiſon de réfraction de l'air dans le verre eſt $= n : 1$, on n'a qu'à chercher un angle θ, de ſorte que ſin $\theta = \frac{1}{n}$, & alors l'angle du priſme A C B $= \gamma$ doit être plus petit que 2θ. Ainſi, pour le verre en queſtion, ayant $n : 1 = 5 : 3$, l'angle θ ſe trouve $36°, 52'$, & partant l'angle du priſme A C B qu'on en voudra former, doit être néceſſairement plus petit que $73°, 44'$. Or il faut bien qu'il ſoit conſidérablement plus petit, afin, que tant les rayons plus réfrangibles, que ceux qui tombent moins obliquement ſur le priſme, puiſſent le traverſer après une double réfraction, d'où je conclus que cet angle doit à peine ſurpaſſer $60°$.

5. Or il faut remarquer, que plus l'angle A C B $= \gamma$ approche de l'angle 2θ, déterminé par la raiſon de réfraction $n : 1$, moins le priſme tranſmettra de rayons; & il eſt important de ſavoir, leſquels de tous les rayons incidens ſeront tranſmis. Or d'abord les rayons, qui tombent ſur la face A C ſous un angle évanouiſſant $p = o$, paſſent certainement par le priſme, pourvu qu'il ſoit $\gamma < 2\theta$, ce qui nous fournit une limite des rayons incidens qui ſont tranſmis. Soit donc $p = o$, & nous aurons n cof $q = 1$, ou cof $q = \frac{1}{n}$, d'où, puiſque ſin $\theta = \frac{1}{n}$, nous tirons cof $q =$ ſin θ, ou $q = 90° - \theta$,

& de là nous trouvons $r = 180° - \gamma - q = 90° - \gamma + \theta$, ce qui fournit pour la ſeconde réfraction en R cette équation, $\text{cof } s = n \text{ ſin } (\gamma - \theta) = \frac{\text{ſin } (\gamma - \theta)}{\text{ſin } \theta}$, d'où l'on voit que, ſi l'on faiſoit l'angle du priſme γ plus grand que 2θ, cette ſeconde réfraction ne ſauroit plus avoir lieu. Soit donc $\gamma = 2\theta - \omega$, pour que l'équation $\text{cof } s = \frac{\text{ſin } (\theta - \omega)}{\text{ſin } \theta}$ devienne poſſible, & nous en connoitrons l'angle de la ſortie BRS $= s$. Pour l'autre limite des rayons incidens, qui ſeront encore tranſmis par le priſme, nous n'avons qu'à mettre $s = o$, & par-là nous trouverons d'une maniere ſemblable $\text{cof } p = n \text{ ſin } (\gamma - \theta)$, d'où il faut conclure que de tous les rayons incidens il n'y a que ceux qui ſeront tranſmis par le priſme, qui tombent ſur la face AC ſous un angle plus petit que celui de p, que nous venons de trouver. Ainſi ſuppoſant $n = \frac{5}{3}$, & l'angle du priſme ACB $= \gamma = 60°$, à cauſe de $\theta = 36°, 52'$, nous aurons $\text{cof } p = \frac{5}{3} \text{ ſin } 23°, 8' = 0, 6548$, & partant $p = 49°, 6'$. Dans ce cas donc tous les rayons incidens, qui font avec la face du priſme AC un angle plus petit que $49°. 6'$, ſeront transmis par le priſme, & ceux qui y tombent ſous un angle évanouiſſant, ſortiront en R ſous un angle BRS $= 49°, 6'$.

6. Regardons maintenant comme inconnue la qualité réfractive du verre, dont le priſme eſt formé, & il eſt évident que, connoiſſant les deux angles AQP $= p$ & BRS $= s$, ſous leſquels un rayon entre dans le priſme & en ſort, on en pourra déterminer la raiſon de réfraction $n : 1$, que ce même rayon ſouffre en paſſant de l'air dans le verre. Car les deux équations fondamentales donnant $\text{cof } q = \frac{\text{cof } p}{n}$ & $\text{cof } r = \frac{\text{cof } s}{n}$, à cauſe de $r = 180° - \gamma - q$, nous aurons,

$$\frac{\text{cof } s}{n} = - \text{cof } (\gamma + q) = - \text{cof } \gamma \text{ cof } q + \text{ſin } \gamma \text{ ſin } q;$$

or $\text{cof } q = \frac{\text{cof } p}{n}$, & partant $\text{fin } q = \frac{1}{n} \sqrt{(nn - \text{cof } p^2)}$; donc

$$\text{cof } s + \text{cof } \gamma \text{ cof } p = \text{fin } \gamma \sqrt{(nn - \text{cof } p^2)},$$ & par conſéquent

$$n = \frac{\sqrt{(\text{cof } p^2 + \text{cof } s^2 + 2 \text{ cof } \gamma \text{ cof } p \text{ cof } s)}}{\text{fin } \gamma}.$$

Donc, pourvu qu'on ſoit en état de meſurer exactement les angles de l'entrée $AQP = p$ & de la ſortie $BRS = s$, avec l'angle du priſme $ACB = \gamma$, on en pourra aiſément conclure la raiſon de réfraction $n : 1$; & quand on réuſſit à faire cette opération, tant pour les rayons les plus réfrangibles, ou les violets, que pour les rouges, qui ſont les moins réfrangibles, on aura une parfaite connoiſſance de la réfraction du verre, dont le priſme eſt fait. Car, prenant le milieu entre les deux réfractions extrêmes, on aura la réfraction moyenne, & leur différence donne ce qu'on nomme la diſperſion des couleurs. Là-deſſus je remarque en général, que les erreurs qu'on aura commiſes dans la meſure des angles p & s influeront d'autant moins ſur la concluſion, que ces mêmes angles ſeront plus petits: donc, puiſque cela arrive lorſqu'on approche autant l'angle du priſme ACB de la limite aſſignée ci-deſſus, que les circonſtances le permettent, ce cas ſera ſans doute le plus avantageux.

7. Or, autant qu'il paroit par ce qui eſt publié ſur ces nouvelles eſpeces de verre, ceux qui en ont examiné la réfraction par des expériences faites avec des priſmes, ſe ſont très conſidérablement écartés de cette maxime, n'ayant fait l'angle de leurs priſmes que tout au plus de 30°, ce qui doit néceſſairement rendre fort incertaines les concluſions qu'ils en ont tirées. Il faut même croire qu'ils y ont employé la ſituation du priſme recommandée par Newton, où les deux réfractions à l'entrée & à la ſortie deviennent égales entr'elles, ou l'angle $s = p$; or alors ces deux angles enſemble ſont même les plus grands qu'il eſt poſſible. Cette ſituation eſt d'autant plus remarquable, qu'elle ſe découvre aiſément par l'expérience, attendu que dans ce cas la réfraction entiere, ou l'angle que fait le rayon ſortant RS avec l'entrant

trant PQ, devient le plus petit. Cet angle eſt repréſenté dans la figure par ROV, dont la valeur eſt $= q - p + r - s = 180° - \gamma - p - s$, à cauſe de $q + r = 180° - \gamma$, d'où il eſt clair que pour rendre l'angle ROV le plus petit, il faut que la ſomme des angles $p + s$ devienne un maximum. D'où je conclus que cette ſituation n'eſt rien moins que propre pour le deſſein dont il s'agit ici, outre quelle ne ſauroit convenir qu'à une ſeule eſpece des rayons de lumiere. Il conviendra plutôt de choiſir des ſituations tout à fait oppoſées, où l'un ou l'autre des angles p & s devienne auſſi petit qu'il eſt poſſible; mais ſurtout il ſera toujours fort avantageux de faire l'angle du priſme ACB $= \gamma$ auſſi grand, que la réfraction du verre le permet. Ainſi, pour l'eſpece dont il s'agit, ayant égard aux rayons les plus réfrangibles, dont la raiſon de réfraction pourroit peut-être monter à 17 : 10, on pourra bien faire l'angle du priſme de 70°, puiſqu'il tranſmettroit encore les rayons, qui y tombent ſous un angle de 18°, lequel paroit ſuffiſant pour les expériences.

8. Par cette raiſon je ne balancerois pas à rejetter toutes les expériences, qui auront été faites avec des priſmes d'un angle trop aigu, comme de 30°; & ſi les propriétés bizarres, qu'on a attribuées à quelques eſpeces de ce nouveau verre, comme que la diſperſion puiſſe être très grande, pendant que la réfraction moyenne ne differe pas beaucoup de celle du verre commun, ſi ces propriétés, dis-je, ne ſont fondées que ſur de telles expériences, il ſera bien permis d'en douter, du moins juſqu'à ce qu'elles ſoient mieux conſtatées. En effet, quand l'angle de priſme eſt ſi petit, & qu'on a même employé la ſituation du priſme recommandée par Newton, qui eſt préciſement celle, où la diverſe réfrangibilité devient le moins ſenſible, les plus petites erreurs, qu'on aura commiſes dans la meſure des angles dont on a beſoin, influent très conſidérablement ſur les concluſions qu'on en tire. Or ces erreurs ſont abſolument inévitables, ſoit qu'on regarde les faces du priſme en elles-mêmes, qu'il eſt preſque impoſſible de faire parfaitement planes, ſoit qu'on veuille meſurer l'inclinaiſon des rayons

du

du ſoleil, tant incidens que réfractés, ſur les faces du priſme. Auſſi l'angle du priſme eſt aſſujetti à une incertitude d'autant plus grande, qu'il eſt plus petit, quand les faces ne ſont pas parfaitement planes. Donc, pour parvenir à une connoiſſance auſſi exacte que la Théorie l'exige, il eſt à tous égards abſolument néceſſaire qu'on faſſe l'angle du priſme auſſi grand que la nature de la réfraction le permet, c'eſt à dire, de 70° ou environ, & qu'on choiſiſſe les ſituations, dans leſquelles l'angle évanouit à peu près, ou à l'entrée $AQP = p$, ou à la ſortie $BRS = s$, puiſque toutes ces circonſtances concourent à rendre les concluſions moins douteuſes.

9. Appliquons cela maintenant aux rayons du ſoleil, qui entrent dans une chambre obſcure par un petit trou F, fait au volet de la fenêtre. Qu'auprès de ce trou on diſpoſe le priſme ACB dans la chambre enſorte, que les rayons du ſoleil en paſſant par le priſme repréſentent, ou ſur la muraille oppoſée, ou ſur le platfond en haut, le ſpectre coloré auſſi diſtinctement qu'il eſt poſſible. Dans ce ſpectre, qu'on diſtingue ſoigneuſement les deux extrémités S & s, dont la ſupérieure S, qui eſt violette, eſt formée par les rayons les plus réfrangibles, qui viennent du bord inférieur du ſoleil, & qui entrent dans la chambre obſcure par le bord inférieur du trou F, à quoi il eſt bon de faire attention, quand même le trou ſeroit extrémement petit. Or le bord inférieur du ſpectre s eſt formé par les rayons les moins réfrangibles, ou bien les rouges, qui partent du bord ſupérieur du ſoleil & qui friſent le trou F en haut. Ainſi, pour trouver la réfraction des rayons violets, ou les plus réfrangibles, il faut comparer le rayon ſortant RS avec les rayons du bord inférieur du ſoleil, & meſurer exactement, tant l'angle de l'entrée $AQP = p$, que celui de la ſortie $BRS = s$, l'angle du priſme $ACB = \gamma$ étant déjà ſuppoſé connu; alors la raiſon de réfraction de ces rayons, en paſſant de l'air dans le verre, ſera $= n : 1$, en ſorte que, Fig. 2.

$$n = \frac{\sqrt{(\cos p^2 + \cos s^2 + 2\cos\gamma\cos p\cos s)}}{\sin\gamma}.$$

De la même maniere on déterminera la réfraction des rayons rouges, ou les moins réfrangibles, en comparant le rayon rs avec ceux des rayons incidens qui viennent du bord ſupérieur du ſoleil. Que cette raiſon ſoit trouvée $= n' : 1$, & la réfraction moyenne ſera en raiſon de $\frac{n + n'}{2} : 1$.

Pour la diſperſion des couleurs, elle eſt parfaitement déterminée par le rapport des nombres n & n', ſans avoir beſoin de la comparer avec celle du verre commun, comme ont fait Mrs. Dollond & Zeiher.

Fig. 3. 10. Le morceau de verre que Mr. Zeiher a envoyé, eſt aſſez grand pour en former un priſme ou triangle ACD, de la grandeur repréſentée dans la fig. 3, où ſelon une certaine échelle les côtés ſont $AC = 400$, $BC = 350$ & $AB = 432\frac{1}{2}$, d'où l'angle ACB devient préciſément de 70°, & les autres $ABC = 60°, 26', 19''$ & $BAC = 49°, 33', 41''$: or l'épaiſſeur de ce priſme pourra être 60 parties de la même échelle, qui eſt bien ſuffiſante pour les expériences. Les côtés du triangle pourroient bien être plus petits, vu qu'un petit eſpace auprès de la pointe C ſuffiroit pour y faire paſſer les rayons; mais, puiſque tout revient à déterminer exactement les angles que les rayons entrans & ſortans font avec les deux faces AC & BC, un petit triangle ſeroit peu propre à ce deſſein, & partant je voudrois le faire auſſi grand que le morceau envoyé le permet, afin qu'il ſoit d'autant plus aiſé d'en prolonger les côtés, pour y rapporter enſuite les angles, qu'il faut meſurer exactement. Pour cet effet, il ſera bon d'enchaſſer ce priſme en ſorte qu'on le puiſſe non ſeulement fixer dans une ſituation quelconque, que les expériences exigeront, mais que le chaſſis même ſerve à déterminer les angles dont on a beſoin. Le priſme ſera donc enfermé dans un chaſſis ACB, dont les côtés AC
Fig. 4. & BC ſe trouvent parfaitement dans la direction des deux faces du priſme qui forment l'angle C. Au côté CB, à une diſtance auſſi grande que les circonſtances le permettent, je voudrois joindre à angles droits un autre chaſſis leger BD, pour le couvrir d'une tranche de papier huilé, afin que le ſpectre y puiſſe être repréſenté; de C en D j'atta-

j'attacherois une regle CD, tant pour ſervir d'appui, que pour recevoir un pendule BG ſuſpendu en B, dont l'interſection H ſervira à connoitre l'inclinaiſon du côté BC, & partant auſſi celle du côté AC. En C la machine repoſera ſur un trépié, où il faut qu'on la puiſſe affermir par une vis: cependant il ſera auſſi néceſſaire de pratiquer quelque ſoutien à l'extrémité D, afin que la machine puiſſe être bien fixée dans toute ſituation.

11. Mais, avant que d'affermir le priſme dans le chaſſis, il faut s'aſſurer avec toute la préciſion poſſible de l'angle du priſme ACB. Pour cet effet il eſt néceſſaire que les deux côtés du priſme ſoyent paralleles entr'eux, ou bien ſon épaiſſeur partout la même, & que les trois faces du priſme AC, BC & AB, ſoyent perpendiculaires aux côtés. S'il ſe trouvoit que l'angle ACB fût plus grand que 70°, il faudroit abſolument le faire plus petit, pour que les expériences ne viennent pas à manquer, en cas que la réfraction moyenne fût un peu plus petite que je n'ai ſuppoſé; & par cette raiſon, il ſera même bon de donner audit angle quelques degrés de moins. Je ſerois donc d'avis de former le triangle ABC en ſorte qu'un de ſes angles, comme C, fût de 68°, & un autre de 64°, pour pouvoir ſe ſervir ou de l'un ou de l'autre dans les expériences. Enſuite le chaſſis doit être tel, que ſa ſection du milieu paſſe par le milieu du priſme, & qu'elle ſoit perpendiculaire aux faces du priſme; car alors, quand le ſpectre tombe ſur la ligne BD, on eſt aſſuré que les rayons du ſoleil paſſent auſſi par le milieu du priſme. Pour faire les expériences dans la chambre obſcure, puiſqu'on y peut voir le trait lumineux des rayons ſolaires PFQ, il ſera aiſé de diſpoſer le chaſſis en ſorte, que les rayons tombent ſur la face AC ſous un aſſez petit angle de 10° ou 15°, & alors on tournera la machine horizontalement juſqu'à ce que le ſpectre tombe ſur la bande du papier huilé BD, comme en S*s*. Quand on ſera content de la repréſentation, on fixera toute la machine en cet état, & on marquera les deux extrémités du ſpectre S & *s*, de même que les deux points R & *r* ſur le priſme, que la lumiere des rayons rendra viſibles. En même tems, on obſervera la hauteur du ſoleil, dont le diametre

apparent peut être regardé comme connu, & on marquera ſur la regle CD l'interſection H du pendule BG: par-là on trouvera aiſément tous les angles dont on a beſoin pour calculer la raiſon de réfraction des rayons, tant les plus que les moins réfrangibles, par le moyen de la formule donnée ci-deſſus.

12. Pour donner quelque idée du ſuccès de ces expériences, ſuppoſons le verre du priſme tel, que la réfraction moyenne ſoit 1.66:1, la plus grande 1.68:1, & la plus petite 1.64:1, & que l'angle du priſme ACB ſoit de 69°. Enſuite, les rayons du centre du ſoleil tombent ſur la face AC ſous un angle de 12°, 30′, le diametre du ſoleil étant 32′, & les rayons du bord inférieur du ſoleil y tomberont ſous un angle de 12°, 46′, qui étant ſuppoſés les plus réfrangibles pour trouver l'extrémité violette du ſpectre S, nous aurons $n = 1,68$, & $p = 12°, 46'$, d'où nous tirons, $l \cos q = 9,7638192$, & $q = 54°, 30', 45''$; donc $r = 56°, 29', 45''$, & de là $l \cos s = 9,9673419$, & $s = 21°, 57', 30'' = BRS$. De la même maniere, pour l'autre extrémité rouge s, la raiſon de réfraction étant 1,64:1, il faut conſidérer les rayons les moins réfrangibles qui viennent du bord ſupérieur du ſoleil, d'où nous aurons $n = 1,64$ & $p = 12°, 14'$, & partant $l \cos q = 9,7751809$; donc $q = 53°, 25', 20''$ & $r = 57°, 34', 40''$, de là $l \cos s = 9,9441335$, & $s = 28°, 26', 35'' = sCB$. Pour la grandeur du ſpectre Ss, elle dépend de la diſtance BR, laquelle étant ſuppoſée de 50 pouces, puiſqu'on peut bien négliger le petit intervalle Rr, on aura ſur le bras BD, l'eſpace $BS = 20,159$ pouces & $Bs = 27,083$, de ſorte que la longueur du ſpectre Ss ſera preſque de 7 pouces. Donc, ſi l'expérience montroit le même Ss pour la même inclinaiſon des rayons du ſoleil ſur la face du priſme, on en trouveroit réciproquement la même réfraction du verre que je viens de ſuppoſer. Par le moyen d'une telle machine, il eſt auſſi fort aiſé de faire en peu de tems pluſieurs expériences différentes, en changeant tant ſoit peu la ſituation du priſme par rapport aux rayons incidens; & tirant enſuite de chacune les concluſions ſelon la regle preſcrite, leur accord nous fournira une parfaite certitude ſur la véritable réfraction du verre propoſé.

COR-

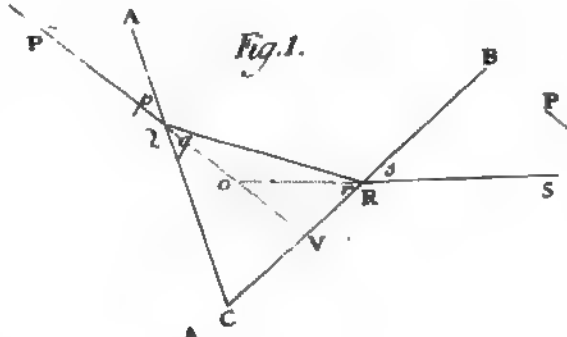


Fig. 1.

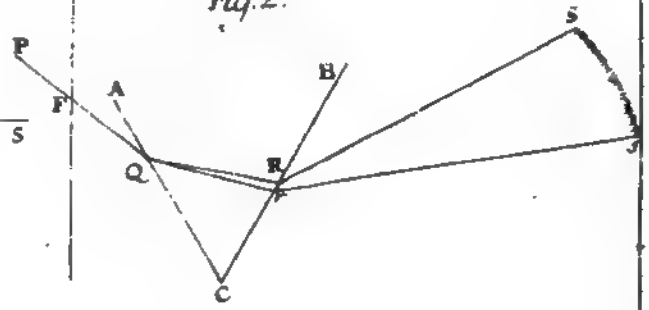


Fig. 2.

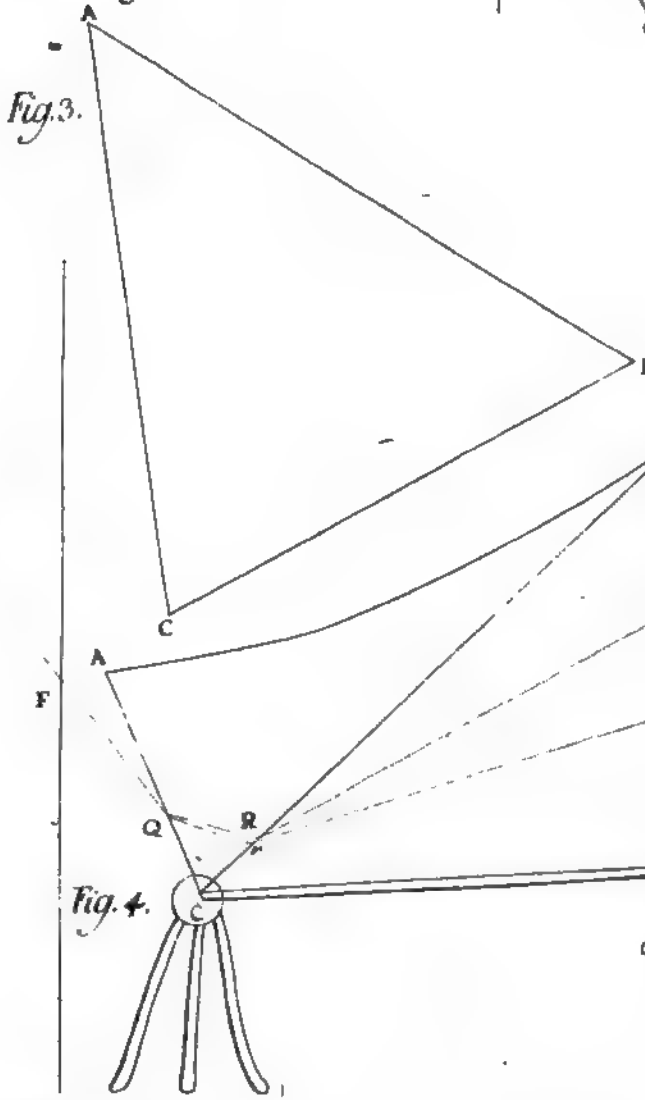


Fig. 3.

Fig. 4.

CORRECTIONS NÉCESSAIRES

POUR

LA THÉORIE DE LA DÉCLINAISON MAGNÉTIQUE,

PROPOSÉE DANS LE XIII VOLUME DES MÉMOIRES.

PAR M. L. EULER.

Mon but principal, dans l'eſſai que j'avois propoſé ſur la déclinaiſon magnétique, a été de faire voir, que pour expliquer les phénomenes bizarres que la mappemonde de feu Mr. Halley nous préſente, il ſuffit de ſuppoſer dans la terre deux poles magnétiques, & qu'on n'eſt nullement obligé de recourir à quatre, comme ce grand homme ſe l'étoit imaginé. Auſſi mon ſentiment paroit-il ſuffiſamment confirmé par les lignes analogues à celles de Halley pour les différentes déclinaiſons, que j'y ai déduites de l'hypotheſe de deux poles magnétiques ſeulement, quoique d'ailleurs la théorie elle-même, ſur laquelle j'ai fondé ces concluſions, ſoit ſujette à des difficultés très embaraſſantes. Pour trouver la déclinaiſon magnétique en chaque lieu de la terre, je concevois un plan qui paſſoit par ce lieu & les deux poles magnétiques, & je regardois l'interſection de ce plan avec l'horizontal comme la direction de l'aiguille aimantée. On ne ſauroit douter que la véritable direction magnétique ne tombât dans ce plan, & partant, ſi cette direction étoit horizontale, il ſeroit bien certain que la bouſſole montreroit ladite interſection. Mais il faut bien diſtinguer la véritable direction magnétique, de celle que la bouſſole indique, puiſque celle-là eſt ſouvent fort inclinée à l'horizon, pendant que celle-ci eſt toujours horizontale. Pour connoitre la véritable direction magnéti-

que, il faut principalement avoir égard à l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée, ou bien à cette ſituation dans laquelle l'aiguille repoſeroit, ſi elle étoit librement mobile autour de ſon centre de gravité, en ſorte que la gravité n'y eût aucune influence. Cette ſituation ſe trouvera donc ſans contredit dans le plan qui paſſe par le lieu propoſé de la terre & les deux poles magnétiques; mais, quand elle eſt inclinée à l'horizon, & qu'on en charge le bout élevé d'un petit poids pour la rendre horizontale, ſon mouvement ſe fera dans un plan vertical, y étant déterminé par l'action de la gravité; & partant, quand l'aiguille ſera parvenue à la direction horizontale, elle ne ſe trouvera plus dans le plan qui paſſe par les deux poles magnétiques, à moins que ce plan ne ſoit auſſi vertical. De là il eſt évident, que la direction horizontale de l'aiguille aimantée pourra s'écarter très conſidérablement de l'interſection du dit plan, tiré par les poles magnétiques avec l'horizon, & cela d'autant plus dans l'obliquité de ce plan à l'horizon, que l'inclinaiſon de l'aiguille ſera grande.

Planch. XIV. Fig. 1. Pour mettre cela dans tout ſon jour, concevons une ſphere décrite autour du lieu propoſé de la terre C, où le grand cercle NS repréſente l'horizon, & le diametre NCS la ligne méridienne, dont le point N marque le Nord & S le Sud. Enſuite, le plan qui paſſe par le lieu C & les deux poles magnétiques, ſoit repréſenté par le grand cercle PIQ, qui coupe l'horizon en I: & puiſque la véritable direction magnétique ſe trouve dans le plan PIQ, ſuppoſons qu'elle ſoit dirigée au point L, de ſorte qu'une aiguille librement ſuſpendue par ſon centre de gravité en C, prenne la ſituation CL, ſon bout boréal étant dirigé vers le point L. Tirons maintenant par ce point L le cercle vertical ZLY, qui coupe l'horizon au point M, & l'arc ML, ou l'angle MCL, nous marquera l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée, dirigée par le bout boréal au deſſous de l'horizon. Cela poſé, il eſt clair qu'en réduiſant cette aiguille au plan horizontal, en chargeant ſon bout élevé d'un poids ſuffiſant, elle y prendra la ſituation CM, qui eſt par conſéquent celle que la bouſſole doit indiquer, & partant l'arc NM, ou l'angle NCM, en marquera la déclinaiſon.

Or,

Or, dans mon Mémoire ſur ce ſujet, inſéré dans le XIII Volume des Mémoires de l'Académie, j'avois ſuppoſé que la ligne CI marqueroit toujours la direction de la bouſſole, & que l'arc NI ſeroit la meſure de la déclinaiſon; d'où il eſt évident que cette hypotheſe ne ſauroit avoir lieu que dans les endroits dans leſquels, ou l'inclinaiſon ML eſt nulle, ou le plan PIQ tiré par les magnétiques verticaux. Dans tous les autres lieux de la terre, la véritable déclinaiſon magnétique ſera différente de celle que j'avois ſuppoſée dans mon Mémoire, & partant auſſi les lignes que j'avois tirées par tous les lieux où la déclinaiſon devoit être la même, s'écarteront de la vérité. Cependant, puiſque le plan PIQ eſt preſque partout à peu près vertical, l'aberration marquée par l'arc IM ne ſauroit être aſſez grande pour changer tout à fait la figure desdites lignes; ce qui peut ſuffire en gros pour prouver qu'il n'y a que deux poles magnétiques dans la terre.

Pour mieux juger de cette erreur, commiſe dans la déclinaiſon de la bouſſole, on ſait par la Trigonométrie ſphérique, que connoiſſant dans le triangle ſphérique IML, rectangle en M, l'angle LIM, avec l'inclinaiſon magnétique ML, on trouve par-là ſin IM $=$ $\frac{\text{tag . LM}}{\text{tag . LIM}}$.

Il s'agit donc de corriger cette erreur dans les recherches que j'avois entrepriſes dans mon Mémoire précédent; ce qui eſt d'autant plus néceſſaire, que ſans cette correction il ſeroit impoſſible, ou de conclure par pluſieurs obſervations les deux poles magnétiques de la terre, ou en les ſuppoſant connus, d'en déterminer les lignes Halleyennes par tous les lieux où la déclinaiſon eſt la même. Or c'eſt de là que dépendent tous les avantages qu'on a lieu d'attendre d'une connoiſſance plus parfaite de la déclinaiſon magnétique. Mais à préſent il n'y a aucun doute que ces mêmes recherches ne deviennent incomparablement plus difficiles, puiſqu'il faut auſſi avoir égard à l'inclinaiſon magnétique, dont on n'a encore preſque aucune connoiſſance pour la bien obſerver, quoique les inſtrumens inventés par feu Mr. Dieterich

de

de Bâle, ſur les idées de Mr. Daniel Bernoulli, ſoyent très propres pour cet effet. A cauſe de ce défaut, je ſerai obligé de recourir encore à une autre hypotheſe pour établir la véritable direction magnétique, que je tâcherai pourtant d'approcher de la vérité, autant que les expériences faites ſur les aimans le permettront. Par cette raiſon je ne donne ces recherches que comme un eſſai, pour pénétrer tant ſoit peu dans la véritable Théorie de la Déclinaiſon magnétique, qui eſt ſans doute une des plus épineuſes matieres qu'on ait traitées juſqu'ici.

DÉFINITION 1.

1. *L'axe magnétique de la terre eſt la ligne droite tirée d'un pole magnétique de la terre à l'autre.*

Fig. 2. Que la ſphere, repréſentée dans la figure 2. autour du centre C, ſoit la terre, dont les poles magnétiques ſe trouvent aux points A & B de ſa ſurface, & la ligne droite AB ſera l'axe magnétique de la terre.

COROLLAIRE 1.

2. Lorſque les deux poles magnétiques A & B ſont diamétralement oppoſés ſur la ſurface de la terre, l'axe magnétique AB paſſera par le centre de la terre C, & en ſera un diametre.

COROLLAIRE 2.

3. Mais ſi les deux poles magnétiques ne ſont pas diamétralement oppoſés, l'axe magnétique AB, ne paſſant point par le centre C, ſera plus petit que le diametre, & cela d'autant plus, qu'il ſe trouvera plus éloigné du centre de la terre C.

DÉFINITION 2.

4. *Le centre magnétique eſt le point* D, *qui ſe trouve au milieu de l'axe magnétique* AB, *de ſorte que les diſtances* AD & BD *ſoyent égales entr'elles.*

Co-

COROLLAIRE 1.

5. En tirant donc du centre de la terre C au centre magnétique D la droite CD, elle ſera perpendiculaire ſur l'axe magnétique AB, & marquera la diſtance de l'axe magnétique au centre de la terre C.

COROLLAIRE 2.

6. Plus cette diſtance CD ſera grande, plus ſera petit l'axe magnétique AB. Qu'on tire la ligne CA, qui étant un rayon de la terre, le demi-axe magnétique ſera $DA = \sqrt{(AC^2 - CD^2)}$, & partant l'axe magnétique $AB = 2\sqrt{(AC^2 - CD^2)}$, ou bien on aura $AB^2 = EF^2 - 4CD^2$, la ligne EF repréſentant un diametre de la terre.

DÉFINITION 3.

7. *L'équateur magnétique eſt un grand cercle de la terre perpendiculaire à l'axe magnétique* AB.

COROLLAIRE 1.

8. L'équateur magnétique paſſe donc, tant par le centre de la terre C, que par le centre magnétique D. Or, comme on peut tirer une infinité de grands cercles par les deux centres C & D, celui au plan duquel l'axe magnétique AB eſt perpendiculaire, ſera l'équateur magnétique.

COROLLAIRE 2.

9. Entant que l'axe magnétique AB ne paſſe point par le centre de la terre C, les poles magnétiques A & B ſeront différens des poles de l'équateur magnétique, & ils en ſeront éloignés de part & d'autre d'un arc de grand cercle, dont le ſinus eſt égal à la diſtance CD de l'axe magnétique au centre de la terre.

COROLLAIRE 3.

10. Pour avoir les poles de l'équateur magnétique, on n'a qu'à tirer par le centre de la terre C le diametre *ab*, parallele à l'axe

magnétique AB, lequel étant auſſi perpendiculaire à l'équateur magnétique, ſes extrémités *a* & *b* en marqueront les poles: & il eſt évident que la diſtance des centres CD eſt le ſinus des arcs A*a* & B*b*.

DÉFINITION 4.

11. *Le diametre magnétique de la terre eſt celui qui paſſe par le centre magnétique* D *de la terre.*

COROLLAIRE 1.

12. Le diametre magnétique eſt donc la ligne EF, tirée par par le centre de la terre C, qui eſt perpendiculaire à l'axe magnétique AB, & qui paſſe par conſéquent par ſon milieu D, ou le centre magnétique.

COROLLAIRE 2.

13. Le diametre magnétique EF ſe trouve donc auſſi dans l'équateur magnétique, & y marque les points E & F, qui ſont des termes fixes, & propres pour compter de là les autres points.

DÉFINITION 5.

14. *Le premier méridien magnétique eſt le grand cercle de la terre tiré par l'axe magnétique* AB.

COROLLAIRE 1.

15. C'eſt dans ce premier méridien magnétique que ſe trouvent, tant les poles magnétiques A & B, que les poles *a* & *b* de l'équateur magnétique, auquel ledit méridien eſt perpendiculaire.

COROLLAIRE 2.

16. Ce premier méridien magnétique n'eſt déterminé, qu'entant que l'axe magnétique AB n'eſt pas un diametre. Car, ſi les deux poles magnétiques A & B étoient diamétralement oppoſés l'un à l'autre, tout grand cercle paſſant par ces poles n'auroit aucune préférence.

Co-

Corollaire 3.

17. Le premier méridien magnétique eſt compoſé de deux parties AEB & AFB, inégales entr'elles lorſque l'axe magnétique AB ne paſſe point par le centre de la terre. L'une de ces parties ſera plus grande qu'un demi grand cercle, & l'autre d'autant plus petite: l'une & l'autre peuvent être regardées comme deux méridiens magnétiques oppoſés.

DÉFINITION 6.

18. *Toute ſection plane du globe de la terre, faite par l'axe magnétique* AB, *ſera nommée un méridien magnétique.*

Corollaire 1.

19. Il eſt donc poſſible de faire paſſer par chaque lieu de la terre un méridien magnétique; on n'a qu'à concevoir un plan qui paſſe par le lieu propoſé & par les deux poles magnétiques A & B.

Corollaire 2.

20. Tous ces méridiens magnétiques ſeront donc de petits cercles de la ſphere, à l'exception du premier méridien magnétique, qui eſt un grand cercle, ſuppoſé que l'axe magnétique AB ne paſſe point par le centre de la terre.

Remarque.

21. Pour ſe former une idée juſte de la poſition de chaque méridien magnétique, le moyen le plus naturel eſt ſans doute d'en ſavoir l'inclinaiſon au premier méridien magnétique. La 2. figure repréſente un tel méridien quelconque A*e*B, qui ne paſſant point par le centre de la terre C, ſera un petit cercle de la ſphere, duquel il eſt d'abord clair, que ſon plan eſt toujours perpendiculaire à l'équateur magnétique, & qu'il en ſera partagé en deux parties égales. Soit donc *e* le point où ce méridien eſt traverſé par l'équateur magnétique, & que E*e* repréſente l'arc de cet équateur compris entre le premier méridien

ridien AEB & celui-ci AeB, & il eſt clair que cet arc donnera une autre détermination pour la poſition de ce méridien AeB, puiſque cet arc n'eſt pas la meſure de l'angle dont ce méridien eſt incliné au premier AEB. Enſuite, on peut auſſi conſidérer l'angle EAe, que ces deux cercles ou leurs tangentes font entr'elles aux points A ou B, où ils concourent enſemble, & cet angle donnera une troiſieme détermination pour la poſition du méridien AeB, auſſi différente des deux autres. Cependant une de ces trois déterminations étant donnée, on peut trouver par-là les deux autres, comme je le ferai voir dans les problemes ſuivans, où il eſt auſſi fort important de déterminer pour chaque méridien ſon rayon, & le nombre des degrés qu'il contient.

PROBLEME I.

Fig. 2. 22. *Les deux poles magnétiques* A *&* B *de la terre étant donnés, avec l'inclinaiſon d'un méridien quelconque* AeB *au premier méridien magnétique* AEB, *trouver le rayon de ce méridien* AeB, *& le nombre des degrés qu'il contient.*

SOLUTION.

Soit c le rayon de la terre ou de la ſphere repréſentée dans la figure, & d la diſtance de l'axe magnétique AB au centre de la terre C, de ſorte que $CD = d$, & partant la moitié de l'axe magnétique $AD = BD = \sqrt{(cc - dd)}$; d'où nous voyons que pour le premier méridien magnétique AEB, ſa moitié ou l'arc AE ſurpaſſe le quart d'un grand cercle Ea de l'arc Aa, dont le ſinus eſt $CD = d$, rapporté au rayon $CA = c$. Donc, ſi nous poſons l'angle AC$a = \alpha$, qui marque l'éloignement des poles magnétiques A & B aux poles de l'équateur magnétique a & b, nous aurons $CD = d = c \sin \alpha$ & $AD = BD = c \cos \alpha$, & partant pour le diametre magnétique FF, ſes parties $DE = c + c \sin \alpha$, & $DF = c - c \sin \alpha$. Maintenant, pour le méridien magnétique propoſé AeB, ſoit ſon inclinaiſon au premier méridien $AEB = \Phi$, & la ligne De ſon interſection avec l'équateur magnétique. Cela poſé, le plan de l'équateur EDe étant perpendiculaire au

plan

plan du méridien AeB, l'angle E De ſera la meſure de ſon inclinaiſon au premier méridien, & partant E De $=$ φ. Qu'on tire du centre de la terre C ſur Ce la perpendiculaire Cc, qui étant perpendiculaire au plan même du méridien AeB, le point c ſera ſon centre. Or le triangle DcC, rectangle à c à cauſe de DC $=$ c ſin α, donne Cc $=$ c ſin α ſin φ, & Dc $=$ c ſin α coſ φ, d'où nous trouvons le rayon du petit cercle, dont notre méridien AeB eſt une partie, cA $=$ $c\sqrt{(1 - \text{ſin}\,\alpha^2\,\text{ſin}\,\varphi^2)}$. Enfin, la tangente de l'angle AcD étant $=$ $\frac{\text{AD}}{\text{D}c} = \frac{\text{coſ}\,\alpha}{\text{ſin}\,\alpha\,\text{coſ}\,\varphi}$, ſon complément à deux angles droits ſera la meſure de l'arc Ae, qui eſt la moitié du méridien AeB.

Corollaire 1.

23. Puiſque le rayon du méridien magnétique AeB eſt cA $=$ $c\sqrt{(1 - \text{ſin}\,\alpha^2\,\text{ſin}\,\varphi^2)}$, ſon inclinaiſon au premier méridien AEB étant E De $=$ φ, il eſt évident, que ſi cette inclinaiſon évanouit, ou devient égale à deux angles droits, le rayon eſt $=$ c, ou bien dans ce cas le méridien ſera un arc de grand cercle.

Corollaire 2.

24. De là il eſt auſſi clair, que parmi tous les méridiens magnétiques celui-là ſera une partie du plus petit cercle, dont le plan eſt perpendiculaire au premier méridien; ſon rayon ſera alors $=$ c coſ α $=$ AD à cauſe de φ $=$ 90°. Dans ce cas, à cauſe de Dc $=$ o & de l'angle Ac D $=$ 90°, ce méridien ſera préciſément un demi-cercle.

Corollaire 3.

25. L'arc de l'équateur magnétique Ee, compris entre le premier méridien AEB & le propoſé AeB, eſt la meſure de l'angle E Ce. Or E Ce $=$ E De $+$ DeC; mais E De $=$ φ & ſin DeC $=$ $\frac{\text{C}c}{\text{C}e}$ $=$ ſin α ſin φ; donc, ſi nous poſons l'angle E Ce $=$ ψ, nous aurons ſin α ſin φ $=$ ſin DcC $=$ ſin $(\psi - \varphi)$.

Corollaire 4.

26. Ainſi, connoiſſant l'inclinaiſon $EDe = \Phi$, on trouve aiſément l'angle $ECe = \psi$; mais réciproquement, l'angle ψ étant donné à cauſe de $\sin\alpha \sin\Phi = \sin\psi \cos\Phi - \cos\psi \sin\Phi$, on trouve $\operatorname{tag}\Phi = \dfrac{\sin\psi}{\sin\alpha + \cos\psi}$.

PROBLEME II.

Fig. 2. 27. *Les poles magnétiques de la terre* A *&* B *étant donnés, avec l'inclinaiſon d'un méridien magnétique quelconque* AeB *au premier méridien* AEB, *trouver l'angle* EAe, *que font ces deux méridiens entr'eux à leur concurrence dans les poles magnétiques.*

SOLUTION.

Poſons comme auparavant l'angle $ACa = \alpha$, & l'inclinaiſon $EDe = \Phi$, il s'agit ici de trouver l'angle EAe, que font entr'elles les tangentes des deux méridiens au point A. Pour cet effet, j'obſerve que, dans le plan du premier méridien, l'angle DAE eſt $= ACE = 90° + \alpha$, & dans le plan du méridien propoſé AeB l'angle DAe eſt $= Ace = 90° + DAe$. Soit l'angle $DAe = \epsilon$, de ſorte que $\operatorname{tag}\epsilon = \dfrac{De}{AD} = \dfrac{\sin\alpha\cos\Phi}{\cos\alpha}$, ou $\sin\epsilon = \dfrac{De}{Ae} = \dfrac{\sin\alpha\cos\Phi}{\sqrt{(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)}}$ & $\cos\epsilon = \dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)}}$, &

Planche XV. Fig. 3. nous aurons l'angle $Ace = 90° + \epsilon$. Qu'on poſe maintenant dans la 3. figure ſur le plan de la table l'angle $DAE = 90° + \alpha$, & dans un autre plan incliné à celui-là de l'angle $= \Phi$, en le coupant par la ligne D l'angle $DAe = \epsilon$, de ſorte qu'il faille trouver l'angle EAe. Pour cet effet, qu'on prenne à volonté les lignes $AE = f$ & $Ae = g$; qu'on tire du point E ſur la droite DA prolongée la perpendiculaire EP, & du point e premiérement ſur le plan de la table la perpendiculaire eg, & enſuite de q ſur DA la perpendiculaire qp, afin que la droite

droite epy ſoit auſſi perpendiculaire. Maintenant les angles $EAP = 90° - \alpha$ & $eAp = 90° - \varepsilon$, donnent d'abord

$$AP = f \sin\alpha;\ PE = f \cos\alpha;\ Ap = g \sin\varepsilon;\ pe = g \cos\varepsilon.$$

Or l'inclinaiſon de nos deux plans ayant pour meſure l'angle epq, nous aurons $epq = \Phi$, & partant $pq = g \cos\varepsilon \cos\Phi$, & $qe = g \cos\varepsilon \sin\Phi$; donc $Pp = f \sin\alpha - g \sin\varepsilon$, & $PE - pq = f \cos\alpha - g \cos\varepsilon \cos\Phi$. Tirons la droite Ee, & puiſque

$Ee^2 = Pp^2 + (PE - pq)^2 + qe^2$, nous aurons

$$Ee^2 = (f \sin\alpha - g \sin\varepsilon)^2 + (f \cos\alpha - g \cos\varepsilon \cos\Phi)^2 + gg (\cos\varepsilon^2 \sin\Phi)^2,$$

laquelle formule étant développée donne

$$Ee^2 = ff + gg - 2fg \sin\alpha \sin\varepsilon - 2fg \cos\alpha \cos\varepsilon \cos\Phi.$$

Or, par la matiere du triangle EAe, on ſait qu'il y a

$$Ee^2 = AE^2 + Ae^2 - 2\,AE.AE.\cos EAe = ff + gg - 2fg\,\omega\, EAe,$$

d'où l'on tire

$$\cos EAe = \sin\alpha \sin\varepsilon + \cos\alpha \cos\varepsilon \cos\Phi.$$

Subſtituons maintenant pour $\sin\varepsilon$ & $\cos\varepsilon$ les valeurs données ci-deſſus, & nous obtiendrons

$$\cos EAe = \frac{\sin\alpha^2 \cos\Phi + \cos\alpha^2 \cos\Phi}{\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}} = \frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}};$$

de là nous concluons $\sin EAe = \frac{\sqrt{(\sin\Phi^2 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}}{\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}} = \frac{\cos\alpha \sin\Phi}{\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}}$,

& par conſéquent $\operatorname{tag} EAe = \frac{\cos\alpha \sin\Phi}{\cos\Phi} = \cos\alpha \operatorname{tag}\Phi$.

Donc l'angle que les deux méridiens AEB & AeB font entr'eux aux poles A & B ſur la ſurface de la terre, ſavoir l'angle EAe ou EBe, eſt tel, que ſa tangente eſt $= \cos\alpha \operatorname{tag}\Phi$. Planch. XIV. Fig. 2.

Co-

COROLLAIRE 1.

28. Nommant donc l'inclinaiſon du méridien AeB au premier méridien $AEB = \Phi$, l'arc de l'équateur compris entr'eux, ou plutôt l'angle $ECe = \psi$, & l'angle qu'ils font entr'eux aux poles $EAe = \omega$, ces trois angles dépendent en ſorte les uns des autres que $\sin(\psi - \Phi) = \sin\alpha \sin\Phi$, & $\operatorname{tag}\omega = \cos\alpha \operatorname{tag}\Phi$.

COROLLAIRE 2.

29. Or nous avons vu dans l'article 26. que $\operatorname{tag}\Phi = \frac{\sin\psi}{\sin\alpha + \cos\psi}$, d'où nous tirons entre les angles ψ & ω cette rélation, $\operatorname{tag}\omega = \frac{\cos\alpha \sin\psi}{\sin\alpha + \cos\psi}$; d'où l'on voit que, ſi $\psi = o$, il y aura auſſi $\omega = o$, & ſi $\cos\psi = -\sin\alpha$, ou $\psi = 90 + \alpha$, l'angle ω devient droit, de même que l'angle Φ, ce qui arrive dans le méridien perpendiculaire au premier, dont la courbure eſt la plus grande.

COROLLAIRE 3.

30. Puiſque $\operatorname{tag}\omega = \frac{\cos\alpha \sin\psi}{\sin\alpha + \cos\psi}$, il s'enſuit $\sin\omega = \frac{\cos\alpha \sin\psi}{\sqrt{(\sin\alpha^2 + 2\sin\alpha\cos\psi + \cos\psi^2 + \cos\alpha^2\sin\psi^2)}}$; or $\sin\alpha^2 + \cos\psi^2 + \cos\alpha^2\sin\psi^2 = 1 - \sin\alpha^2\cos\psi^2$; donc $\sin\omega = \frac{\cos\alpha \sin\psi}{1 + \sin\alpha\cos\psi}$ & $\cos\omega = \frac{\sin\alpha + \cos\psi}{1 + \sin\alpha\cos\psi}$, d'où l'on tire

$$\cos\psi = \frac{\cos\omega - \sin\alpha}{1 - \sin\alpha\cos\omega}, \text{ \& } \sin\psi = \frac{\cos\alpha \sin\omega}{1 - \sin\alpha\cos\omega},$$

pour trouver l'angle ψ, l'angle ω étant donné.

PRO-

PROBLEME III.

31. *Les deux poles magnétiques de la terre* A *&* B *étant donnés pour un lieu quelconque de la terre* L, *trouver l'inclinaiſon du méridien magnétique à l'horizon de ce même lieu.*

SOLUTION.

Par le lieu propoſé de la terre L & par les poles magnétiques A & B, qu'on tire le petit cercle BLA, qui ſera un méridien magnétique, dont je ſuppoſe qu'on ſache l'inclinaiſon au premier méridien magnétique AEB, ou bien l'angle EDe $=$ Φ, prenant le point e dans l'équation magnétique. Soit c le centre de ce petit cercle, & qu'on tire au centre de la terre C le rayon LC, qui étant perpendiculaire à l'horizon du lieu L, il s'agit de déterminer l'angle, dont ce rayon CL eſt incliné au plan du méridien magnétique AcLB; or la droite Cc étant perpendiculaire à ce même plan, il eſt évident que l'angle CLc eſt la meſure de ladite inclinaiſon, & partant ſon complément a 90°, ou bien l'angle LCc donnera l'inclinaiſon cherchée du méridien à l'horizon du lieu L. Or, poſant l'angle ACa $=$ CAB $=$ α, qui eſt déterminé par les deux poles magnétiques, nous avons vu ci-deſſus que la ligne Cc eſt $=$ c ſin α ſin Φ; donc le rayon de la terre étant CL $=$ c, le coſinus de l'angle cherché LCc ſera $=$ ſin α ſin Φ, ou bien au lieu L le méridien magnétique ſera incliné à l'horizon d'un angle, dont le coſinus eſt $=$ ſin α ſin Φ. Fig. 2.

COROLLAIRE 1.

32. De là il eſt clair que, dans tous les lieux ſitués ſur le même méridien magnétique, l'inclinaiſon de ce méridien à l'horizon eſt auſſi par tout la même, le coſinus de cette inclinaiſon étant $=$ ſin α ſin Φ: & l'interſection du méridien magnétique avec l'horizon ſe fera ſuivant le méridien magnétique.

COROLLAIRE 2.

33. Le méridien magnétique n'eſt donc perpendiculaire à l'horizon, que là où l'angle Φ $=$ o, c'eſt à dire, ſous le premier méridien ma-

magnétique. Cependant il faut remarquer que, ſi l'axe magnétique AB paſſoit par le centre de la terre C, partout le méridien magnétique ſeroit vertical, ou perpendiculaire à l'horizon.

Corollaire 3.

34. Si nous nommons l'inclinaiſon du méridien magnétique à l'horizon de quelque endroit $= \eta$, l'inclinaiſon au premier méridien $EDe = \Phi$, l'angle $ECe = \psi$ & l'angle $EAe = \omega$, on aura les rapports ſuivans:

$$\text{cof}\,\eta = \text{ſin}\,\alpha\,\text{ſin}\,\Phi;\ \text{tag}\,\eta = \frac{1 + \text{ſin}\,\alpha\,\text{cof}\,\psi}{\text{ſ}\,\alpha\ \text{ſ}\,\psi};\ \text{tag}\,\varphi = \frac{\text{cof}\,\alpha}{\text{ſ}\,\alpha\ \text{ſ}\,\omega}.$$

Remarque.

35. De toutes les expériences faites ſur la nature magnétique, il ſemble qu'on puiſſe conclure hardiment, que la direction magnétique ſe trouve toujours dans un plan qui paſſe par les poles magnétiques, ou bien dans un méridien magnétique. Une aiguille aimantée ſuſpendue préciſément par ſon centre de gravité, de ſorte qu'à l'égard de la peſanteur elle ſoit indifférente à toutes les directions, prend toujours par la force magnétique de la terre une certaine ſituation, que je nomme la direction magnétique; & il eſt certain que cette direction tombe toujours dans le plan du méridien magnétique, qui paſſe par le point de ſuſpenſion de l'aiguille. Mais il n'eſt pas encore décidé ſur quelle ligne de ce plan la direction magnétique tombe. On ſait bien que, dans l'axe magnétique même, cette direction y tombe auſſi; & enſuite on ne ſauroit douter que, partout dans l'équateur magnétique, elle ne ſoit parallele à l'axe magnétique. Cela pourroit encore paroître douteux, ſi l'équateur magnétique, où cela arrive, paſſe préciſement par le milieu de l'axe magnétique, comme je l'ai ſuppoſé juſqu'ici. Mais quand même cela arriveroit dans la terre, on me diſpenſera d'y avoir égard; premiérement, parce que cela eſt encore inconnu, & enſuite il eſt toujours bon de commencer ſes recherches par des cas réguliers. Or, pour les lieux hors de l'axe & de l'équateur magnétique, je me

voi

voi obligé de recourir à une nouvelle hypotheſe, que j'établirai telle, qu'elle ne paroit pas s'écarter ſenſiblement de la vérité.

HYPOTHESE.

36. *Pour trouver la direction magnétique à un endroit quelconque* L *de la terre, ſitué dans un méridien magnétique quelconque* AeLB, *qu'on y tire du centre magnétique* D *la droite* DL, *& qu'on faſſe l'angle* DLM *égal à l'angle* LDB; *& la ligne* DM *marquera la direction magnétique à l'endroit propoſé* L. Fig. 4.

Corollaire 1.

37. Si l'endroit L eſt pris au point *e*, où le méridien eſt traverſé par l'équateur magnétique, puiſqu'alors la ligne D*e* eſt perpendiculaire à l'axe magnétique AB, la direction magnétique y ſera auſſi parallele à cet axe AB, & devenant une tangente du méridien magnétique, elle ſera horizontale.

Corollaire 2.

38. Mais, plus le lieu L approche de l'un ou l'autre pole magnétique, plus la direction magnétique LM s'approchera de la ligne LD, & dans les poles mêmes, elle tombera dans l'axe magnétique. L'un & l'autre cas eſt donc d'accord avec l'expérience.

Corollaire 3.

39. Donc, partout dans l'équateur magnétique ſur la terre, la direction magnétique eſt horizontale, & puiſque l'inclinaiſon évanouit, le méridien magnétique, comparé à la méridienne du même endroit, montrera la véritable déclinaiſon magnétique. Dans ces cas donc, ma théorie précédente eſt d'accord avec les principes que je viens d'établir ici.

PROBLEME IV.

40. *Pour un lieu quelconque de la terre* L, *déterminer la direction magnétique* LM, *& l'angle qu'elle fait avec la ligne horizontale, tirée dans le plan du méridien magnétique.* Fig. 4.

SOLUTION.

Ayant tiré par le lieu propoſé L le méridien magnétique ALB, qui étant un cercle ſoit ſon centre en c, & poſant le demi-axe magnétique $DA = DB = a$, & le rayon de ce cercle $cL = r$, nous aurons l'éloignement du centre c à l'axe magnétique $Dc = \sqrt{(rr - aa)}$, qui ſoit pour abréger $Dc = s$. Cela poſé, ſoit de plus l'angle $ecL = \lambda$, qui marque l'éloignement du lieu propoſé L de l'équateur magnétique par le nombre de degrés contenus dans l'arc du méridien magnétique eL. Maintenant, pour trouver l'angle LDB, auquel eſt égal l'angle DLM, nous aurons d'abord la ligne $DL = \sqrt{(rr + ss + 2rs \cos\lambda)}$, qui ſoit $DL = u$, & de là nous trouvons

$$\text{ſin } LDc = \frac{r \text{ ſin } \lambda}{u}; \quad \cos LDc = \frac{r \cos\lambda + s}{u};$$

$$\text{ſin } DLc = \frac{s \text{ ſin } \lambda}{u}; \quad \cos DLc = \frac{r + s \cos\lambda}{u}.$$

Donc l'angle DLM ſera le complément de l'angle LDc à 90°, & partant

$$\text{ſin } DLM = \frac{r \cos\lambda + s}{u}, \text{ \& } \cos DLM = \frac{r \text{ ſin } \lambda}{u}.$$

Or, le rayon cL étant perpendiculaire à la tangente du méridien magnétique en L, qui eſt horizontale & la même avec laquelle la direction magnétique LM fait l'angle que nous cherchons TLM, ayant tiré la dite tangente LT, cet angle TLM ſera le complément de l'angle $cLM = DLM + DLc$, d'où la compoſition des angles nous fournit

$$\text{ſin } TLM = \cos cLM = \frac{rr \text{ ſin } \lambda - ss \text{ ſin } \lambda}{uu}, \text{ \&}$$

$$\cos TLM = \text{ſin } cLM = \frac{rr \cos\lambda + 2rs + ss \cos\lambda}{uu}.$$

De là nous déduiſons

ſin

$$\text{ſin } \tfrac{1}{2} \text{TLM} = \frac{(r-s)\text{ſin } \frac{1}{2}\lambda}{u} \text{ \& cof } \tfrac{1}{2}\text{TLM} = \frac{(r+s)\text{cof } \frac{1}{2}\lambda}{u}.$$

Par conſéquent l'angle cherché TLM ſe trouvera le plus aiſément par cette formule,

$$\text{tag } \tfrac{1}{2}\text{TLM} = \frac{r-s}{r+s} \text{ tag } \tfrac{1}{2}\lambda.$$

Corollaire 1.

41. Nous voyons donc que l'angle TLM, que fait la direction magnétique LM avec la tangente du méridien magnétique, n'évanouit que dans l'équateur magnétique, où l'angle $\lambda = o$. Car la diſtance $Dc = s = V(rr - aa)$ ne ſauroit devenir égale au rayon $cL = r$, à moins que l'axe magnétique AB n'évanouiſſe lui-même.

Corollaire 2.

42. Sous le méridien magnétique, qui eſt perpendiculaire au premier méridien magnétique, nous avons vu que l'intervalle $Dc = s$ évanouit. Donc, pour ces lieux de la terre, nous aurons tag $\frac{1}{2}$TLM = tag $\frac{1}{2}\lambda$, & partant l'angle TLM $= \lambda = ecL$.

PROBLEME V.

43. *Les deux poles magnétiques de la terre* A *&* B *étant donnés, trouver pour un lieu quelconque de la terre* L *l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée.* Fig. 2.

SOLUTION.

Soit AEB le premier méridien magnétique, c le rayon de la terre, & l'angle $ACa = CAD = \alpha$, de ſorte que le demi-axe magnétique ſoit $AD = BD = c \text{ cof } \alpha$, & la diſtance $CD = c \text{ ſin } \alpha$. Enſuite, qu'on tire par le lieu propoſé L le méridien magnétique AeB, dont le centre ſoit en c, & ſon inclinaiſon au premier méridien, ou l'angle EDe, $= \Phi$; & nous avons vû que $Ce = c \text{ ſin } \alpha \text{ ſin } \Phi$, $De = c \text{ ſin } \alpha \text{ cof } \Phi$, & le rayon du méridien magnétique $cL = cV(1$

$-\sin\alpha^2 \sin\Phi^2$). Soit de plus dans ce méridien l'angle $eCL = \lambda$, le point e étant pris dans l'équateur magnétique, & soit aussi LM la direction magnétique déterminée dans le probleme précédent. Donc, pour ramener la solution à ce cas, nous aurons

$DA = a = c\cos\alpha$; $r = cV(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)$ & $s = c\sin\alpha\cos\Phi$, & de là $uu = cc(1+f.\alpha^2(\cos\Phi^2 - f.\Phi^2) + 2\sin\alpha\cos\Phi\cos\lambda V(1-f.\alpha^2 f.\Phi^2))$. Cela posé, nous venons de trouver dans le plan du méridien magnétique AeB l'angle cLM exprimé de cette sorte,

$$\cos cLM = \frac{(rr-ss)\sin\lambda}{uu} = \frac{cc\cos\alpha^2\sin\lambda}{uu} \text{ \&}$$

$$\sin cLM = \frac{(rr+ss)\cos\lambda + 2rs}{uu}.$$

Maintenant, le rayon CL étant perpendiculaire à l'horizon du lieu L, nous n'avons qu'à chercher l'angle CLM, pour avoir le complément de l'inclinaison magnétique. Pour cet effet, qu'on tire dans le plan du méridien magnétique AeB, de son centre c sur LM, la perpendiculaire cM; & on aura $LM = \frac{ccr\cos\alpha^2\sin\lambda}{uu}$. Or, si l'on tiroit la ligne CM, elle seroit aussi perpendiculaire à LM, d'où la fraction $\frac{LM}{GL}$ donnera le cosinus de l'angle CLM, & partant le sinus de l'inclinaison magnétique cherchée; ce sinus sera donc $= \frac{cr\cos\alpha^2\sin\lambda}{uu} =$

$$\frac{\cos\alpha^2\sin\lambda V(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)}{1+\sin\alpha^2\cos\Phi^2-\sin\alpha^2\sin\Phi^2+2\sin\alpha\cos\Phi\cos\lambda V(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)},$$

ou bien, par nos dénominations précédentes, $= \frac{r(rr-ss)\sin\lambda}{cuu}$, où $uu = rr + ss + 2rs\cos\lambda$.

Co-

Corollaire 1.

44. Sous l'équateur magnétique, où $\lambda = o$, l'inclinaiſon magnétique eſt partout nulle, ou bien la direction magnétique y eſt horizontale, & partout perpendiculaire à l'équateur magnétique.

Corollaire 2.

45. Sous le premier méridien magnétique, où l'angle $\Phi = o$, le ſinus de l'inclinaiſon magnétique ſera $= \frac{\text{cof } \alpha^2 \text{ ſin } \lambda}{1 + \text{ſin } \alpha^2 + 2 \text{ ſin } \alpha \text{ cof } \lambda}$, & partant ſon coſinus $= \frac{2 \text{ ſin } \alpha + (1 + \text{ſin } \alpha^2) \text{ cof } \lambda}{1 + \text{ſin } \alpha^2 + 2 \text{ ſ. } \alpha \text{ cof } \lambda}$. La direction magnétique ſera donc verticale là où $\text{cof } \lambda = -\frac{2 \text{ ſin } \alpha}{1 + \text{ſin } \alpha^2}$ & $\text{ſin } \lambda = \frac{1 - \text{ſin } \alpha^2}{1 + \text{ſin } \alpha^2}$, ou bien $\text{tag } \frac{1}{2}\lambda = \frac{1 + \text{ſin } \alpha}{1 - \text{ſin } \alpha}$.

Corollaire 3.

46. Sous le méridien magnétique, qui eſt perpendiculaire au premier méridien, où $\Phi = 90°$, le ſinus de l'inclinaiſon magnétique ſera $= \frac{\text{cof } \alpha^3 \text{ ſin } \lambda}{\text{cof } \alpha^2} = \text{cof } \alpha \text{ ſin } \lambda$; & puiſque ce méridien eſt un demi-cercle, poſant $\lambda = 90°$, on aura ſous les poles magnétiques mêmes l'inclinaiſon $= 90° - \alpha$.

Remarque.

47. Notre formule trouvée pour le ſinus de l'inclinaiſon magnétique, deviendra plus ſimple, ſi, au lieu de l'angle $EDc = \Phi$, nous introduiſons dans le calcul l'angle ecB, qui détermine la moitié du méridien magnétique. Poſons donc cet angle $EcB = 90° + \sigma$, de ſorte que σ exprime l'angle DBc ou DAc. Ayant donc $\text{cof } \sigma = \frac{a}{r} = \frac{\text{cof } \alpha}{\sqrt{(1 - \text{ſin } \alpha^2 \text{ ſin } \Phi^2)}}$, & $\text{tag } \sigma = \frac{Dc}{DA} = \frac{\text{ſin } \alpha \text{ cof } \Phi}{\text{cof } \alpha}$, nous en

en tirerons $\sqrt{(1-\sin\alpha^2\sin\Phi^2)} = \frac{\cos\alpha}{\cos\sigma}$; $\sin\Phi^2 = \frac{\cos\sigma^2-\cos\alpha^2}{\sin\alpha^2\cos\sigma^2}$ & $\cos\Phi = \frac{\cos\alpha\sin\sigma}{\sin\alpha\cos\sigma}$, lesquelles valeurs étant substituées, nous aurons le sinus de l'inclinaison magnétique $= \frac{\cos\alpha\cos\sigma\sin\lambda}{1+2\sin\sigma\cos\lambda+\sin\sigma^2}$.

Or cette même substitution nous donne outre cela

$$r = \frac{c\cos\alpha}{\cos\sigma};\ s = \frac{c\cos\alpha\sin\sigma}{\cos\sigma} \text{ \& } u = \frac{c\cos\alpha}{\cos\sigma}\sqrt{(1+2\sin\sigma\cos\lambda+\sin\sigma^2)},$$

& les angles que nous avons nommés ci-dessus $ECe = \psi$ & $EBe = \omega$, sont déterminés ainsi,

$$\cos\psi = \frac{\cos\alpha^2-\cos\sigma^2(1-\sin\sigma)}{\sin\alpha\cos\sigma^2} \text{ \& } \cos\omega = \frac{\sin\sigma}{\sin\alpha}.$$

Mais, par rapport à l'angle $DAe = \sigma$, il faut remarquer qu'il ne sauroit jamais devenir plus grand que l'angle $DAC = \alpha$; or, pour le premier méridien magnétique, on aura $\sigma = \alpha$, & pour celui qui y est perpendiculaire $\sigma = o$. La formule trouvée nous montrera les lieux où la direction magnétique devient verticale, en posant le sinus de l'inclinaison égal à l'unité; de là nous aurons

$$\cos\lambda = \frac{-2\sin\sigma(1+\sin\sigma^2)+\cos\alpha\cos\sigma^2\sqrt{(\sin\sigma^2-\sin\alpha^2)}}{4\sin\sigma^2+\cos\alpha^2\cos\sigma^2}.$$

Or, puisque l'angle σ ne sauroit surpasser l'angle α, cette formule est toujours imaginaire, à moins qu'on ne prenne $\sigma = \alpha$, c'est-à-dire sous le premier méridien. Posons donc $\sigma = \alpha$, & nous aurons $\cos\lambda = \frac{-2\sin\alpha(1+\sin\alpha^2)}{4\sin\alpha^2+\cos\alpha^4} = \frac{-2\sin\alpha}{1+\sin\alpha^2}$, comme ci-dessus, où je remarque, puisque $\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha^2} > \sin\alpha$, que ces lieux tombent dans la moindre partie AFB du premier méridien, comme dans les points i, i, en sorte que $\cos Fi = \frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha^2}$ & $\sin Fi =$

$Fi = \frac{1 - \sin \alpha^2}{1 + \sin \alpha^2}$; donc, puiſque l'arc $FA = FB = 90° - \alpha$, on aura $\cos Ai = \cos Bi = \frac{2 - 2\cos \alpha^2 + \cos \alpha^3}{1 + \sin \alpha^2}$ & $\sin Ai = \sin Bi = \frac{\sin \alpha \cos \alpha\ (2 - \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha^2}$; d'où nous voyons que, ſi l'angle α eſt fort petit, l'arc Ai & Bi devient à peu près égal à $ACa = \alpha$, & plus exactement $= \alpha - \alpha^3 + \frac{3}{4}\alpha^5 - \frac{1}{2}\frac{7}{3}\frac{2}{2}\frac{7}{0}\alpha^7$. Il n'y a donc que deux points où la direction magnétique eſt verticale.

PROBLEME VI.

48. *Si l'on connoiſſoit les deux endroits ſur la terre, où la direction magnétique eſt verticale, déterminer la poſition de l'axe magnétique* AB, *& les deux poles magnétiques ſur la ſurface de la terre.*

SOLUTION.

Soyent i & i les deux lieux ſur la terre, où la direction magnétique eſt verticale, ou bien l'inclinaiſon de 90°, qu'on découvrira d'autant plus aiſément, que dans ces lieux la bouſſole doit être abſolument indifférente à toutes les directions horizontales; ainſi, ſi l'on pouvoit faire partout des expériences avec la bouſſole, on connoitroit facilement ces deux lieux i, i, où la direction magnétique eſt verticale. Alors on n'aura qu'à tirer par ces deux points un grand cercle ſur la terre pour avoir le premier méridien magnétique; enſuite, on diviſera l'arc ii au point F en deux parties égales, & le grand cercle tiré par F perpendiculairement ſur le premier méridien ſera l'équateur magnétique. Enfin, poſant l'arc $Fi = \mathfrak{E}$, & pour les poles magnétiques A & B, qui ſont auſſi également éloignés du point F, l'arc $FA = 90° - \alpha$, les équations trouvées ci-deſſus $\cos \mathfrak{E} = \frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin \alpha^2}$, ou $\sin \mathfrak{E} = \frac{1 - \sin \alpha^2}{1 + \sin \alpha^2}$, donneront $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \sin \mathfrak{E}}{1 + \sin \mathfrak{E}}} = \operatorname{tag}(45° - \frac{1}{2}\mathfrak{E})$,

ou bien cof FA $=$ tag $(45° - \frac{1}{2} Fi)$. C'eſt donc par cette formule qu'on définira aiſément la poſition de l'axe magnétique AB avec les deux poles magnétiques A & B ſur la terre.

Corollaire 1.

49. En prenant le plus petit arc de grand cercle entre les points i & i, les poles magnétiques A & B tombent toujours hors de cet arc, ou bien ils ſeront plus éloignés entr'eux que les points i & i. Dans le ſeul cas où les points i & i ſeroient éloignés de 180° entr'eux, les poles magnétiques A & B conviendroient avec les deux points i & i.

Corllaire 2.

50. Si l'arc Fi ne differe que fort peu de 90°, qu'on poſe $Fi = \mathfrak{G} = 90 - \gamma$, & on aura ſin $\alpha =$ tag $\frac{1}{2}\gamma$; & puiſque γ eſt un angle fort petit, on en déduit $\alpha = \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{12}\gamma^3 + \frac{3}{2\,5\,2}\gamma^5$ &c., où il faut remarquer, qu'après avoir tiré le diametre ab parallele à la corde ii, il y aura $aA = \alpha$ & $ai = \gamma$, de ſorte que ſi l'angle γ eſt très petit, le pole A tombe dans le milieu de l'arc ai.

Remarque.

51. Il eſt ici très remarquable, que deux ſeules obſervations ſuffiſent pour établir l'état magnétique de la terre, & que pour cet effet il n'eſt pas même néceſſaire de pouvoir obſerver l'inclinaiſon magnétique, puiſque c'eſt un caractere infaillible de l'inclinaiſon verticale, que la bouſſole n'y eſt plus déterminée à aucune direction. Pourvu donc qu'on parvint à ces lieux de la terre, rien ne ſeroit plus aiſé que de s'aſſurer de cette propriété; cependant il arrivera déjà à une étendue conſidérable autour de ces points, que la bouſſole ne marquera plus une direction fixe; mais d'un côté il ne ſera pas difficile de prendre le milieu d'une telle contrée, & de l'autre côté il ne s'agit point ici du plus haut degré de préciſion. Toutes les autres obſervations ne nous ſauroient jamais conduire à un tel degré de préciſion, & s'il étoit poſſible de bien diſtinguer les lieux où l'inclinaiſon eſt nulle, ou la direc-

direction magnétique horizontale, nous n'en pourrions conclure que la position de l'équateur magnétique, pendant que celle de l'axe magnétique nous demeureroit entiérement inconnue. Je regarderai donc les poles magnétiques comme connus, & je m'en vai développer les phénomenes qui regardent la déclinaison magnétique, où il faut d'abord ramener à l'horizon l'aiguille aimantée, avant qu'on la compare avec la ligne méridienne de chaque lieu.

PROBLEME VII.

52. *Dans un lieu quelconque de la terre* L, *trouver sur l'horizon le point vers lequel la bouſſole ſera dirigée.* Fig. 4. & fig. 5.

SOLUTION.

Qu'on conçoive une ſphere décrite autour du lieu L, dont le rayon ſoit exprimé par l'unité (fig. 5.); que le point Z marque le zénith de ce lieu, & C le nadir, de ſorte que la droite LC ſera dirigée vers le centre de la terre, & que le grand cercle HTN en repréſente l'horizon, ſur lequel ſoit T le point par où paſſe le méridien magnétique BTA, qui étant un plan tiré par le lieu L ſera dans cette ſphere un grand cercle, incliné à l'horizon de l'angle HTA ou BTN, dont le cosinus eſt $= \sin\alpha \sin\Phi = \frac{\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\cos\sigma}$, & $\angle BTN = \frac{\cos\alpha}{\cos\sigma}$.

Soit maintenant LM la direction magnétique, & nous avons trouvé dans le §. 40.

$$\sin TLM = \frac{(rr - ss)\sin\lambda}{uu} \text{ \& } \cos TLM = \frac{2rs + (rr+ss)\cos\lambda}{uu}.$$

Or, par les angles α. σ & λ, dont je me ſuis ſervi pour marquer le lieu L par rapport aux poles magnétiques de la terre, nous avons

$$r = \frac{c\cos\alpha}{\cos\sigma};\ s = \frac{c\cos\alpha\,\varsigma\sigma}{\cos\sigma} \text{ \& } u = \frac{c\cos\alpha}{\cos\sigma}\sqrt{(1 + 2\varsigma\sigma\cos\lambda + \varsigma\sigma^2)},$$

& ces valeurs nous fourniront

$$\text{ſin TM} = \frac{\text{cof}\,\sigma^2\ \text{ſin}\,\lambda}{1+2\,\text{ſin}\,\sigma\,\text{cof}\,\lambda+\text{ſin}\,\sigma^2} \text{ \& cof TM} = \frac{2\,\text{ſin}\,\sigma+\text{cof}\,\lambda\,(1+\text{ſin}\,\sigma^2)}{1+2\,\text{ſin}\,\sigma\,\text{cof}\,\lambda+\text{ſin}\,\sigma^2}.$$

Qu'on tire à préſent par le point M le cercle vertical ZMC, coupant l'horizon en $\mathcal{E}$, & ce ſera le point vers lequel la bouſſole ſera dirigée. Le triangle ſphérique TM$\mathcal{E}$, rectangle en $\mathcal{E}$, nous donnera donc d'abord l'inclinaiſon magnétique $\mathcal{E}$M, par la formule ſin $\mathcal{E}$M = ſin TM . ſin BTN, & pour le lieu du point $\mathcal{E}$ dans l'horizon, tag T$\mathcal{E}$ = tag TM cof BTN, d'où nous tirons

$$\text{ſin M}\mathcal{E} = \frac{\text{cof}\,\alpha\ \text{cof}\,\sigma\ \text{ſin}\,\lambda}{1\ +\ 2\,\text{ſin}\,\sigma\ \text{cof}\,\lambda\ +\ \text{ſin}\,\sigma^2} \quad \&$$

$$\text{tag T}\mathcal{E} = \frac{\text{cof}\,\sigma\ \text{ſin}\,\lambda\ \sqrt{(\text{cof}\,\sigma^2\ -\ \text{cof}\,\alpha^2)}}{2\,\text{ſin}\,\sigma\ +\ \text{cof}\,\lambda\ (1\ +\ \text{ſin}\,\sigma^2)}.$$

Mais, pour mieux connoitre le point T, où l'horizon eſt coupé par le méridien magnétique, concevons la ſphere diſpoſée en ſorte, que le point B réponde dans le ciel au point vers lequel l'axe magnétique eſt dirigé; donc cet arc TB meſurera l'angle que fait dans la fig. 2. la tangente du méridien magnétique en L avec l'axe AB; or, puiſque Lc eſt perpendiculaire à ladite tangente, & eD perpendiculaire à l'axe magnétique, cet angle-là ſera égal à l'angle ecL = λ, qui ſera donc la meſure de l'arc BT dans la fig. 5, & le cercle HZBN ſera le cercle vertical, qui paſſe par les poles magnétiques marqués dans le ciel. Par-là on connoitra d'abord l'élévation du pole magnétique, ou l'arc BN, par la formule, ſin BN = ſin BT . ſin BTN = $\frac{\text{cof}\,\alpha\ \text{ſin}\,\lambda}{\text{cof}\,\sigma}$, & enſuite la déclinaiſon du point T depuis le point N par la formule,

$$\text{tag NT} = \text{tag BT cof BTN} = \frac{\text{ſin}\,\lambda\ \sqrt{(\text{cof}\,\sigma^2\ -\ \text{cof}\,\alpha^2)}}{\text{cof}\,\lambda\ \text{cof}\,\sigma}.$$

Corollaire 1.

53. Si le pole magnétique B au ciel étoit le même que le pole boréal du monde, le grand cercle HZN ſeroit le méridien du lieu L, &

& le point N marqueroit le vrai Nord dans l'horizon. Ce cas auroit lieu, ſi l'axe magnétique étoit parallele à l'axe du monde, ſans qu'il fût néceſſaire qu'il paſſât par le centre de la terre.

COROLLAIRE 2.

54. Dans ce cas donc, l'arc N$\mathfrak{S}$ marqueroit la véritable déclinaiſon magnétique, qui étant la ſomme des arcs NT & T$\mathfrak{S}$, on auroit pour la déclinaiſon,

$$\text{tag } N\mathfrak{S} = \frac{2 \text{ ſin } \lambda \, (\text{ſin } \sigma + \text{coſ } \lambda) \sqrt{(\text{coſ } \sigma^2 - \text{coſ } \alpha^2)}}{\text{coſ } \sigma \, (\text{coſ } \alpha^2 \, \text{ſ } \lambda^2 + 2 \, \text{coſ } \lambda^2 + 2 \, \text{ſ } \sigma \, \text{coſ } \lambda - \text{coſ } \sigma^2)}, \text{ ou}$$

$$\text{tag } N\mathfrak{S} = \frac{2 \text{ ſin } \lambda \, (\text{ſin } \sigma + \text{coſ } \lambda) \sqrt{(\text{coſ } \sigma^2 - \text{coſ } \alpha^2)}}{\text{coſ } \sigma \, (\text{ſin } \sigma \, 2 \, \text{coſ } \lambda)^2 + \text{ſin } \alpha^2 \text{ ſin } \lambda^2 \text{ coſ } \sigma}.$$

PROBLEME VIII.

55. *La poſition d'un lieu ſur la terre étant déterminée par les angles* σ *&* λ, *qui ont été introduits dans les problemes précédens, trouver tant la longitude que la latitude magnétique du même lieu, par rapport à l'équateur & au premier méridien magnétique.*

SOLUTION.

Dreſſons pour cet effet la fig. 6. ſemblable à la fig. 2, où AB ſoit l'axe magnétique, EAFB le premier méridien, & le cercle EQF l'équateur magnétique. Qu'on conçoive tiré le diametre *ab* parallele à l'axe magnétique AB, & ſoyent les angles $ACa = Bcb = \alpha$, de ſorte que α marque l'éloignement de l'axe magnétique AB de l'axe de la terre *ab*, qui lui eſt parallele. Soit L le lieu propoſé de la terre, par lequel on tire le méridien magnétique ALB coupant l'équateur en *e*, & dont l'inclinaiſon au premier méridien eſt l'angle $EDe = \Phi$, pour lequel nous avons $\text{coſ } \Phi = \frac{\text{coſ } \alpha \text{ ſin } \sigma}{\text{ſin } \alpha \text{ coſ } \sigma}$ & $\text{ſ } \Phi = \frac{\sqrt{(\text{coſ } \sigma^2 - \text{coſ } \alpha^2)}}{\text{ſin } \alpha \text{ coſ } \sigma}$. Qu'on tire dans le plan de l'équateur, du centre de la terre C ſur la droite D*e*, la perpendiculaire C*c*, & le point *c* ſera le centre du méridien

Planch. XV. Fig. 6.

ridien magnétiqüe, & cL ſon rayon. Or, poſant le rayon de la terre $CE = CF = CL = c$, nous avons trouvé

$CD = c \sin\alpha$; $DA = DB = c \cos\alpha$; $Dc = c \sin\alpha \cos\Phi$; $Cc = c \sin\alpha \sin\Phi$ & $cL = c\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 \sin\Phi^2)}$, ou bien $Dc = \frac{c\cos\alpha \sin\sigma}{\cos\sigma}$; $Cc = \frac{c\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\cos\sigma}$ & $cL = \frac{c\cos\alpha}{\cos\sigma}$. Enſuite, pour le lieu L, nous avons poſé l'angle dans le petit cercle $ecL = \lambda$; donc, ſi nous abaiſſons du lieu L ſur l'équateur magnétique la perpendiculaire LP, nous aurons

$$LP = \frac{c\cos\alpha \sin\lambda}{\cos\sigma} \text{ \& } cP = \frac{c\cos\alpha \cos\lambda}{\cos\sigma},$$

$$\text{donc } DP = \frac{c\cos\alpha(\sin\sigma + \cos\lambda)}{\cos\sigma}.$$

Qu'on tire maintenant du pole de l'équateur magnétique b par le lieu L le grand cercle bLQ, & le rayon CQ paſſera par le point P; & il eſt clair que la latitude magnétique du lieu L ſera exprimée par l'angle LCQ; donc le ſinus étant $= \frac{LP}{LC}$, le ſinus de la latitude ſera $\frac{\cos\alpha \sin\lambda}{\cos\sigma}$, qui eſt en même tems celui de l'élévation magnétique BN dans la fig. 5, comme nous avons déjà trouvé précédemment. Or, pour la longitude magnétique du lieu L, comptée depuis le premier méridien magnétique aEb, ſa meſure ſera l'angle ECQ. Pour trouver cet angle, nous avons dans le triangle DCP les côtés $CD = c \sin\alpha$, & $DP = \frac{c\cos\alpha(\sin\sigma + \cos\lambda)}{\cos\sigma}$, avec l'angle compris entr'eux $CDP = \Phi$, d'où nous tirons

$$\text{tag ECQ} = \frac{\cos\alpha \sin\Phi(\sin\sigma + \cos\lambda)}{c\cos\alpha\cos\Phi(\sin\sigma + \cos\lambda) - c\sin\alpha\cos\sigma},$$

ou

ou tag $ECQ = \frac{\cos\alpha\,(\sin\sigma + \cos\lambda)\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\cos\alpha^2\sin\sigma\cos\lambda + \cos\alpha^2 - \cos\sigma^2}$;

ou bien le triangle LCP donne $CP = e\sqrt{\left(1 - \frac{\cos\alpha^2\ \sin\lambda^2}{\cos\sigma^2}\right)}$,

d'où nous trouvons

$$\text{ſ}\,ECQ = \frac{DP\,\text{ſ}\Phi}{CP} = \frac{\cos\alpha\,(\text{ſ}\sigma + \cos\lambda)\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\text{ſ}\alpha\cos\sigma\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2\,\text{ſ}\lambda^2}}.$$

Corollaire 1.

56. Si $\lambda = o$, ce qui arrive dans l'équateur magnétique, la latitude du lieu évanouit; or, pour la longitude du point e, où le méridien magnétique paſſe par l'équateur, on aura

$$\text{tag}\,EC e = \frac{\cos\alpha\sqrt{(1+\text{ſ}\sigma)}\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\cos\alpha^2(1+\sin\sigma) - \cos\sigma^2} = \frac{\cos\alpha\sqrt{(\cos\sigma^2 - \cos\alpha^2)}}{\sin\sigma - \sin\alpha^2},$$

& le $\cos EC e = \frac{\text{ſ}\sigma - \text{ſ}\alpha^2}{\text{ſ}\alpha(1-\text{ſ}\sigma)}$; donc $\text{tag}\,\frac{1}{2}EC e = \sqrt{\frac{(1+\text{ſ}\alpha)}{(1-\text{ſ}\alpha)}\frac{(\text{ſ}\alpha - \text{ſ}\sigma)}{(\text{ſ}\alpha + \text{ſ}\sigma)}}$

$$= \frac{\text{tag}\,\frac{\alpha-\sigma}{2}}{\text{tag}\,\frac{90-\alpha}{2}}.$$

Corollaire 2.

57. Pour le méridien magnétique, qui eſt perpendiculaire au premier, on a $\sigma = o$, & la latitude du lieu L eſt telle que ſon ſinus $=$ $\cos\alpha\sin\lambda$, & la tangente de la longitude $= \frac{\sin\alpha\cos\alpha\cos\lambda}{-\sin\alpha^2} = -\frac{\cos\lambda}{\text{tag}\,\alpha}$, ou bien la longitude comptée du point E ſurpaſſe 90°, & ſi $\lambda = o$, la longitude ſera $= 90° + \alpha$, & ſi $\lambda = 90°$, elle ſera $= 180°$.

PRO-

PROBLEME IX.

Fig. 6. 58. *La latitude & la longitude magnétique d'un lieu de la terre* L *étant données, trouver la direction magnétique dans cet endroit, & la direction de la bouſſole.*

SOLUTION.

Ayant pris le diametre *a b* parallele à l'axe magnétique AB, pour avoir le premier méridien magnétique EAFB avec l'équateur magnétique EF, ſoyent les arcs $Aa = Bb = \alpha$, ſuppoſant le rayon de la ſphere $= 1$, de ſorte que $CD = \sin\alpha$, & $DA = DB = \cos\alpha$. Par le lieu donné L, qu'on tire du pole de l'équateur *b* le grand cercle cercle *b*LQ, & poſons la latitude magnétique $LQ = \mu$ & la longitude $EQ = \nu$; de là nous aurons

$LP = \sin\mu$; $CP = \cos\mu$, & $DP = \sqrt{(\sin\alpha^2 + 2\sin\alpha\cos\mu\cos\nu + \cos\mu^2)} = p$,

enſuite $\sin EDP = \frac{\cos\mu\sin\nu}{p}$, & $\cos EDP = \frac{\sin\alpha + \cos\mu\cos\nu}{p}$; or EDP eſt l'angle qui eſt nommé ci-deſſus $= \phi$, de ſorte que $\text{tag} = \frac{\cos\mu\sin\nu}{\sin\alpha + \cos\mu\cos\nu}$. Après avoir tiré du centre C ſur DP la perpendiculaire *Cc*, on aura $Cc = \frac{\sin\alpha\cos\mu\sin\nu}{p}$ & $DC = s = \frac{\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\mu\cos\nu)}{p}$, & de là le rayon du petit cercle ALB tiré des poles magnétiques par le lieu L, $cL = \sqrt{\left(1 = \frac{\sin\alpha^2\cos\mu^2\sin\nu^2}{pp}\right)} = r$. Or, l'angle σ étant celui que fait le rayon du petit cercle *c*A avec l'axe magnétique, nous aurons $\text{tag}\,\sigma = \frac{\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\mu\cos\nu)}{p\cos\alpha}$ $\sin\sigma = \frac{\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\mu\cos\nu)}{pr}$ & $\cos\sigma = \frac{\cos\alpha}{r}$. Enfin pour l'angle $ecL = \lambda$ nous aurons

ſin

$$\text{fin } \lambda = \frac{LP}{cL} = \frac{\text{ſ}\mu}{r}; \text{ cof } \lambda = \frac{\text{cof}\,\mu\,(\text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\nu + \text{cof}\,\mu)}{pr} \text{ \& tag } \lambda = \frac{p\,\text{fin}\,\mu}{\text{cof}\,\mu\,(\text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\nu + \text{cof}\,\mu)}.$$

Donc, puiſque $r = \frac{\text{cof}\,\alpha}{\text{cof}\,\sigma}$, nous aurons

$$V\left(1 - \frac{\text{cof}\,\alpha^2}{\text{cof}\,\sigma^2}\right) = \frac{V(\text{cof}\sigma^2 - \text{cof}\alpha^2)}{\text{cof}\,\sigma} = V(1 - rr) = \frac{\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{ſ}\nu}{p},$$

& partant pour la fig. 5. nous obtiendrons par le §. 52,

1°. l'élévation du pole magnétique $BN = \mu$,

2°. l'angle BTN, dont le méridien magnétique BTA eſt incliné à l'horizon,

$$\text{fin BTN} = \frac{\text{cof}\,\alpha}{\text{cof}\,\sigma} = r, \text{ \& cof BTN} = \frac{\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{fin}\,\nu}{p},$$

3°. l'arc de l'horizon NT, ou l'angle NLT,

$$\text{tag NT} = \text{tag}\,\lambda\,V\left(1 - \frac{\text{cof}\,\alpha^2}{\text{cof}\,\sigma^2}\right) = \frac{\text{fin}\,\alpha\,\text{fin}\,\mu\,\text{fin}\,\nu}{\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\nu + \text{cof}\,\mu},$$

4°. l'arc TM dans le méridien magnétique depuis l'horizon T juſqu'à la direction magnétique LM, à cauſe de $uu = DL^2 = pp + \text{ſ}\mu^2 = \text{fin}\,\alpha^2 + 2\,\text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{cof}\,\nu + 1$ \& $rr - ss = \text{cof}\,\alpha^2$

$$\text{fin TM} = \frac{\text{cof}\,\alpha^2\,\text{ſ}\mu}{r\,(\text{ſ}\alpha^2 + 2\,\text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{cof}\,\nu + 1)}, \text{ \&}$$

$$\text{tag TM} = \frac{p\,\text{cof}\,\alpha^2\,\text{fin}\,\mu}{pp\,(1 + \text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{cof}\,\nu) + \text{ſ}\alpha\,\text{ſ}\mu^2\,(\text{ſ}\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{cof}\,\nu)}.$$

De là on trouve l'inclinaiſon magnétique $\mathfrak{G}M$,

$$\text{fin } \mathfrak{G}M = \frac{\text{cof}\,\alpha^2\,\text{fin}\,\mu}{\text{fin}\,\alpha^2 + 2\,\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\mu\,\text{cof}\,\nu + 1},$$

& enſuite l'arc de l'horizon T $\mathfrak{G}$,

$$\text{tag } T\mathfrak{G} = \frac{\sin\alpha \cos\alpha^2 \sin\mu \cos\mu \sin\nu}{pp\,(1+\int\alpha\cos\mu\cos\nu)+\int\alpha\int\mu^2\,(\int\alpha+\cos\mu\cos\nu)}, \text{ ou}$$

$$\text{tag } T\mathfrak{G} = \frac{\int\alpha \cos\alpha^2 \int\mu \cos\mu \int\nu}{(\int\alpha^2+2\int\alpha\cos\mu\cos\nu+1)\,(1+\int\alpha\cos\mu\cos\nu)-\cos\alpha^2\int\mu^2},$$

& en ajoutant enſemble les arcs N T & T $\mathfrak{G}$, on trouve

$$\text{tag } N\mathfrak{G} = \frac{2\sin\alpha\sin\mu\sin\nu}{(\sin\alpha^2+1)\cos\mu+2\sin\alpha\cos\nu}.$$

Maintenant, tranſportons dans la fig. 6. ce que nous venons de trouver pour la figure 5, & d'abord il eſt clair que ſur la ſurface de la terre l'arc L $\mathfrak{G}$ marque la méridenne magnétique, ou la même qui eſt indiquée par la droite L N dans la fig. 5. Enſuite, le petit cercle L B marque ſur la terre la même ligne, qui eſt indiquée par la droite L T dans la fig. 5. Enfin, tirons ſur la ſurface de la terre la ligne $a\mathfrak{G}$, ſur laquelle la bouſſole ſera diſpoſée, & nous aurons l'angle b L $\mathfrak{G}$, ou la déclinaiſon de la bouſſole de la méridienne magnétique L b déterminée de cette ſorte,

$$\text{tag } bL\mathfrak{G} = \frac{2\sin\alpha\sin\mu\sin\nu}{(1+\sin\alpha^2)\cos\mu+2\sin\alpha\cos\nu}.$$

Corollaire 1.

59. Si, au lieu des poles magnétiques A & B, nous conſidérons les points i & i, où la direction magnétique devient verticale, & que nous nommions l'arc $bi = \gamma$, à cauſe de $\sin\gamma = \frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha^2}$ & $\cos\gamma = \frac{\cos\alpha^2}{1+\sin\alpha^2}$, nous aurons pour la déclinaiſon de la bouſſole $\text{tag } bL\mathfrak{G} = \frac{\sin\gamma\sin\mu\sin\nu}{\cos\mu+\sin\gamma\cos\nu}$.

Co-

COROLLAIRE 2.

60. La même conſidération nous conduira auſſi à une expreſſion plus ſimple pour l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée au deſſous de l'horizon, dont le ſinus ſera $= \frac{\text{cof}\gamma \text{ fin}\mu}{1 + \text{fin}\gamma \text{ cof}\mu \text{ cof}\nu} = \text{fin } \mathfrak{C}M$ (fig. 5.) &, par la combinaiſon de ces deux formules, $\frac{\text{fin } b\,L\,\mathfrak{C}}{\text{tag } \mathfrak{C}M} = \text{tag}\gamma \text{ fin}\nu$.

REMARQUE 1.

61. En cherchant la tangente de la ſomme des deux arcs NT & T$\mathfrak{C}$ par les tangentes de chacun, le calcul devient fort embarraſſé; mais on découvre un diviſeur commun pour le numérateur & le dénominateur, par le moyen duquel on parvient à la formule que j'ai trouvée. Or cette formule eſt d'autant plus remarquable qu'en introduiſant l'arc $bi = \gamma$, elle ne differe de celle qui exprime tag NT = tag bLB, que par l'arc γ, qui eſt ici au lieu de l'arc α, d'où nous comprenons, que ſi l'on coupoit la ſphere par un plan, qui paſſât par le lieu L & les deux points i & i, le petit cercle qui en réſulteroit ſur la ſurface, marqueroit préciſément en L la direction de la bouſſole L$\mathfrak{C}$; ou bien la déclinaiſon $b\,L\,\mathfrak{C}$ eſt égale à l'angle, que fait le petit cercle, tiré par les points i, i & F, avec l'arc du grand cercle bL.

REMARQUE 2.

62. Comme la Théorie de la déclinaiſon magnétique que j'avois donnée autrefois étoit fondée ſur ce faux principe, que la direction de la bouſſole étoit partout marquée par les tangentes des petits cercles tirés par les deux poles magnétiques ſur la ſurface de la terre, il eſt à préſent aiſé de corriger cette erreur, en ſubſtituant au lieu des deux poles magnétiques les deux points i & i, où la direction magnétique eſt verticale. Maintenant donc je puis aſſurer hardiment, que la méthode que j'y ai donnée pour trouver la déclinaiſon de la bouſſole à tous les endroits de la ſurface de la terre, eſt entierement d'accord

avec les principes que je viens d'établir ici, pourvu qu'on entende par les points que j'y avois nommés les poles magnétiques de la terre, les points où la direction magnétique eſt verticale. Donc, puiſque cette correction ne change rien dans la deſcription des lignes que j'y ai marquées à la maniere de Halley, la méthode même que j'y ai enſeignée eſt très juſte & ne demande aucune correction. Mais celle que je viens de développer ici, a cet avantage ſur la précédente, qu'elle nous découvre en même tems l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée en chaque lieu de la terre, pendant que dans la premiere l'article de l'inclinaiſon n'a point été conſidéré. Cependant tout cela doit s'entendre conformément à l'hypotheſe qui me ſert ici de fondement, par laquelle je ſuppoſe, qu'à un lieu quelconque on trouve la direction magnétique LM, en tirant de L au milieu D de l'axe magnétique AB la droite LD, & prenant l'angle DLM égal à l'angle LDB; & ſi cette hypotheſe étoit fauſſe, il ne faudroit pas être ſurpris que mes déterminations ne fuſſent pas d'accord avec la vérité.

Planch. XIV. Fig. 4.

DÉFINITION 7.

63. *Les routes magnétiques ſont des lignes tirées ſur la ſurface de la terre, dont les tangentes marquent en chaque lieu la direction de la bouſſole.*

Corollaire 1.

64. Donc, ſi en partant d'un lieu on marchoit toujours ſuivant la direction de la bouſſole, le chemin parcouru ſeroit une route magnétique, & il eſt évident que par chaque lieu de la terre il doit paſſer une telle route magnétique.

Corollaire 2.

65. Il eſt clair auſſi que, ſur la ſurface de la terre, il doit y avoir une infinité de telles routes magnétiques; & comme il y a une infinité de lieux ſitués dans une même route, il y en a auſſi une infinité qui ſe trouvent dans des routes différentes.

REMARQUE.

66. Il ſemble qu'un grand nombre de telles routes magnétiques décrites ſur la ſurface de la terre donneroit une idée plus nette de la direction de la bouſſole, que les lignes Halleyennes, puiſque ces routes marqueroient preſque la marche de la matiere magnétique, qui dirige la bouſſole. Il n'y a auſſi aucun doute, que ces lignes ne ſoyent beaucoup plus ſimples & plus aiſées à tracer ſur la ſurface de la terre, que les lignes Halleyennes, quand même nous n'aurions pas déjà obſervé, que toutes ces routes ſont de petits cercles tirés par les deux points i, i de la terre, où l'inclinaiſon magnétique eſt de 90°. Mais, puiſque cette obſervation n'eſt due qu'à quelque hazard, qui nous a porté à comparer la tangente de l'angle $bL\mathfrak{C}$ avec celle de l'angle bLB, il ſera bon de trouver cette même vérité par l'analyſe.

PROBLEME X.

67. *Déterminer la route magnétique, qui paſſe par un lieu propoſé quelconque ſur la ſurface de la terre.* Planch. XV. Fig. 7.

SOLUTION.

Soit L le lieu propoſé de la terre, par lequel on tire du pole b de l'équateur magnétique l'arc de grand cercle bLQ, tombant perpendiculairement en Q ſur l'équateur EF; & puiſque ce lieu eſt ſuppoſé connu, on aura ſa latitude magnétique $LQ = \mu$, & ſa longitude EQ, ou l'angle $EbQ = \nu$. Soyent de plus dans le premier méridien magnétique $EaFb$, les points i, i, où la direction magnétique eſt verticale, & poſons l'arc $bi = \gamma$: cela poſé, il s'agit de tirer par L une ligne $L\mathfrak{C}$ ſur la ſurface de la terre, qui faſſe avec l'arc bL un angle $bL\mathfrak{C}$ tel, qu'il ſoit $\text{tag } bL\mathfrak{C} = \frac{\text{ſin } \gamma \text{ ſin } \mu \text{ ſin } \nu}{\text{cof } \mu + \text{ſin } \gamma \text{ cof } \nu}$. Pour cet effet, poſons l'angle $ibL = x$ & l'arc $bL = y$, de ſorte que $\mu = 90° - y$ & $\nu = 180° - x$, & partant $\text{tag } bL\mathfrak{C} = \frac{\text{ſin } \gamma \text{ cof } y \text{ ſ} x}{\text{ſin } y - \text{ſ} \gamma \text{ cof } x}$;

qu'on tire l'arc bl infiniment proche de bL, pour avoir l'élément de la courbe cherchée Ll, & puiſque l'angle $Lbl = dx$, en tirant Lm perpendiculaire à bL, nous aurons $Lm = dx \sin y$ & $ml = dy$, d'où réſulte $\frac{dx \sin y}{dy} = \text{tag } LlB = \text{tag } bL\mathfrak{C} = \frac{\sin\gamma \cos y \sin x}{\cos y - \cos\gamma \cos x}$, & partant entre x & y cette équation différentielle,

$$dx \cos y^2 - dx \cos\gamma \cos y \cos x = dy \cos\gamma \cos y \sin x, \text{ ou bien}$$

$$dx = \frac{dx \cos\gamma \cos y \cos x + dy \cos\gamma \cos y \cos x}{\sin y^2} = \frac{\sin\gamma}{\cos y^2} \text{d} . \sin y \sin x.$$

Diviſons par $\sin x^2$ pour avoir cette équation intégrable,

$$\frac{dx}{\sin x^2} = \sin\gamma . \frac{d . \sin y \sin x}{\sin y^2 \sin x^2},$$

dont l'intégrale eſt $-\frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{\sin\gamma}{\sin y \cos x} - \text{Conſt}$, ou

$$\cos x \cos y = \sin\gamma + C \sin x \sin y; \text{ donc } \sin y = \frac{\sin\gamma}{\cos x - C\cos x}.$$

Poſons cette conſtante $C = -\text{tag } \epsilon$, pour avoir

$$\sin y = \frac{\sin\gamma \cos\epsilon}{\cos(x-\epsilon)}.$$

Maintenant, pour approfondir la nature de cette courbe, tirons le grand cercle bK, faiſant avec l'arc biF l'angle $ibK = \epsilon$, le point K étant ſitué dans l'équateur magnétique EF, & puiſque l'angle $KbL = x - \epsilon$, nous aurons

$\sin y = \sin bL = \frac{\sin\gamma \cos\epsilon}{\cos KbL}$; or joignant l'arc de grand cercle KL, le triangle KbL, dont le côté bK eſt un quart de cercle, donne $\cos KL = \sin bL \cos KbL$, de ſorte que $\cos KL = \sin\gamma \cos\epsilon$, & partant l'arc KL conſtant, d'où l'on voit que la route cherchée eſt un petit cercle, dont le centre K ſe trouve dans l'équateur mag-

magnétique; mais nous en connoitrons auſſi aiſément le rayon KL, qui ſera égal à l'arc de grand cercle K*i*, puiſque le triangle *ibK*, où le côté $bi = \gamma$, l'angle $ibK = \epsilon$, & le côté $bK = 90°$, donne $\cos Ki = \sin\gamma\cos\epsilon$, & partant KL = K*i*. Par conſéquent, toutes les routes magnétiques ſont des cercles décrits ſur la ſurface de la terre, qui paſſent par les deux points *i* & *i*, où la direction magnétique eſt verticale, & pour avoir la route magnétique qui paſſe par le lieu donné L, on n'a qu'à décrire un cercle, qui paſſe par ce lieu & en même tems par les deux points *i* & *i*.

Corollaire 1.

68. Un vaiſſeau donc qui cingleroit toujours ſelon la direction de ſa bouſſole, au lieu de décrire une ligne loxodromique, décriroit un cercle ſur la ſurface de la mer, & parviendroit enfin à l'un ou l'autre endroit *i*, où la direction magnétique eſt verticale & la bouſſole perd tout uſage.

Corollaire 2.

69. Ces routes magnétiques ſont toutes de petits cercles de la ſphere, dont pourtant les diametres ne ſauroient être plus petits que l'intervalle *ii*; il n'y en a qu'une ſeule qui ſoit un grand cercle, qui eſt le premier méridien magnétique, ſous lequel la déclinaiſon *b*L6 eſt partout nulle.

PROBLEME XI.

70. *La poſition des poles magnétiques étant donnée par rapport aux poles du monde, ſi l'on connoit la longitude & la latitude géographique d'un lieu ſur la terre, trouver la longitude & la latitude magnétique du même lieu.*

SOLUTION.

Soit Π le pole boréal du monde & le grand cercle ΠG un méridien fixe, duquel on compte la longitude des lieux ſur la terre. Qu'on tire de Π au pole boréal de l'équateur magnétique *b* l'arc du grand cercle Π*b*, & le cercle E*b*F étant le premier méridien magnétique, Fig. 6.

que, & i le lieu où l'inclinaiſon eſt verticale, la poſition de l'état magnétique par rapport aux poles du monde ſera déterminée par les quatre élémens ſuivans,

l'arc $bi = \gamma$; l'angle $ib\Pi = \delta$; l'arc $b\Pi = \varepsilon$ & l'angle $G\Pi b = \zeta$.

Maintenant, pour un lieu propoſé de la terre L, poſons

1°. Sa diſtance au pole boréal $\Pi L = p$, qui eſt le complément de ſa latitude géographique,

2°. Sa longitude géographique, ou l'angle $G\Pi L = q$.

Cela poſé, pour en trouver, tant la longitude magnétique ou l'angle $Eb L = \nu$, que la latitude magnétique $LQ = \mu$, dont le complément eſt l'arc $bL = 90° - \mu$, on n'a qu'à réſoudre le triangle ſphérique $\Pi b L$, dans lequel on connoit les deux côtés $\Pi b = \varepsilon$, $\Pi L = p$, avec l'angle $b\Pi L = \zeta + q$, & de là on trouve

$$\text{cof } bL = \text{ſin } \mu = \text{cof } \varepsilon \text{ cof } p + \text{ſin } \varepsilon \text{ ſin } p \text{ cof } (\zeta + q),$$

& enſuite l'angle $\Pi bL = 180° - \delta - \nu$, par la formule

$$\text{tag } \Pi bL = -\text{tag } (\delta + \nu) = \frac{\text{ſin } p \text{ ſin } (\zeta + q)}{\text{cof } p \text{ ſin } \varepsilon - \text{ſin } p \text{ cof } \varepsilon \text{ cof } (\zeta + q)},$$

$$\text{de ſorte que tag } (\delta + \nu) = \frac{\text{ſin } p \text{ ſin } (\zeta + q)}{\text{cof } \varepsilon \text{ ſin } p \text{ cof } (\zeta + q) - \text{ſin } \varepsilon \text{ cof } p};$$

enfin le même triangle donne auſſi à connoitre l'angle $bL\Pi$ par cette formule

$$\text{tag } bL\Pi = \frac{\text{ſin } \varepsilon \text{ ſin } (\zeta + q)}{\text{cof } \varepsilon \text{ ſin } p - \text{ſin } \varepsilon \text{ cof } p \text{ cof } (\zeta + q)}.$$

Cet angle $bL\Pi$ étant retranché de l'angle $bL\mathcal{C}$, déterminé ci-deſſus, laiſſera l'angle $\Pi L\mathcal{C}$, qui eſt la véritable déclinaiſon de la bouſſole depuis la méridienne du lieu L. Or, ayant trouvé les angles μ & ν, on aura

$$\text{tag } bL\mathcal{C} = \frac{\text{ſin } \gamma \text{ ſin } \mu \text{ ſin } \nu}{\text{cof } \mu + \text{ſin } \gamma \text{ cof } \nu},$$

&

& pour le même lieu on obtient auſſi aiſément l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée, dont le ſinus eſt $= \frac{\text{cof}\,\gamma\ \text{ſin}\,\mu}{1 + \text{ſin}\,\gamma\ \text{cof}\,\mu\ \text{cof}\,\nu}$.

COROLLAIRE 1.

71. Ayant trouvé $\text{tag}\,(\delta + \nu) = \frac{\text{ſin}\,p\ \text{ſin}\,(\zeta + q)}{\text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) - \text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p}$, on en tire pour la longitude magnétique, ou l'angle $\text{E}b\text{L} = \nu$,

$$\text{tag}\,\nu = \frac{\text{cof}\,\delta\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,(\zeta+q) - \text{ſ}\,\delta\ \text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) + \text{ſ}\,\delta\,\text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p}{\text{ſ}\,\delta\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,(\zeta+q) + \text{cof}\,\delta\ \text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) - \text{cof}\,\delta\,\text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p},$$

& de là

$$\text{ſin}\,\nu = \frac{\text{cof}\,\delta\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,(\zeta+q) - \text{ſ}\,\delta\ \text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) + \text{ſ}\,\delta\,\text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p}{\text{cof}\,\mu},$$

$$\text{cof}\,\nu = \frac{\text{ſ}\,\delta\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,(\zeta+q) + \text{cof}\,\delta\ \text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) - \text{cof}\,\delta\,\text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p}{\text{cof}\,\mu}.$$

COROLLAIRE 2.

72. On n'a donc qu'à ſubſtituer ces valeurs de $\text{ſin}\,\mu$, $\text{ſin}\,\nu$ & $\text{cof}\,\nu$ dans la formule $\text{tag}\,b\text{L}\mathfrak{S} = \frac{\text{ſin}\,\gamma\ \text{ſin}\,\mu\ \text{ſin}\,\nu}{\text{cof}\,\mu + \text{ſin}\,\gamma\ \text{cof}\,\nu}$, & enſuite la tangente de la véritable déclinaiſon $\Pi\text{L}\mathfrak{S} = b\text{L}\mathfrak{S} = b\text{L}\Pi$ deviendra rationelle, puiſque $\text{cof}\,\mu^2$ qui y entre eſt $= 1 - \text{ſin}\,\mu^2$.

COROLLAIRE 3.

73. Or, pour l'inclinaiſon magnétique, ſon ſinus ſera exprimé plus ſimplement, puiſque, tant $\text{ſin}\,\mu$, que $\text{cof}\,\mu$ $\text{cof}\,\nu$, ſont des expreſſions rationelles. Poſant donc l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée $= \theta$, on aura

$$\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\gamma\ (\text{cof}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p + \text{ſin}\,\varepsilon\ \text{ſin}\,p\ \text{cof}\,(\zeta + q))}{1 + \text{ſ}\,\gamma\,\text{ſ}\,\delta\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,(\zeta+q) + \text{ſ}\,\gamma\ \text{cof}\,\delta\,(\text{cof}\,\varepsilon\,\text{ſ}\,p\ \text{cof}\,(\zeta+q) - \text{ſ}\,\varepsilon\ \text{cof}\,p)}.$$

PROBLEME XII.

74. *Pour un lieu quelconque de la terre, dont on connoit la longitude & la latitude géographique, trouver la déclinaiſon de la bouſſole depuis la méridienne de ce lieu.*

SOLUTION.

Que toutes les dénominations demeurent les mêmes que dans le probleme précédent, mais qu'on poſe pour abréger,

$$\cos\varepsilon\cos p + \sin\varepsilon\sin p\cos(\zeta+q) = P,$$
$$\sin\varepsilon\cos p - \cos\varepsilon\sin p\cos(\zeta+q) = Q,$$
$$\cos\varepsilon\sin p - \sin\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q) = R,$$

& on aura entre les lettres P, Q, R, ces rélations,

$$P\cos\varepsilon + Q\sin\varepsilon = \cos p\ ; \qquad P\cos p + R\sin p = \cos\varepsilon,$$
$$P\sin\varepsilon - Q\cos\varepsilon = \sin p\cos(\zeta+q);\ P\sin p - R\cos p = \sin\varepsilon\cos(\zeta+q),$$
$$PP + QQ = \cos p^2 + \sin p^2\cos(\zeta+q)^2 = 1-\sin p^2\sin(\zeta+q)^2,$$
$$PP + RR = \cos\varepsilon^2 + \sin\varepsilon^2\cos(\zeta+q)^2 = 1-\sin\varepsilon^2\sin(\zeta+q)^2,$$
$$Q + R = \sin(\varepsilon+p)(1-\cos(\zeta+q)),$$
$$Q - R = \sin(\varepsilon-p)(1+\cos(\zeta+q)).$$

Cela poſé, nous aurons

$$\sin\mu = P;\ \sin\nu\cos\mu = \cos\delta\sin p\sin(\zeta+q) + Q\sin\delta,$$
$$\&\quad \cos\nu\cos\mu = \sin\delta\sin p\sin(\zeta+q) - Q\cos\delta,$$

& partant $\operatorname{tag} b\,L\,\mathfrak{C} = \dfrac{P\sin\gamma\,(\cos\delta\sin p\sin(\zeta+q) + Q\sin\delta)}{1-PP+\sin\gamma(\sin\delta\sin p\sin(\zeta+q) - Q\cos\delta)}$

or $\operatorname{tag} b\,L\,\Pi = \dfrac{\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)}{R}$, d'où l'on tire $\operatorname{tag}\Pi\,L\,\mathfrak{C} =$

$$\frac{PR\sin\gamma(\cos\delta\sin p\sin(\zeta+q)+Q\sin\delta)-(1-PP)\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)-\sin\gamma\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)(\sin\delta\sin p\sin(\zeta+q)-Q\cos\delta)}{P\sin\gamma\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)(\cos\delta\sin p\sin(\zeta+q)+Q\sin\delta)+R(1-PP)+R\sin\gamma(\sin\delta\sin p\sin(\zeta+q)-Q\cos\delta)},$$

ou bien $\operatorname{tag}\Pi\,L\,\mathfrak{C} =$

$\sin\gamma$

$$\frac{\sin\gamma\cos\delta\,\sin(\zeta+q)(PR\sin p+Q\sin\varepsilon)+\sin\gamma\sin\delta\,(PQR-\sin\varepsilon\sin p\sin(\zeta+q)^2)-(1-PP)\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)}{\sin\gamma\cos\delta\,(P\sin\varepsilon\sin p\sin(\zeta+q)^2-QR)+\sin\gamma\sin\delta\sin(\zeta+q)(PQ\sin\varepsilon+R\sin p)+R(1-PP)}.$$

Or, en développant ces expreſſions, on trouve

$$PR\sin p+Q\sin\varepsilon=(1-PP)\cos p\sin(\zeta+q),$$

$$PQR-\sin\varepsilon\sin p\sin(\zeta+q)^2=-(1-PP)(\sin\varepsilon\sin p+\cos\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q)),$$

$$P\sin\varepsilon\sin p\sin(\zeta+q)^2-QR=(1-PP)\cos(\zeta+q),$$

$$PQ\sin\varepsilon+R\sin p=+(1-PP)\cos\varepsilon,$$

d'où l'on voit qu'en diviſant le numérateur & dénominateur par $1-PP$, notre formule ſe réduira à celle-ci, $\operatorname{tag}\Pi L\mathfrak{C}=$

$$\frac{\sin\gamma\cos\delta\cos p\sin(\zeta+q)-\sin\gamma\sin\delta(\sin\varepsilon\sin p+\cos\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q))-\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)}{\sin\gamma\cos\delta\cos(\zeta+q)+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\sin(\zeta+q)+\cos\varepsilon\sin p-\sin\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q)}.$$

Corollaire 1.

75. Puiſque ſix angles ou arcs $\gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$, & p, q, concourent à déterminer la déclinaiſon de la bouſſole, on ne ſauroit eſpérer que cette formule pût être réduite à une plus grande ſimplicité.

Corollaire 2.

76. Si le lieu propoſé ſe trouve ſous l'équateur, de ſorte que l'arc p devienne $=90°$, notre formule devient beaucoup plus ſimple, & l'on aura

$$\operatorname{tag}\Pi L\mathfrak{C}=-\frac{\sin\gamma\sin\delta\sin\varepsilon-\sin\varepsilon\sin(\zeta+q)}{\sin\gamma\cos\delta\cos(\zeta+q)+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\sin(\zeta+q)+\cos\varepsilon}.$$

PROBLEME XIII.

77. *Ayant obſervé en pluſieurs lieux de la terre, & cela en même tems, la déclinaiſon de la bouſſole, déterminer la poſition des poles magnétiques, & de là la déclinaiſon pour tous les autres lieux de la terre.*

SOLUTION.

La formule que je viens de trouver pour la déclinaiſon de la bouſſole en général, ſuffit pour réſoudre ce probleme, en définiſſant Fig. 6.

par pluſieurs obſervations la juſte valeur des quatre angles γ, δ, ε, ζ. Or, pour en faire l'application à des obſervations actuelles, il faut bien établir en quel ſens ſont pris les angles qui meſurent, tant la longitude des lieux, que la déclinaiſon de la bouſſole. Pour cet effet, je m'arrêterai à la repréſentation de la figure en ſuppoſant que le grand cercle EQF eſt dirigé de l'orient à l'occident. Donc, ayant pris un méridien fixe ΠG pour y rapporter la longitude de tous les lieux L, je ſuppoſe que cela ſe faſſe de l'orient à l'occident, d'une maniere contraire à celle dont on ſe ſert dans la Géographie. Chaque obſervation nous fournit donc trois quantités connues,

1°. La diſtance du lieu L au pole arctique Π, ou l'arc $\Pi L = p$,

2°. La longitude de ce lieu depuis le méridien fixe ΠG comptée de l'orient à l'occident, ou l'angle $G\Pi L = q$,

3°. La déclinaiſon de la bouſſole depuis la méridienne du lieu vers l'occident; ſoit cette déclinaiſon $\Pi L\mathcal{C} = \omega$, qui marque combien le bout boréal de l'aiguille s'écarte du vrai nord vers l'occident.

Cela poſé, nous avons trouvé cette équation, $\tang \omega =$

$$\frac{\sin\gamma\cos\delta\cos p\sin(\zeta+q)-\sin\gamma\sin\delta\sin\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q)-\cos\varepsilon\sin(\zeta+q)}{\sin\gamma\cos\delta\cos(\zeta+q)+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\sin(\zeta+q)+\cos\varepsilon\sin p-\sin\varepsilon\cos p\cos(\zeta+q)},$$

où, pour ſéparer l'angle inconnu ζ du connu q, il faut développer les formules $\sin(\zeta+q)$ & $\cos(\zeta+q)$, d'où l'on obtiendra le numérateur =

$$\sin\gamma\cos\delta\sin\zeta\cos p\cos q+\sin\gamma\cos\delta\cos\zeta\cos p\sin q-\sin\gamma\sin\delta\sin\varepsilon\sin p-\sin\varepsilon\sin\zeta\cos q-\sin\varepsilon\cos\zeta\sin q$$
$$-\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\cos\zeta\cos p\cos q+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\sin\zeta\cos p\cos q,$$

le dénominateur =

$$\sin\gamma\cos\delta\cos\zeta\cos q-\sin\gamma\cos\delta\sin\zeta\sin q+\cos\varepsilon\sin p-\sin\varepsilon\cos\zeta\cos p\cos q+\sin\varepsilon\sin\zeta\cos p\sin q$$
$$+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\sin\zeta\cos q+\sin\gamma\sin\delta\cos\varepsilon\cos\zeta\sin q.$$

Poſons maintenant pour abréger

$$\sin\gamma\,(\cos\delta\sin\zeta-\sin\delta\cos\varepsilon\cos\zeta)=A\sin\varepsilon,$$
$$\sin\gamma\,(\cos\delta\cos\zeta+\sin\delta\cos\varepsilon\sin\zeta)=B\sin\varepsilon,$$

&

& nous aurons tag $\omega =$

$$\frac{A \cos p \cos q + B \cos p \sin q - \sin \zeta \cos q - \cos \zeta \sin q - \sin \gamma \sin \delta \sin p}{B \cos q - A \sin q + \sin \zeta \cos p \sin q - \cos \zeta \cos p \cos q + \cot \varepsilon \sin p};$$

où il faut remarquer que $\sin \gamma \sin \delta = (B \sin \zeta - A \cos \zeta)$ tag ε & $\sin \gamma \cos \delta = (A \sin \zeta + B \cos \zeta) \sin \varepsilon$, de ſorte qu'il n'y a ici que quatre quantités inconnues A, B, ε & ζ, pour la détermination desquelles quatre obſervations ſont ſuffiſantes. Pour rendre cette forme encore plus commode, poſons $A = C \cos \zeta$ & $B = D \cos \zeta$, ou

$$\sin \gamma (\cos \delta \sin \zeta - \sin \delta \cos \varepsilon \cos \zeta) = C \sin \zeta \& \sin \gamma (\cos \delta \cos \zeta + \sin \delta \cos \varepsilon \sin \zeta) = D \sin \zeta \cos \zeta.$$

enſuite ſoit $\frac{\cot \varepsilon}{\cos \zeta} = E$ & $\frac{C - D \text{ tag } \zeta}{E} = F$, pour avoir

$$\text{tag } \omega = \frac{C \cos p \cos q + D \cos p \sin q - \sin q - \text{tag } \zeta \cos q + F \sin p}{D \cos q + C \sin q - \cos p \cos q + \text{tag } \zeta \cos p \sin q + E \sin p};$$

où nous avons 5 quantités inconnues C, D, E, F & tag ζ; mais il y a

$$C - D \text{ tag } \zeta = EF, \text{ ou tag } \zeta = \frac{C - EF}{D}.$$

Or, quoique quatre obſervations ſoyent ſuffiſantes pour nous découvrir les valeurs des lettres C, D, E & F, il ſera bon d'y en employer pluſieurs, à moins que les déclinaiſons ne ſoyent très exactes, afin qu'en prenant un milieu entre les différens réſultats, on ſoit d'autant plus ſûr de leurs juſtes valeurs. Enſuite, ayant trouvé ces valeurs avec l'angle ζ, la formule $\cot \varepsilon = E \cos \zeta$ donnera l'angle ε, & de là on trouve

$$\text{tag } \delta = \frac{D \text{ tag } \zeta - C}{(C \text{ tag } \zeta + D) \cos \varepsilon}, \text{ \& } \sin \gamma = \frac{D \sin \zeta - C \cos \zeta}{E \sin \delta} = \frac{-F \cos \zeta}{\sin \delta}.$$

Enfin, pour connoître les poles magnétiques, ou plutôt les lieux où l'inclinaiſon eſt verticale, on prendra du méridien fixe ΠG vers l'orient l'angle $G \Pi b = \zeta$, & l'arc $\Pi b = \varepsilon$, pour avoir le pole boréal b de l'équateur magnétique, & de l'arc $b \Pi$ on prendra vers l'occident l'angle $\Pi b B = \delta$, pour avoir le premier méridien magnétique, dans le-

quel prenant l'arc $bi = \gamma$, on aura le lieu boréal i, où la direction magnétique eſt verticale.

Corollaire 1.

78. L'équation trouvée pour la déclinaiſon de la bouſſole peut être repréſentée de cette ſorte,

$$\text{tag } \omega = \frac{a \sin p + f \cos p \cos q + g \cos p \sin q - h \sin q - k \cos q}{b \sin p - f \sin q + g \cos q - h \cos p \cos q - k \cos p \sin q},$$

où $nb = fh + gk$, & ayant trouvé ces coëfficiens, on aura

$$\text{tag } \zeta = \frac{-k}{h}; \cot \varepsilon = \frac{b \cos \zeta}{h}; \text{tag } \vartheta = \frac{nb}{(fk-gh)\cos \varepsilon} \text{ & } \sin \gamma = \frac{-a \cos \zeta}{h \sin \vartheta}.$$

Corollaire 2.

79. En employant les mêmes lettres a, b, f, g, h, k, l'inclinaiſon magnétique θ ſe trouvera exprimée ainſi, $\sin \theta =$

$$\frac{(b \cos p + b \sin p \cos q + k \sin p \sin q) \sqrt{(bb - aa + bh + kk - ff - gg)}}{bb + hh + kk + (ak + bg) \sin p \cos q - (ab + bf) \sin p \sin q + (fk + gh) \cos p},$$

à cauſe de

$$\sin \zeta = \frac{-k}{\sqrt{(hh+kk)}}; \sin \varepsilon = \frac{\sqrt{(hh+kk)}}{\sqrt{(bb+hh+kk)}}; \sin \vartheta = \frac{n\sqrt{(bb+hh+kk)}}{\sqrt{(hh+kk)(aa+ff+gg)}};$$

$$\cos \zeta = \frac{h}{\sqrt{(hh+kk)}}; \cos \varepsilon = \frac{b}{\sqrt{(bb+hh+kk)}}; \cos \vartheta = \frac{fk-gh}{\sqrt{(hh+kk)(aa+ff+gg)}},$$

$$\text{& } \sin \gamma = \frac{-\sqrt{(aa+ff+gg)}}{\sqrt{(bb+hh+kk)}}.$$

Corollaire 3.

80. Pourvu donc qu'on ait trouvé pour quelque tems propoſé ces lettres a, b, f, g, h, k, cela ſuffit pour déterminer, tant la déclinaiſon de la bouſſole ω, que l'inclinaiſon θ, pour tous les lieux de la ſurface de la terre, ſans qu'on connoiſſe en détail les poles magnétiques.

REMARQUE.

81. Pourvu qu'on ait quatre ou pluſieurs bonnes obſervations ſur la déclinaiſon de la bouſſole, faites en même tems & en des endroits fort éloignés les uns des autres, le calcul ne ſera pas difficile pour trouver les valeurs des lettres a, b, f, g, h, k. Car chaque obſervation fournit une telle équation,

$$o = a \sin p - b \cos p \operatorname{tang} \omega + f(\cos p \cos q + \sin q \operatorname{tang} \omega) - h(\cos q - \cos p \cos q \operatorname{tang} \omega) + g(\cos p \sin q - \cos q \operatorname{tang} \omega) + k(\cos q + \cos p \cos q \operatorname{tang} \omega),$$

& puisqu $ab = fh + gk$, quatre telles équations ſuffiſent pour trouver toutes les lettres; mais on fera très bien d'y en employer au moins cinq, pour voir ſi, après en avoir calculé le rapport entre toutes les 6 lettres, il en réſulte $ab = fh + gk$. Cette condition pourra ſervir à corriger les fautes qui pourroient s'être gliſſées dans les obſervations. De telles fautes ne ſont que trop à craindre, ſurtout dans les obſervations faites ſur mer, & il ſeroit à ſouhaiter qu'on fût auſſi ſoigneux de faire de telles obſervations ſur terre que ſur mer, ce qui nous mettroit en état d'entreprendre ces déterminations avec beaucoup plus de confiance. Au reſte, des obſervations faites dans une contrée médiocre, en remarquant la différence qui s'y trouve dans la déclinaiſon, peuvent ſervir à déterminer la route magnétique qui paſſe par cette contrée.

PROBLEME XIV.

82. *Ayant obſervé la déclinaiſon de la bouſſole* 1°. *en* L, 2°. *ſous le même méridien en* N, *&* 3°. *ſous le même parallele en* M, *la différence de latitude & de longitude étant donnée, trouver ſur la ſurface de la terre le centre* K *de la route magnétique qui paſſe par le lieu* L. Fig. 8.

SOLUTION.

Soit la diſtance du lieu propoſé L au pole boréal du monde $\Pi L = p$, duquel le lieu M ſitué ſous le même parallele, ſoit éloigné en longitude vers l'orient de l'angle $L\Pi M = m$; or, pour le lieu N ſitué

ſitué ſous le même méridien, ſoit l'arc $LN = n$, dont il eſt plus éloigné du pole Π que L. Dans ces trois endroits, ſoit obſervée la déclinaiſon de la bouſſole vers l'occident 1°. en $L = \omega$; 2°. en $M = \omega + \mu$, & 3°. en $N = \omega + \nu$; où je ſuppoſe que les trois lieux L, M & N, n'étant point fort éloignés entr'eux, les différences dans la déclinaiſon μ & ν ſont fort petites.

De là on connoîtra la déclinaiſon de la bouſſole pour un lieu moyen quelconque l; car, ſoit pour ce lieu la différence en longitude ou l'angle $L\Pi l = x$, & la diſtance du pole $\Pi l = p + y$, & on conclura qu'en l la déclinaiſon ſera $= \omega + \frac{\mu x}{m} - \frac{\nu y}{n}$. Qu'on conſidere maintenant Ll comme l'élément de la route magnétique qui paſſe par L, & ſon centre K ſera ſitué quelque part ſur l'arc du grand cercle LK, tiré perpendiculairement ſur la direction de la bouſſole LG, de ſorte que l'angle $\Pi LK = 90° + \omega$. Soit l'arc cherché $LK = z$, qu'on tire l'arc de grand cercle ΠK, & ſoit l'angle $K\Pi L = s$, pour avoir dans le triangle ſphérique ΠLK,

$$\text{cof}\,\Pi K = \text{cof}\,p\,\text{cof}\,z - \text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſin}\,\omega \;\&\; \text{tag}\,s = \frac{\text{ſin}\,z\,\text{cof}\,\omega}{\text{ſ}\,p\,\text{cof}\,z + \text{cof}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſin}\,\omega},$$

$$\&\;\text{ſ}\,\Pi K.\,\text{ſ}\,s = \text{ſ}\,z\,\text{cof}\,\omega, \;\&\; \text{ſ}\,\Pi K.\,\text{cof}\,s = \text{ſ}\,p\,\text{cof}\,z + \text{cof}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſin}\,\omega.$$

Maintenant, le triangle ſphérique ΠlK différant infiniment peu du triangle ΠLK, conſidérons les différences comme des différentiels, & poſons $\Pi l = p + dp$, l'angle $K\Pi l = s + ds$, & la déclinaiſon de la bouſſole en l, ou l'angle $Lm = \omega + d\omega$, les quantités ΠK & $LK = z$ demeurant conſtantes. Cela remarqué, la premiere équation différentiée donne

$$o = dp\,\text{ſ}\,p\,\text{cof}\,z + dp\,\text{cof}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſ}\,\omega + d\omega\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{cof}\,\omega, \text{ ou } dp = \frac{-d\omega\,\text{ſ}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{cof}\,\omega}{\text{ſ}\,p\,\text{cof}\,z + \text{cof}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſ}\,\omega},$$

& la troiſieme,

$$ds\,\text{ſ}\,\Pi K.\,\text{cof}\,s = -d\omega\,\text{ſ}\,z\,\text{ſ}\,\omega; \text{ donc } ds = \frac{-d\omega\,\text{ſ}\,z\,\text{ſ}\,\omega}{\text{ſ}\,p\,\text{cof}\,z + \text{cof}\,p\,\text{ſ}\,z\,\text{ſ}\,\omega}.$$

Or,

Or, en comparant ces valeurs avec la variation dans la déclinaiſon, nous aurons $x = ds$ & $y = dp$, & partant

$$\omega + d\omega = \omega + \frac{\mu x}{m} + \frac{\nu y}{n}, \text{ ou } d\omega = \frac{\mu x}{m} + \frac{\nu y}{n} = \frac{\mu\, ds}{m} + \frac{\nu\, dp}{n}.$$

Subſtituons ici les valeurs trouvées, & nous obtiendrons

$$\int p \cos z + \cos p \int z \int \omega = -\frac{\mu}{m} \int z \int \omega - \frac{\nu}{n} \int p \int z \cos \omega,$$

& par conſéquent pour le rayon cherché $LK = z$,

$$\cot z = -\frac{\cos p \int \omega}{\sin p} - \frac{\mu \int \omega}{m \int p} - \frac{\nu \cos \omega}{n},$$

ou bien $\text{tag } z = \dfrac{-mn \sin p}{mn \cos p \int \omega + n\mu \int \omega + m\nu \int p \cos \omega}$.

Corollaire 1.

83. Par ce moyen on connoitra un point K dans l'équateur magnétique, & puiſqu'une autre opération ſemblable nous découvrira une autre route magnétique, dont le centre eſt auſſi dans cet équateur, on ſera en état de tirer l'équateur magnétique ſur le globe terreſtre.

Corollaire 2.

84. Ayant tracé ſur le globe les deux petits cercles qui marquent des routes magnétiques, leurs interſections montreront les deux points i & i, où l'inclinaiſon eſt verticale; & de là on aura tous les élémens pour déterminer partout, tant la déclinaiſon de la bouſſole, que l'inclinaiſon magnétique.

Remarque.

85. Ayant tiré ſur le globe de la terre une route magnétique, elle marquera dans tous les lieux par où elle paſſe la déclinaiſon de la bouſſole. Donc, ſi l'on connoit dailleurs quelque part dans ce cercle la déclinaiſon, cela ſervira, ou à confirmer la concluſion qu'on en a

tirée, ou à la corriger, en cas que cette derniere obſervation ne fût pas d'accord. Cependant on comprend aiſément que cette opération exige des obſervations faites avec toute l'exactitude poſſible, puisque la moindre erreur y ſeroit de la plus grande conſéquence; & par cette raiſon on ne ſauroit appliquer cette méthode à des obſervations faites en mer. Il n'eſt pas auſſi néceſſaire que les trois obſervations ſoyent préciſément faites en trois lieux L, M & N, tels que j'ai ſuppoſé; mais, pourvu que les trois lieux different d'une maniere quelconque, tant en longitude qu'en latitude, on en tirera aiſément la formule $\omega - \frac{\mu x}{m} + \frac{\nu y}{n}$, en regardant comme inconnues les fractions $\frac{\mu}{m}$ & $\frac{\nu}{n}$, pour les déterminer enſuite par les déclinaiſons obſervées en M & N, de quelque maniere que differe l'un & l'autre, tant en longitude qu'en latitude, du lieu principal L.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE

à la détermination de l'état magnétique de la terre pour l'an 1756.

86. Dans le L Volume des Transactions, on trouve une grande liſte d'obſervations faites dans cette année ſur la déclinaiſon de la bouſſole, que j'ai repréſentées dans la table ci-jointe. Pour déterminer par-là l'état magnétique de la terre, je commence par conſidérer quelques endroits où la déclinaiſon a été nulle, ce qui eſt arrivé dans la Mer Atlantique aux lieux ſuivans, dont la diſtance au pole boréal eſt poſée $= p$, & la longitude comptée du méridien de Londres $= q$.

Lieux où la déclinaiſon a été nulle en 1756.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
$p = 60°$;	$p = 65°$;	$p = 70°$;	$p = 75°$;	$p = 80°$;	$p = 85°$;	$p = 90°$;
$q = 75°$;	$q = 55°$;	$q = 47° \frac{1}{2}$;	$q = 42°$;	$q = 37° \frac{1}{2}$;	$q = 33°$;	$q = 31°$;

VIII.

VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.
$p = 95°$;	$p = 100°$;	$p = 105°$;	$p = 110°$;	$p = 115°$;	$p = 120°$;
$q = 30°$;	$q = 28°$;	$q = 27°$;	$q = 25°$;	$q = 23°$;	$q = 21°$;

XIV.	XV.
$p = 125°$;	$p = 130°$;
$q = 19°$;	$q = 17°$;

à quoi j'ajoute deux obſervations faites ſous l'équateur aux Indes orientales, où la déclinaiſon étoit pareillement nulle:

$$p = 90°\ ;\quad p = 90°;$$
$$q = -79°\ ;\quad q = -94°.$$

87. Puisque dans ces obſervations la déclinaiſon de la bouſſole a été nulle, ou $\omega = o$, notre équation ſera

$$a \sin p + f \cos p \cos q + g \cos p \sin q - h \sin q + k \cos q = o,$$

dont il faut déterminer les lettres a, f, g, h, k. Pour cet effet, je commence par les obſervations faites ſous l'équateur même, pour leſquelles ayant, à cauſe de $p = 90$;

$$a - h \sin q + k \cos q = o,$$

les trois obſervations rapportées pour ce cas fourniſſent

$$a - 0{,}515\ h + 0{,}857\ k = o$$
$$a + 0{,}981\ h + 0{,}191\ k = o$$
$$a + 0{,}997\ h - 0{,}070\ k = o;$$

de là en prenant les différences,

$$1496\ h - 666\ k = o$$
$$\&\ 1512\ h - 927\ k = o,$$

qui n'étant point d'accord, ce dont il ne faut pas être ſurpris, vu que les obſervations Indiennes paroiſſent ſujettes à caution, j'ai lieu de ſoupçonner que la derniere eſt plus juſte, & de là ſe tirent les déterminations ſuivantes,

$$a = -h \quad \& \quad k = 1\tfrac{3}{4}\ h,$$

qu'il faut rectifier par les autres obſervations.

88. J'appliquerai donc le calcul aux autres obſervations où la déclinaiſon a été nulle, qui fourniſſent les équations ſuivantes:

I. $0,866a - 0,966h + 0,259k + 0,130f + 0,483g = o$
II. $0,906a - 0,819h + 0,574k + 0,242f + 0,346g = o$
III. $0,939a - 0,737h + 0,675k + 0,231f + 0,252g = o$
IV. $0,966a - 0,669h + 0,743k + 0,192f + 0,173g = o$
V. $0,985a - 0,609h + 0,793k + 0,138f + 0,106g = o$
VI. $0,996a - 0,544h + 0,838k + 0,073f + 0,047g = o$
VII. $1,000a - 0,515h + 0,857k = o$
VIII. $0,996a - 0,500h + 0,866k - 0,076f - 0,044g = o$
IX. $0,985a - 0,469h + 0,883k - 0,153f - 0,082g = o$
X. $0,966a - 0,454h + 0,891k - 0,231f - 0,118g = o$
XI. $0,939a - 0,422h + 0,906k - 0,310f - 0,145g = o$
XII. $0,906a - 0,391h + 0,920k - 0,389f - 0,165g = o$
XIII. $0,866a - 0,358h + 0,933k - 0,467f - 0,179g = o$
XIV. $0,819a - 0,325h + 0,945k - 0,542f - 0,187g = o$
XV. $0,766a - 0,292h + 0,956k - 0,615f - 0,188g = o.$

89. Il eſt extrêmement difficile de ſatisfaire à toutes ces conditions, de ſorte que les erreurs ne deviennent aſſez conſidérables; mais il ne faut pas douter non plus, que les obſervations elles-mêmes ne ſoyent très groſſieres. Après pluſieurs eſſais, j'ai trouvé que les valeurs ſuivantes rempliſſent le mieux toutes ces conditions, pourvu qu'on excepte la premiere, qu'on ne ſauroit accorder en aucune maniere avec les autres;

$$a = -366;\ h = 900;\ k = 1000;\ f = 200\ \&\ g = 1333,$$

d'où, puiſque $ab = fh + gk$, on tire $b = -4135$.

Mais on ne ſauroit ſe fier aſſez à ces déterminations, tant à cauſe des obſervations, que parce que les coëfficiens des lettres h & k ont tous les mêmes ſignes, & que ceux de f & g ſont trop petits. Il eſt donc néceſſaire de développer encore pluſieurs autres obſervations, pour obtenir des équations où il regne une plus grande variété parmi les coëfficiens.

90.

90. Avant que d'appliquer notre équation générale

$$0 = a \sin p - b \sin p \operatorname{tag} \omega + f(\operatorname{cof} p \operatorname{cof} q + \sin q \operatorname{tag} \omega) - b(\operatorname{cof} p \operatorname{cof} q \operatorname{tag} \omega - \sin q) + g(\operatorname{cof} p \sin q - \operatorname{cof} q \operatorname{tag} \omega) + k(\operatorname{cof} p \sin q \operatorname{tag} \omega + \operatorname{cof} q)$$

à des obſervations où la déclinaiſon n'eſt pas nulle, il eſt bon de la réſoudre dans une forme plus propre pour le calcul. Pour cet effet, par les trois angles p, q & ω, donnés pour chaque obſervation, je cherche deux angles nouveaux μ & ν par les formules ſuivantes:

$$\frac{\operatorname{cof} p}{\operatorname{tag} \omega} = \operatorname{tag} \mu \quad \& \quad \operatorname{cof} p \operatorname{tag} \omega = \operatorname{tag} \nu,$$

& alors notre équation deviendra

$$0 = a \sin p - b \sin p \operatorname{tag} \omega + \frac{f \operatorname{tag} \omega}{\operatorname{cof} \mu} \sin(\mu + q) + \frac{h}{\operatorname{cof} \nu} \sin(\nu - q) - \frac{g \operatorname{tag} \omega}{\operatorname{cof} \mu} \operatorname{cof}(\mu + q) + \frac{k}{\operatorname{cof} \nu} \operatorname{cof}(\nu - q),$$

qui, étant diviſée par $\sin p$, donne

$$0 = a - b \operatorname{tag} \omega + \frac{f \operatorname{tag} \omega \operatorname{ſec} \mu}{\sin p} \sin(\mu + q) + \frac{h \operatorname{ſec} \nu}{\sin p} \sin(\nu - q) - \frac{g \operatorname{tag} \omega \operatorname{ſec} \mu}{\sin p} \operatorname{cof}(\mu + q) + \frac{k \operatorname{ſec} \nu}{\sin p} \operatorname{cof}(\nu - q),$$

& maintenant il ſera aiſé de développer cette forme par les logarithmes.

91. Outre le grand nombre des Obſervations rapportées ci-deſſus, le même Mémoire dans les Transactions fournit encore quelques obſervations faites dans le Détroit & la Baye de Hudſon; j'en ai tiré les ſuivantes,

$p =$	30°	30°	30°	31°	28°	28°	27°	27°	29°	32°	31°
$q =$	4°	10	27	45	65	71	79	83	86	92°	95
$\omega =$	18°	20	25	31	41	41	43	40	35	17	8.

Comme ces obſervations paroiſſent plus exactes que les autres, & qu'elles contiennent des déclinaiſons très conſidérables, elles doivent fournir des déterminations plus préciſes. Je mettrai donc ici quelques échantillons du calcul:

$p = 30°$	30°	31°	28°	27°
$q = 4°$	27	45	65	79
$\omega = 18°$	25	31	41	43
tag $\omega = 0{,}3249$	0,4663	0,6008	0,8693	0,9325
l fin $p = 9{,}69897$	9,69897	9,71184	9,67161	9,65704
l cof $p = 9{,}93753$	9,93753	9,93306	9,94593	9,94988
l tag $\omega = 9{,}51177$	9,66867	9,77877	9,93916	9,96965
l tag $\mu = 10{,}42576$	10,26886	10,15429	10,00677	9,98023
l tag $\nu = 9{,}44930$	9,60620	9,71183	9,88519	9,91953
$\mu = 69°,26'$	61°,42'	54°,58'	45°,27'	43°,42'
$\mu + q = 73,\ 26$	88, 42	99, 58	110,27	122,42
l tag $\omega = 9{,}51177$	9,66867	9,77877	9,93916	9,96965
l fec $\mu = 10{,}45432$	10,32414	10,24105	10,15395	10,14088
l cofec $p = 0{,}30103$	0,30103	0,28816	0,32839	0,34296
0,26712	0,29384	0,30798	0,42150	0,45349
l fin $(\mu + q) = 9{,}98159$	9,99989	9,99339	+9,97173	9,92506
l cof $(\mu + q) = 9{,}45504$	8,35578	−9,23823	−9,54331	−9,73259
0,24871	0,29373	0,30137	0,39323	+0,37855
9,72216	8,64962	−9,54621	−9,96481	−0,18608
coëff $f = +\ 1{,}7730$	+1,9667	+2,0016	+ 2,4730	+ 2,3908
coëff $g = -\ 0{,}5274$	−0,0446	+0,3517	+ 0,9222	+ 1,5350
$\nu = 15°,43'$	22°,0'	27°,15'	37°,31'	39°,43'
$\nu - q = 11,\ 43$	− 5°	−17°,45	−27, 29	−39, 17
l fec $\nu = 10{,}01655$	10,03283	10,05109	10,10063	10,11395
l cofec $p = 0{,}30103$	0,30103	0,28816	0,32839	0,34296
10,31758	10,33386	10,33925	10,42902	10,45691
l fin $(\nu - q) = 9{,}30765$	−8,94030	−9,48411	−9,66416	−9,80151
l cof $(\nu - q) = 9{,}99085$	+9,99834	+9,97882	+9,94799	9,88875
9,62523	−9,27416	−9,82336	−0,15318	−0,25842
0,30843	0,33220	0,31807	0,37701	0,34566
coëff $h = +\ 0{,}4219$	−0,1880	−0,6658	−1,4219	−1,8131
coëff $k = +\ 2{,}0344$	+2,0800	+2,1488	+2,3824	+2,2165.

92. Ajoutons à ces obſervations encore deux des autres rapportées dans la table ci-jointe, l'une où $p = 125°$, $q = 35°$ & $\omega =$

$\omega = -8°, 15'$, & l'autre où $p = 125°$, $q = -40°$, $\omega = 27°$, & en choiſiſſant les 5. ſuivantes,

$p = 90°$; $p = 30°$; $p = 27°$; $p = 125°$; $p = 125°$,
$q = 31$; $q = 4°$; $q = 79$; $q = 35°$; $q = -40°$,
$\omega = 0$; $\omega = 18°$; $\omega = 43$; $\omega = -8°,15'$; $\omega = 27°$,

on aura ces 5. équations à réſoudre,

$$0 = 1000a - 0b - 515h + 857k$$
$$0 = 1000a - 325b + 422h + 2034k + 1773f - 527g$$
$$0 = 1000a - 932b - 1813h + 2216k + 2391f + 1535g$$
$$0 = 1000a + 145b - 617h + 1058k - 663f - 248g$$
$$0 = 1000a - 509b + 511h + 1165k - 936f - 26g,$$

d'où l'on tire les valeurs ſuivantes,

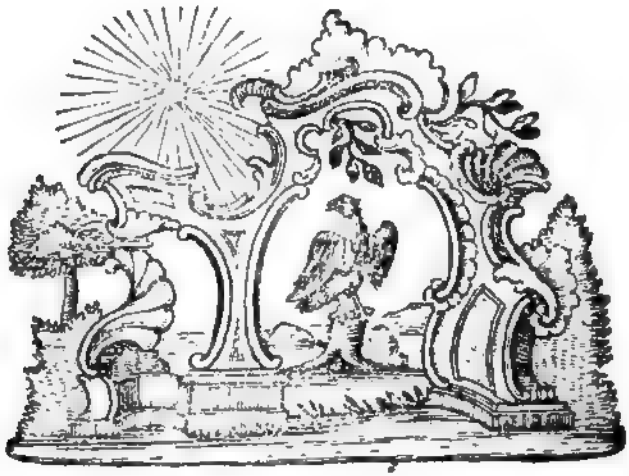
$$a = -120;\ b = 2466;\ h = 1000;\ k = 741;\ f = -47;$$
$$g = 1752;$$

mais il eſt auſſi clair, que la valeur de b ne ſauroit être telle qu'elle devint $ab = fh + gk$.

93. C'eſt ſans doute un accident bien facheux pour la théorie que je viens de développer, & il ſemble qu'elle en ſeroit totalement renverſée. Les partiſans de feu Mr. Halley ne manqueront pas d'en tirer cette conſéquence, que, pour expliquer les phénomenes de la déclinaiſon magnétique, il faut abſolument avoir recours à quatre poles magnétiques. Mais les raiſons alléguées ci-deſſus me paroiſſent encore trop fortes, pour que je veuille entierement renoncer à cette idée; & il ſe préſente d'abord une ſource très naturelle, qui nous pourra fournir une correction ſuffiſante. Pour cet effet, je crois qu'on n'aura qu'à employer cette rectification, que le centre magnétique ne doit pas être pris au milieu de l'axe magnétique. J'avois introduit cette ſuppoſition uniquement pour la commodité du calcul;

mais

mais à préſent je ne doute plus que ce centre ne ſoit conſidérablement éloigné du milieu de l'axe. Ainſi on n'aura qu'à entreprendre de nouveau toutes les recherches que j'ai développées ici, en regardant le centre magnétique D comme ſitué dans un point quelconque de l'axe magnétique A B, afin que le vrai lieu en puiſſe enſuite être déterminé par les obſervations. Cette correction eſt ſi naturelle, qu'il eſt même très probable que ce centre magnétique eſt très différent du milieu de l'axe magnétique, attendu que, quelle que ſoit la cauſe de la force magnérique, elle ne ſera jamais également diſtribuée par toute la longueur de l'axe magnétique. Mais il eſt auſſi certain que cette circonſtance rendra le calcul beaucoup plus difficile; cependant la queſtion eſt aſſez importante pour qu'on y apporte tous les ſoins imaginables.



Mém. de l'Acad. 1766.

Fig. 1.

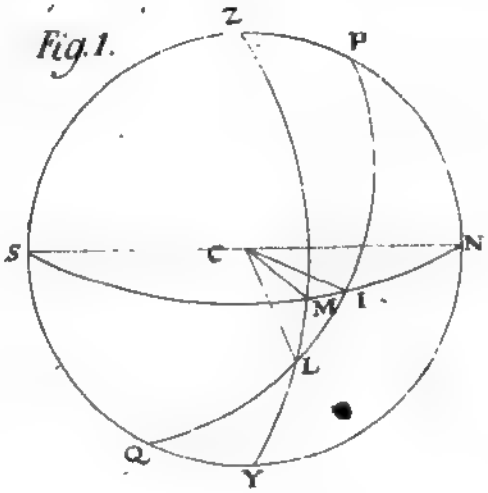


Fig. 2.

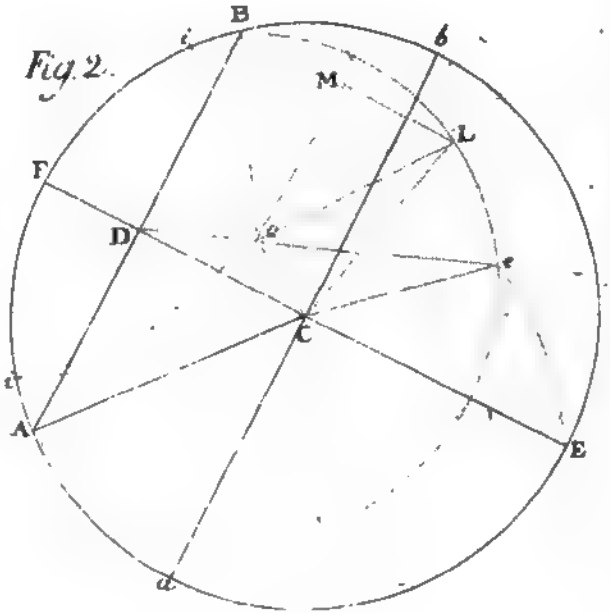


Fig. 3.

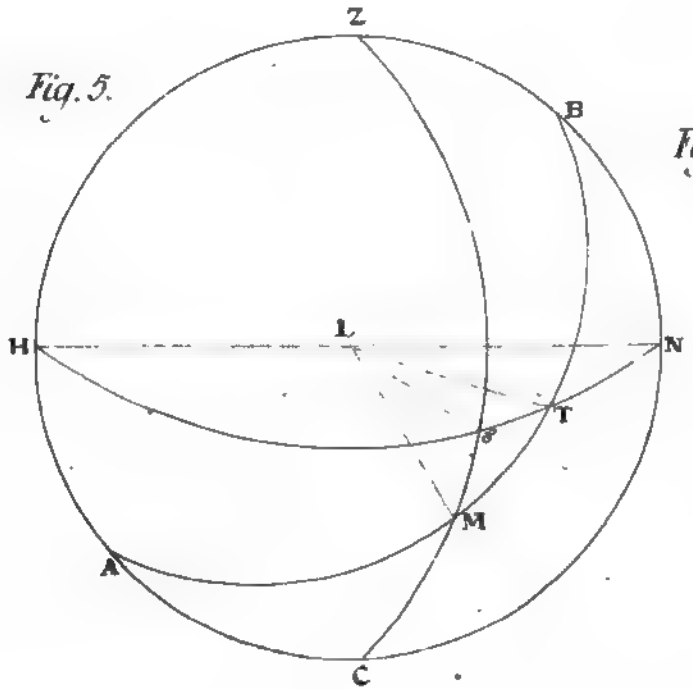


Fig. 4.

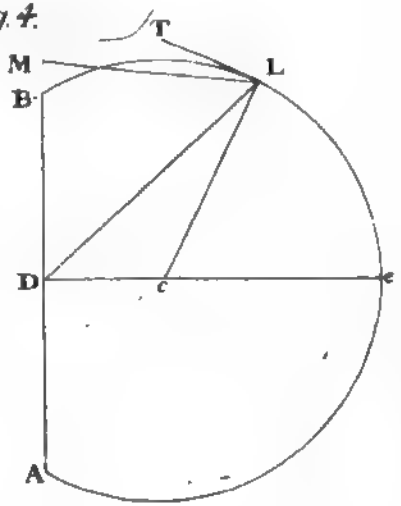


Fig. 6.

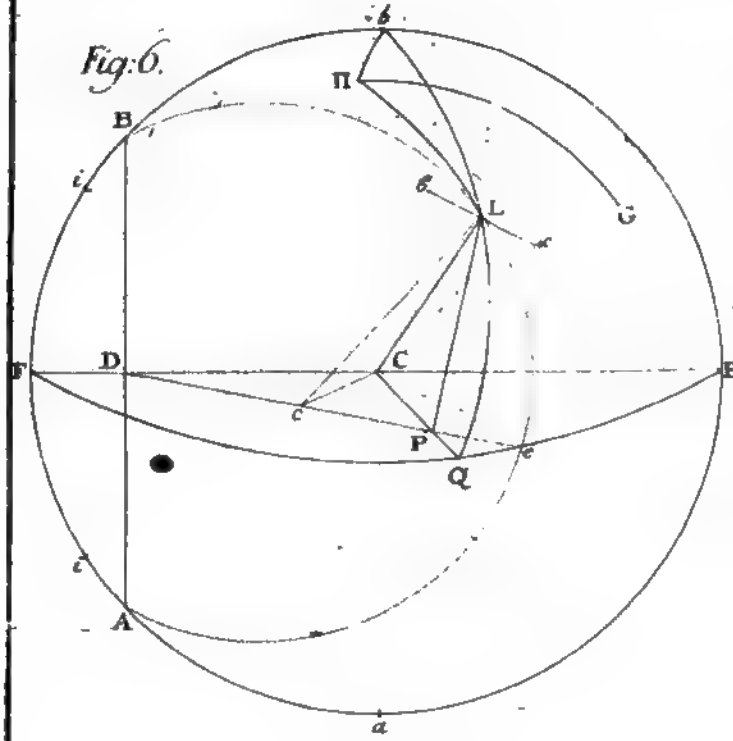


Fig. 7.

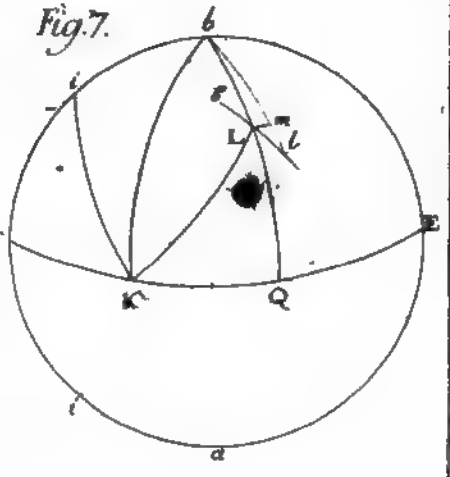


Fig. 3.

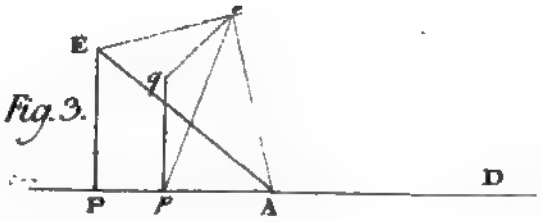
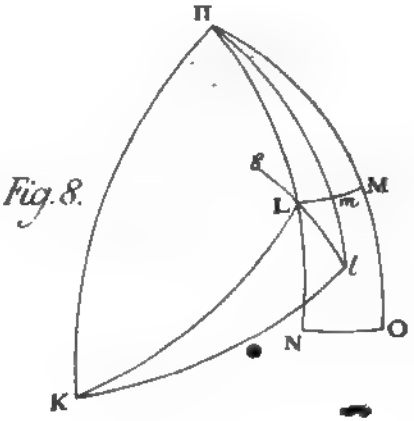


Fig. 8.



MÉMOIRE

SUR

LE PASSAGE DE VÉNUS

DU 3 JUIN 1769. (*)

PAR M. DE LA GRANGE.

Perſonne n'ignore les grands avantages que l'Aſtronomie peut retirer des obſervations des paſſages de Vénus ſur le diſque du Soleil. Non ſeulement elles ſervent à rectifier les principaux élémens de la théorie de cette Planete; elles ſont encore très utiles pour déterminer la parallaxe du Soleil, qui eſt, comme l'on ſait, un des points fondamentaux de la phyſique céleſte. Le paſſage qui a été obſervé en 1761, a déjà beaucoup diminué l'incertitude où l'on étoit ſur la vraie quantité de cette parallaxe; mais c'eſt à celui que nous attendons, & qui ſera le dernier qu'on puiſſe voir dans ce ſiecle, à la fixer d'une maniere bien certaine & irrévocable. Cette conſidération m'a engagé à diſcuter dans ce Mémoire les moyens que l'obſervation de ce phénomene peut fournir de décider un point ſi important. On y verra 1°. Comment on peut calculer l'effet que les parallaxes combinées de deux aſtres quelconques doivent produire ſur la diſtance de ces deux aſtres. 2°. On y trouvera une méthode très ſimple & très commode pour déterminer en général, dans les paſſages des Planetes ſur le Soleil, les parallaxes d'entrée, de ſortie & de durée pour tous les pays de la terre. 3°. Une méthode pour déduire la parallaxe du Soleil de trois obſervations d'un même paſſage faites dans trois endroits différens, indépendamment de la

(*) Lu à l'Académie le 12. Novembre 1767.

la connoiſſance du mouvement de la Planete. 4°. Enfin on y trouvera l'application de notre théorie au paſſage de Vénus qui doit arriver le 3. Juin 1769. au ſoir, avec quelques remarques rélatives au choix des lieux, où il pourra être obſervé avec le plus de fruit.

§. I. *De la parallaxe de diſtance des aſtres en général.*

Planch. XVI. fig. 1. 1. Soit T le centre de la terre, TAC le plan de l'équateur, TA une ligne qui paſſe par le premier méridien pris à volonté, S un aſtre quelconque, SC une perpendiculaire au plan de l'équateur, CB une perpendiculaire à la ligne TA, TS une ligne qui joigne les points T & S, & TC une autre ligne qui paſſe par les points T & C; ſoient nommées enſuite

TB - - - - - - - l,
BC - - - - - - - m,
CS - - - - - - - n,

la diſtance TS de l'aſtre S au centre de la terre - - - r,
l'angle STC qui exprime la déclinaiſon de l'aſtre S - - - p,
l'angle CTA qui repréſente la diſtance du même aſtre au premier méridien de la terre - - - - q;

(cette diſtance n'eſt autre choſe que l'angle horaire de l'aſtre par rapport au méridien donné).

Il eſt clair 1°. que les trois quantités l, m, n, pourront être regardées comme les coordonnées orthogonales, qui déterminent la poſition du point S rélativement au point T; 2°. qu'on aura

$$l = r \cos p \cos q, \quad m = r \cos p \sin q, \quad n = r \sin p.$$

Fig. 2. 2. Soit maintenant L un point quelconque de la ſurface de la terre, LM une perpendiculaire au plan de l'équateur TAM, & MN une perpendiculaire à la ligne TA; & ſoient nommées

TN

TN - - - - - - - λ,
NM - - - - - - - - μ,
ML - - - - - - - ν,

Le rayon TL de la terre - - - - ϱ,
L'angle LTM, c'eſt à dire la latitude terreſtre du lieu L - - ψ,
L'angle MTN, c'eſt à dire la longitude du même lieu - - - Φ.

Les quantités λ, μ, ν, ſeront les coordonnées rectangles du point L par rapport au point T, & l'on aura, comme ci-deſſus,

$$\lambda = \varrho \cos\psi \cos\Phi,\ \mu = \varrho \cos\psi \sin\Phi,\ \nu = \varrho \sin\psi.$$

3. Ayant déterminé ainſi la poſition des points S & L par rapport au point T, il eſt facile de déterminer la poſition reſpective des points S & L.

En effet, ſi on dénote par l', m', n', les coordonnées rectangles du point S par rapport au point L, il eſt viſible qu'on aura

$$l' = l - \lambda,\ m' = m - \mu,\ n' = n - \nu;$$

& ſi on fait, comme ci-deſſus,

$$l' = r' \cos p' \cos q',\ m' = r' \cos p' \sin q',\ n' = r' \sin p',$$

on verra aiſément que r' ſera la diſtance de l'aſtre S au lieu L de la terre, que p' exprimera la déclinaiſon apparente de cet aſtre vue du lieu L de la terre, & que q' exprimera ſa diſtance apparente du même aſtre au premier méridien de la terre par rapport au même point L.

4. Donc, pour déterminer le lieu apparent de l'aſtre par ſon lieu vrai, on aura les trois équations ſuivantes,

$$r' \cos p' \cos q' = r \cos p \cos q - \varrho \cos\psi \cos\Phi,$$
$$r' \cos p' \sin q' = r \cos p \sin q - \varrho \cos\psi \sin\Phi,$$
$$r' \sin p' = r \sin p - \varrho \sin\psi,$$

d'où l'on tire

$$\sin p' = \frac{r \sin p - \varrho \sin\psi}{\sqrt{(r^2 - 2r\varrho(\cos\psi \cos p \cos(q-\Phi) + \sin\psi \sin p) + \varrho^2)}},$$

$$\sin q' = \frac{r \cos p \sin q - \varrho \cos \psi \sin \Phi}{\sqrt{(r^2 \cos p^2 - 2 r \varrho \cos \psi \cos p \cos (q - \Phi) + \varrho^2 \cos \psi^2)}},$$

ou bien, en faiſant pour plus de ſimplicité $\frac{\varrho}{r}$ (c'eſt à dire la parallaxe horizontale de l'aſtre S) $= i$, & diviſant le haut & le bas de la ſeconde fraction par $\cos p$,

$$\sin p' = \frac{\sin p - i \sin \psi}{\sqrt{(1 - 2i (\cos \psi \cos p \cos (q - \Phi) + \sin \psi \sin p) + i^2)}},$$

$$\sin q' = \frac{\sin q - \frac{i \cos \psi \sin \Phi}{\cos p}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2i \cos \psi \cos (q - \Phi)}{\cos p} + \frac{i^2 \cos \psi^2}{\cos p^2}\right)}}$$

5. Conſidérons maintenant un autre aſtre quelconque V, dont

la diſtance au centre de la terre ſoit - - - - R,
la diſtance au premier méridien terreſtre - - - - Q,
la déclinaiſon - - - - - - P,

& ſuppoſons que, par rapport au lieu L de la terre,

la diſtance apparente de l'aſtre V au premier méridien ſoit - - Q',
la déclinaiſon apparente - - - - - P';

on aura, en nommant I la parallaxe horizontale de cet aſtre, en ſorte que $I = \frac{\varrho}{R}$,

$$\sin P' = \frac{\sin P - I \sin \psi}{\sqrt{(1 - 2I (\cos \psi \cos P \cos (Q - \Phi) + \sin \psi \sin P) + I^2)}},$$

$$\sin Q' = \frac{\sin Q - \frac{I \cos \psi \sin \Phi}{\cos P}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2I \cos \psi \cos (Q - \Phi)}{\cos P} + \frac{I^2 \cos \psi^2}{\cos P^2}\right)}}.$$

6. Or

6. Or, ſoit P le pole de l'équateur (fig. 3.), PS le cercle de déclinaiſon de l'aſtre S, PV le cercle de déclinaiſon de l'aſtre V, & VS un arc de grand cercle qui paſſe par ces deux aſtres, on aura dans le triangle PVS, PS $=$ 90° $-$ p, PV $=$ 90° $-$ P, SPV $=$ Q $-$ q; donc nommant Fig. 3.

la diſtance SV de l'aſtre V à l'aſtre S . . . . Z,

on aura

$$\text{cof } Z = \text{cof } p \text{ cof P cof } (Q - q) + \text{ſin } p \text{ ſin P.}$$

De même, ſi on appelle la diſtance apparente de l'aſtre V à l'aſtre S, par rapport au point L de la terre . . . . Z′,

on aura

$$\text{cof } Z' = \text{cof } p' \text{ cof P' cof } (Q' - q') + \text{ſin } p' \text{ ſin P'.}$$

Ainſi on trouvera les valeurs de Z & de Z′, dont la différence ſera l'effet des parallaxes combinées des deux aſtres V & S.

§. II. *Simplification des formules précédentes en ſuppoſant les paralaxes des aſtres fort petites, & conſéquences qui réſultent de ces formules.*

7. Suppoſons que les quantités i & I ſoient très petites, (ce qui eſt vrai en général à l'égard de tous les aſtres,) & nous aurons, en négligeant les termes très petits du ſecond ordre & des ordres ultérieurs,

$$\text{ſin } p' = \text{ſin } p + i(\text{cof } \psi \text{ ſin } p \text{ cof } p \text{ cof } (q - \varphi) - \text{ſin } \psi \text{ cof } p^2),$$

$$\text{ſin } q' = \text{ſin } q + \frac{i \text{ cof } \psi}{\text{cof } p} (\text{ſin } q \text{ cof } (q - \varphi) - \text{ſin } \varphi).$$

Donc, ſi on fait

$$p' = p + ix, \quad \& \quad q' = q + iy,$$

ce qui donne ſin $p' =$ ſin $p + ix$ cof p, & ſin $q' =$ ſin $q + iy$ cof q, on aura

$$x = \text{cof } \psi \text{ ſin } p \text{ cof } (q - \varphi) - \text{ſin } \psi \text{ cof } p,$$

$$y = \frac{\cos\psi}{\cos p \cos q}(\sin q \cos(q - \Phi) - \sin \Phi),$$

ou bien

$$y = \frac{\cos\psi \sin(q - \Phi)}{\cos p};$$

& il eſt clair que les quantités ix & iy repréſenteront les parallaxes de déclinaiſon & d'aſcenſion droite de l'aſtre S.

8. Si on fait de même

$$P' = P + IX, \quad Q' = Q + IY,$$

en ſorte que IX & IY ſoient les parallaxes de déclinaiſon & d'aſcenſion droite de l'aſtre V, on aura

$$X = \cos\psi \sin P \cos(Q - \Phi) - \sin\psi \cos P,$$

$$Y = \frac{\cos\psi \sin(Q - \Phi)}{\cos P},$$

& la valeur de $\cos Z'$ deviendra

$$\begin{aligned}\cos Z' = {} & \cos p \cos P \cos(Q - q) + \sin p \sin P \\ & + ix(\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q - q)) \\ & + IX(\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \\ & + (iy - IY)\cos p \cos P \sin(Q - q),\end{aligned}$$

où l'on remarquera que $\cos p \cos P \cos(Q - q) + \sin p \sin P = \cos Z$.

9. Si on ſubſtitue maintenant à la place de x, y, X & Y leurs valeurs, & qu'on faſſe $I = ik$, c'eſt à dire $k = \frac{r}{R}$, &

$$\begin{aligned}L = {} & (\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q - q)) \sin p \cos q + \cos P \sin(Q - q) \cos q \\ & + k((\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \cos P \cos Q - \cos p \cos(Q - q) \cos Q),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M = {} & (\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q - q)) \sin p \cos q - \cos P \cos(Q - q) \cos q \\ & + k((\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \cos P \cos Q + \cos p \cos(Q - q) \cos Q),\end{aligned}$$

$$N =$$

$$N = -(\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q-q))\cos p - k(\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q-q))\cos P,$$

on aura la formule ſuivante,

$$\cos Z' = \cos Z + i(L\cos\psi\cos\Phi + M\cos\psi\sin\Phi + N\sin\psi),$$

dans laquelle les quantités L, M, & N ne dépendent que de la ſituation des aſtres, en ſorte qu'elles ſont les mêmes pour tous les lieux de la terre.

10. J'obſerve préſentement que la quantité $L\cos\psi\cos\Phi + M\cos\psi\sin\Phi + N\sin\psi$, peut ſe ramener à cette forme,

$$\gamma(\cos\psi\cos\alpha\cos(\Phi-\beta) + \sin\psi\sin\alpha);$$

car, en mettant $\cos\beta\cos\Phi + \sin\beta\sin\Phi$ à la place de $\cos(\Phi-\beta)$, & comparant les termes, on aura

$$\gamma\cos\alpha\cos\beta = L,\ \gamma\cos\alpha\sin\beta = M,\ \gamma\sin\alpha = N,$$

par où il eſt aiſé de déterminer les quantités α, β & γ.

Or, ſi par le pole P du globe terreſtre & par le lieu L, dont la latitude eſt ψ & la longitude Φ, on décrit un triangle ſphérique PLH tel, que la latitude du point H ſoit α & la longitude β, en ſorte que l'on ait $PL = 90° - \psi$, $PH = 90° - \alpha$, & $HPL = \Phi - \beta$, il eſt clair, qu'en nommant ζ le côté LH, c'eſt à dire la diſtance entre les lieux L & H, on aura Fig. 4.

$$\cos\zeta = \cos\alpha\cos\psi\cos(\Phi-\beta) + \sin\alpha\sin\psi,$$

& par conſéquent

$$\gamma\cos\zeta = L\cos\psi\cos\Phi + M\cos\psi\sin\Phi + N\sin\psi;\ \text{donc}$$

$$\cos Z' = \cos Z + i\gamma\cos\zeta.$$

11. De là on voit que, ſi du point H comme pole on décrit un cercle quelconque ſur le globe terreſtre, tous les lieux qui ſe trouveront ſous la circonférence de ce cercle, verront la même diſtance apparente des deux aſtres, & par conſéquent ſeront ſujets à la même parallaxe de diſtance. Ainſi

Ainſi nous appellerons dans la ſuite *cercles de parallaxe* ces cercles décrits ſur le globe, & qui paſſent par tous les points où la parallaxe de diſtance eſt la même; & nous nommerons de même *pole de parallaxe* le pole H de tous ces cercles, dont nous allons maintenant chercher la poſition.

12. Les trois équations de l'art. 10. ſe réduiſent aiſément à celles-ci:

$$\gamma \cos\alpha \cos(\beta - q) = L \cos q + M \sin q,$$
$$\gamma \cos\alpha \sin(\beta - q) = M \cos q - N \sin q,$$
$$\gamma \sin\alpha = N,$$

lesquelles par la ſubſtitution de L, M, & N, ſe changent en

$$\gamma \cos\alpha \cos(\beta - q) = (\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q - q)) \sin p + k[(\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \sin P \cos(Q - q) - \cos p \sin(Q - q)^2],$$
$$\gamma \cos\alpha \sin(\beta - q) = -\cos P \sin(Q - q) + k[(\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \sin P \sin(Q - q) + \cos p \sin(Q - q) \cos(Q - q)],$$
$$\gamma \sin\alpha = -(\cos p \sin P - \sin p \cos P \cos(Q - q)) \cos p - k(\cos P \sin p - \sin P \cos p \cos(Q - q)) \cos P,$$

ou bien, à cauſe de $\cos Z = \sin p \sin P + \cos p \cos P \cos(Q - q)$, en celles-ci,

$$\gamma \cos\alpha \cos(\beta - q) = \cos p \cos Z - \cos P \cos(Q - q) + k(\cos P \cos(Q - q) \cos Z - \cos p),$$
$$\gamma \cos\alpha \sin(\beta - q) = -\cos P \sin(Q - q)(1 - k \cos Z),$$
$$\gamma \sin\alpha = \sin p \cos Z - \sin P + k(\sin P \cos Z - \sin p),$$

d'où il eſt facile de tirer les valeurs de γ, α, & $\beta - q$.

13. En ajoutant enſemble les quarrés de ces trois équations, on aura d'abord

$$\gamma^2 = \text{cof}\,Z^2 - 2\,\text{cof}\,Z^2 + 1 + 2k\,(\text{cof}\,Z^3 + \text{cof}\,Z - \text{cof}\,Z - \text{cof}\,Z) +$$
$$k^2\,(\text{cof}\,Z^2 - 2\,\text{cof}\,Z^2 + 1) = \text{fin}\,Z^2\,(1 - 2k\,\text{cof}\,Z + k^2),$$

& par conſéquent

$$\gamma = \text{fin}\,Z\,\sqrt{(1 - 2k\,\text{cof}\,Z + k^2)}.$$

Or $k = \frac{r}{R}$ (art. 9.); donc

$$\sqrt{(1 - 2k\,\text{cof}\,Z + k^2)} = \frac{\sqrt{(R^2 - 2Rr\,\text{cof}\,Z + r^2)}}{R}.$$

Mais, en conſidérant le triangle rectiligne TVS, dans lequel TS $= r$, TV $= R$, & VTS $= Z$, il eſt clair que VS $= \sqrt{(R^2 - 2Rr\,\text{cof}\,Z + r^2)}$; d'où il s'enſuit que, ſi on nomme f la diſtance rectiligne de l'aſtre V à l'aſtre S, on aura Fig. 5.

$$\sqrt{(1 - 2k\,\text{cof}\,Z + k^2)} = \frac{f}{R}.$$

Soit donc pour abréger $u = \frac{f}{R}$, & l'on aura $\gamma = u\,\text{fin}\,Z$, & par conſéquent

$$\text{cof}\,Z' = \text{cof}\,Z + iu\,\text{fin}\,Z\,\text{cof}\,\zeta.$$

Donc, puiſque i eſt une quantité extrêmement petite, on aura à très peu près

$$\text{cof}\,Z' = \text{cof}\,(Z - iu\,\text{cof}\,\zeta), \text{ d'où}$$
$$Z' = Z - iu\,\text{cof}\,\zeta,$$

de ſorte que $-iu\,\text{cof}\,\zeta$ ſera la parallaxe de diſtance des deux aſtres pour tous les lieux de la terre L qui ſont éloignés du pole H de l'arc ζ.

14. Suppoſons à préſent que P ſoit le pole de l'équateur, S le lieu vrai de l'aſtre S, V celui de l'aſtre V, & H le *pole des paralaxes*, nous aurons dans le triangle PSV, PS $= 90° - p$, PV $= 90° - P$, SPV $= Q - q$, SV $= Z$, & dans le triangle PSV, PH $= 90° - \alpha$, SPH $= \beta - q$, par conſéquent Fig. 6.

$\text{cof SH} = \text{fin } p \text{ fin } \alpha + \text{cof } p \text{ cof } \alpha \text{ cof } (\beta - q)$,

& ſubſtituant pour $\text{fin } \alpha$ & $\text{cof } \alpha \text{ cof } (\beta - q)$, leurs valeurs tirées des équations de l'art. 12.,

$$\text{cof SH} = \frac{\text{cof Z} - \text{cof Z} + k\,(\text{cof Z}^2 - 1)}{\gamma}$$

$$= -\frac{k \text{ fin Z}^2}{\gamma} = -\frac{k \text{ fin Z}}{\sqrt{(1 - 2k \text{ cof Z} + k^2)}};$$

c'eſt à dire, en faiſant $\frac{f}{r} = g$, $\text{cof SH} = -\frac{\text{fin Z}}{g}$.

De plus, on aura $\text{fin PSH} = \frac{\text{fin}(\beta - q) \text{ cof } \alpha}{\text{fin SH}} =$ (en ſubſtituant la la valeur de $\text{fin}(\beta - q) \text{ cof } \alpha$) $\frac{\text{cof P fin}(Q - q)(k \text{ cof Z} - 1)}{\gamma \text{ fin SH}}$, ou bien, à cauſe de $\text{fin PSV} = \frac{\text{fin}(Q - q) \text{ cof P}}{\text{fin Z}}$, $\text{fin PSH} = \frac{\text{fin Z}(k \text{ cof Z} - 1) \text{ fin PSV}}{\gamma \text{ fin SH}}$; mais $\text{fin SH} = \frac{k \text{ cof Z} - 1}{\sqrt{(1 - 2k \text{ cof Z} + k^2)}}$; donc $\gamma \text{ fin SH} = \text{fin Z}(k \text{ cof Z} - 1)$; par conſéquent $\text{fin PSH} = \text{fin PSV}$, & $\text{PSH} = \text{PSV}$: d'où il s'enſuit que, pour trouver le pole H des parallaxes, il n'y a qu'à prolonger l'arc de grand cercle SV du côté de V, & prendre ſur ce prolongement un arc SH, dont le coſinus ſoit $= -\frac{\text{fin Z}}{g}$; c'eſt à dire, prendre un arc s tel, que $\text{fin } s = \frac{\text{fin Z}}{g}$, & faire enſuite l'arc $\text{SH} = 90° + s$.

Fig. 7.

15. Si on vouloit déterminer la poſition du pole H ſur le globe par latitude & par longitude, il n'y auroit qu'à chercher d'abord l'angle PSV, c'eſt à dire l'angle que le cercle SV paſſant par les deux aſtres fait avec le cercle de déclinaiſon PS de l'aſtre S.

Fig. 7.

Soit

Soit cet angle $PSV = \epsilon$, & l'on aura (comme nous l'avons trouvé ci-deſſus)

$$\text{ſin } \epsilon = \frac{\text{ſin } (Q - q) \text{ cof } P}{\text{ſin } Z}.$$

Ainſi, dans le triangle PSH, connoiſſant le côté $PS = 90° - p$, le côté $SH = 90° + s$ & l'angle $PSH = \epsilon$, on trouvera le côté $PH = 90° - \alpha$, & l'angle $SPH = \beta - q$; de ſorte qu'on aura $\text{ſin } \alpha = \text{cof } p \text{ cof } s \text{ cof } \epsilon - \text{ſin } p \text{ ſin } s$, & $\text{ſin } (\beta - q) = \frac{\text{cof } s \text{ ſin } \epsilon}{\text{cof } p}$.

16. Imaginons maintenant que les aſtres S & V ſoient en mouvement, & qu'au bout d'un tems quelconque ils ſe retrouvent à la même diſtance Z l'un de l'autre; & ſuppoſons que les quantités p, q, ϵ, α, β, u & ζ, deviennent alors p', q', ϵ', α', β', u' & ζ', on aura les mêmes formules qu'auparavant, en marquant ſimplement ces lettres d'un trait.

Ainſi la parallaxe de diſtance ſera pour cette nouvelle poſition des aſtres $- iu' \text{ cof } \zeta'$.

17. Si on nomme θ le mouvement horaire de l'aſtre V pour s'approcher de l'aſtre S, lorſque ces deux aſtres ſe trouvent pour la premiere fois à la diſtance Z l'un de l'autre, & θ' le mouvement horaire du même aſtre V pour s'éloigner de l'aſtre S, lorſque ces aſtres ſe trouvent pour la ſeconde fois à la même diſtance; il eſt clair qu'on aura $-\frac{iu}{\theta} \text{ cof } \zeta$, & $-\frac{iu}{\theta} \text{ cof } \zeta'$ pour les deux parallaxes de diſtance réduites en tems.

De ſorte que ſi t eſt le tems au bout duquel les aſtres V & S ſe trouvent pour la premiere fois à la diſtance Z, & t' celui au bout duquel ils ſe retrouvent à la même diſtance, par rapport au centre de la terre; & que T, & T' ſoient les tems au bout deſquels les mêmes apparences doivent avoir lieu pour un obſervateur placé en L, on aura

$$T = t - \frac{iu}{\theta} \text{ cof } \zeta, \; T' = t' + \frac{iu'}{\theta'} \text{ cof } \zeta'.$$

18. De là on pourra trouver le tems qui doit s'écouler entre les deux momens, où les aſtres V & S paroiſſent à la même diſtance Z l'un de l'autre.

Ce tems ſera $= T' - T = t' - t + i\left(\frac{u}{\theta}\text{cof}\,\zeta + \frac{u'}{\theta'}\text{cof}\,\zeta'\right)$; mais $t' - t$ eſt le tems par rapport au centre de la terre; donc l'effet de la parallaxe ſera de

$$i\left(\frac{u}{\theta} \text{ cof } \zeta + \frac{u'}{\theta'} \text{ cof } \zeta'\right),$$

c'eſt à dire égal à la ſomme des deux parallaxes de diſtance.

Soit pour plus de ſimplicité

$$\frac{u}{\theta} = w, \; \& \; \frac{u'}{\theta'} = w',$$

en ſorte que l'effet de la ſomme des parallaxes ſoit exprimé par $i\,(w \text{ cof } \zeta + w' \text{ cof } \zeta')$; ſubſtituons à la place de cof ζ ſa valeur cof α cof ψ cof $(\Phi - \beta)$ + ſin α ſin ψ, trouvée (art. 10.), & à la place de cof ζ' ſa valeur correſpondante cof α' cof ψ cof $(\psi - \beta')$ + ſin α' ſin ψ, & la quantité w cof ζ + w' cof ζ' deviendra, en ordonnant les termes

$$(w \text{ cof } \alpha \text{ cof } \beta + w' \text{ cof } \alpha' \text{ cof } \beta') \text{ cof } \psi \text{ cof } \Phi +$$
$$(w \text{ cof } \alpha \text{ ſin } \beta + w' \text{ cof } \alpha' \text{ ſin } \beta') \text{ cof } \psi \text{ ſin } \Phi +$$
$$(w \text{ ſin } \alpha + w' \text{ ſin } \alpha') \text{ ſin } \psi.$$

Donc, ſi on ſuppoſe

$$\Gamma \text{ cof A cof B} = w \text{ cof } \alpha \text{ cof } \beta + w' \text{ cof } \alpha' \text{ cof } \beta'$$
$$\Gamma \text{ cof A ſin B} = w \text{ cof } \alpha \text{ ſin } \beta + w' \text{ cof } \alpha' \text{ ſin } \beta'$$
$$\Gamma \text{ ſin A} = w \text{ ſin } \alpha + w' \text{ ſin } \alpha',$$

on

on aura

$$w \operatorname{cof} \zeta + w' \operatorname{cof} \zeta' = \Gamma (\operatorname{cof} A \operatorname{cof} \psi \operatorname{cof} (\phi - B) + \operatorname{fin} A \operatorname{fin} \psi).$$

Or, ſi l'on prend ſur le globe terreſtre un point G, dont la latitude ſoit A & la longitude ſoit B, & qu'on nomme z la diſtance d'un lieu quelconque L de la terre à ce point G, on aura en général

$$\operatorname{cof} z = \operatorname{cof} A \operatorname{cof} \psi \operatorname{cof} (\phi - B) + \operatorname{fin} A \operatorname{fin} \psi;$$

par conſéquent la ſomme des deux parallaxes de diſtance par rapport au lieu L ſera exprimée par $\Gamma \operatorname{cof} z$, c'eſt à dire, d'une maniere analogue à celle dont nous avons repréſenté chacune des deux parallaxes en particulier.

D'où il ſuit que le point G du globe terreſtre pourra être regardé comme le pole de la ſomme des parallaxes, de maniere qu'en décrivant autour de ce pole un cercle quelconque, la ſomme des parallaxes ſera la même pour tous les pays qui ſe trouveront ſous la circonférence d'un tel cercle.

19. Les trois équations de l'art. préc. donnent d'abord

$$\Gamma^2 = w^2 + w'^2 + 2 w w' (\operatorname{cof} \alpha \operatorname{cof} \alpha' \operatorname{cof} (\beta' - \beta) + \operatorname{fin} \alpha \operatorname{fin} \alpha').$$

Or, ſi P eſt le pole du globe terreſtre, H le pole des parallaxes pour la premiere ſituation des aſtres, H′ le pole des parallaxes pour la ſeconde ſituation, en ſorte que l'on ait $PH = 90° - \alpha$, $PH' = 90° - \alpha'$, $HPH' = \beta' - \beta$; & qu'on nomme ω la diſtance HH′ des deux poles, on aura Pl. XVII. Fig. 1.

$$\operatorname{cof} \omega = \operatorname{cof} \alpha \operatorname{cof} \alpha' \operatorname{cof} (\beta - \beta') + \operatorname{fin} \alpha \operatorname{fin} \alpha',$$

& par conſéquent

$$\Gamma = V (w^2 + 2 w w' \operatorname{cof} \omega + w'^2).$$

Les mêmes équations donnent enſuite ces deux-ci,

$$\Gamma (\operatorname{cof} \alpha \operatorname{cof} A \operatorname{cof} (\beta - B) + \operatorname{fin} \alpha \operatorname{fin} A)$$
$$= w + w' (\operatorname{cof} \alpha \operatorname{cof} \alpha' \operatorname{cof} (\beta - \beta') + \operatorname{fin} \alpha \operatorname{fin} \alpha'),$$

$$\Gamma\ (\text{cof}\,\alpha'\ \text{cof}\,A\ \text{cof}\,(\beta' - B) + \text{fin}\,\alpha'\ \text{fin}\,A)$$
$$= w' + w\ (\text{cof}\,\alpha\ \text{cof}\,\alpha'\ \text{cof}\,(\beta - \beta') + \text{fin}\,\alpha\ \text{fin}\,\alpha').$$

Fig. 8. Or, en tirant des poles H, & H′ au pole G de la ſomme des parallaxes les arcs de grand cercle HG & H′G, & nommant ces arcs χ & χ', on aura

$$\text{cof}\,\chi = \text{cof}\,\alpha\ \text{cof}\,A\ \text{cof}\,(\beta - B) + \text{fin}\,\alpha\ \text{fin}\,A$$
$$\text{cof}\,\chi' = \text{cof}\,\alpha'\ \text{cof}\,A\ \text{cof}\,(\beta' - B) + \text{fin}\,\alpha'\ \text{fin}\,A.$$

Donc

$$\text{cof}\,\chi = \frac{w + w'\ \text{cof}\,\omega}{\sqrt{(w^2 + 2ww'\ \text{cof}\,\omega + w'^2)}},\quad \&$$

$$\text{cof}\,\chi' = \frac{w\ \text{cof}\,\omega + w'}{\sqrt{(w^2 + 2ww'\ \text{cof}\,\omega + w'^2)}}.$$

Ainſi connoiſſant dans le triangle HGH′ les trois côtés $HH' = \omega$, $HG = \chi$, & $H'G = \chi'$, on trouvera la poſition du pole G.

Au reſte, ſi on vouloit connoître les valeurs de A & de B, c'eſt à dire, la latitude & longitude même du pole G, on trouveroit immédiatement par les équations de l'art. préc.

$$\text{tang}\ B = \frac{w\ \text{cof}\,\alpha\ \text{fin}\,\beta + w'\ \text{cof}\,\alpha'\ \text{fin}\,\beta'}{w\ \text{cof}\,\alpha\ \text{cof}\,\beta + w'\ \text{cof}\,\alpha'\ \text{cof}\,\beta'},$$

ou bien

$$\text{tang}\,(B - \beta) = \frac{w'\ \text{cof}\,\alpha'\ \text{fin}\,(\beta' - \beta)}{w\ \text{cof}\,\alpha + w'\ \text{cof}\,\alpha'\ \text{cof}\,(\beta' - \beta)},$$

$$\&\ \text{fin}\ A = \frac{w\ \text{fin}\,\alpha + w'\ \text{fin}\,\alpha'}{\sqrt{(w^2 + 2ww'\ \text{cof}\,\omega + w'^2)}}.$$

20. Si l'on avoit $w' = w$, c'eſt à dire, ſi la quantité w étoit la même pour les deux ſituations des aſtres, on auroit $\Gamma = w\sqrt{(2 + 2\ \text{cof}\,\omega)} = 2w\ \text{cof}\,\frac{\omega}{2}$, & enſuite $\text{cof}\,\chi = \text{cof}\,\chi'$, $\frac{1 + \text{cof}\,\omega}{2\ \text{cof}\frac{\omega}{2}} =$

cof

$\text{cof}\ \frac{\omega}{2}$, & par conſéquent $\chi = \chi' = \frac{\omega}{2}$; ce qui montre que le point G tombe au milieu de l'arc HH′.

21. Nous avons trouvé ci-deſſus (art. 13.) pour un lieu quelconque L de la terre, dont la latitude eſt ψ & la longitude ϕ, l'équation

$$T = t - iw \cos \zeta.$$

Donc, ſi on ſuppoſe que les aſtres S & V aient été obſervés en même tems dans le lieu L, & dans un autre lieu quelconque M, dont la latitude ſoit Ψ & la longitude Φ, & qu'on faſſe la diſtance de ce dernier lieu au pole des parallaxes $H = \Sigma$, on aura auſſi

$$\Theta = t - iw \cos \Sigma,$$

Θ étant le tems au bout duquel aſtres S & V paroiſſent à la diſtance Z l'un de l'autre à un obſervateur placé en M.

Or, puiſque ces deux quantités T & Θ ſont données par l'obſervation, leur différence, que je nommerai Δ, le ſera auſſi, de ſorte qu'on aura l'équation

$$\Delta = iw (\cos \Sigma - \cos \zeta).$$

Mais on a (art. 10.)

$$\cos \zeta = \cos \alpha \cos \psi \cos (\phi - \beta) + \sin \alpha \sin \psi;$$

donc on aura auſſi

$$\cos \Sigma = \cos \alpha \cos \Psi \cos (\Phi - \beta) + \sin \alpha \sin \Psi, \quad \text{d'où}$$

$$\cos \Sigma - \cos \zeta = (\cos \Psi \cos \Phi - \cos \psi \cos \phi) \cos \alpha \cos \beta + (\cos \Psi \sin \Phi - \cos \psi \sin \phi) \cos \alpha \sin \beta + (\sin \Psi - \sin \psi) \sin \alpha.$$

Maintenant il eſt viſible que cette quantité peut ſe ramener à la forme

$$V \cos \alpha \cos X \cos (Y - \beta) + \sin X \sin \alpha),$$

en faiſant

V cof

$$V \cos X \cos Y = \cos \Psi \cos \Phi - \cos \psi \cos \varphi,$$
$$V \cos X \sin Y = \cos \Psi \sin \Phi - \cos \psi \sin \varphi,$$
$$V \sin X = \sin \Psi - \sin \psi.$$

Fig. 9. De plus il eſt évident que, ſi, dans le triangle PHF, P eſt le pole de l'équateur, H celui des parallaxes, & F le lieu qui répond à la latitude terreſtre X & à la longitude Y, en ſorte que

$$PH = 90° - \alpha, \quad PF = 90° - X, \quad \& \quad FPH = \beta - Y,$$

on aura $\cos FH = \cos \alpha \cos X \cos(\beta - Y) + \sin \alpha \sin X$, de maniere qu'en nommant ξ la diſtance du pole H au point F on aura $\cos \Sigma - \cos \zeta = V \cos \xi$.

22. Pour trouver maintenant la valeur de la quantité V, & la poſition du point F ſur le globe, on traitera les trois équations de l'art. préc. comme on a fait celles de l'art. 17, auxquelles elles ſont entierement analogues; & on trouvera

1°. que ſi on nomme λ la diſtance LM entre les deux lieux d'obſervation L & M, on aura $V = 2 \sin \frac{\lambda}{2}$;

Fig. 10. 2°. que ſi on prolonge l'arc de grand cercle LM du côté de M, & que du point du milieu l on prenne $lF = 90°$, on aura le point cherché F.

Si on vouloit connoitre la latitude & la longitude même de ce point F, on auroit ſur le champ

$$\text{tang } Y = \frac{\cos \Psi \sin \Phi - \cos \psi \sin \varphi}{\cos \Psi \cos \Phi - \cos \psi \cos \varphi},$$

$$\sin X = \frac{\sin \Psi - \sin \psi}{2 \sin \frac{\lambda}{2}}.$$

Ayant

Ayant déterminé ainſi la poſition du point F, on aura pour le tems qui s'écoule entre l'obſervation en L & celle en M, la formule

$$2iw \cos\frac{\lambda}{2} \cos\xi,$$

ξ étant la diſtance du point F au pole des parallaxes H.

23. S'il y avoit trois Obſervateurs placés en trois endroits différens L, M, N, de la ſurface de la terre, & qu'ayant décrit par ces trois points les arcs de grand cercle LMF, LNE, MND, on y prît des points du milieu l, m, n, les arcs lF, mE, nD, chacun de 90° degrés; qu'enſuite on menât, par les extrémités F, E, D de ces arcs & par le pole des parallaxes H, les arcs de grand cercle FH, EH, DH, & qu'on nommât

		Fig. 11.
LM	λ	
LN	μ	
MN	ν	
cos FH	x	
cos EH	y	
cos DH	z	

on auroit

$$\text{Tems. en L} - \text{Tems. en M} = 2iwx \cos\frac{\lambda}{2},$$

$$\text{Tems. en L} - \text{Tems. en N} = 2iwy \cos\frac{\mu}{2},$$

$$\text{Tems. en M} - \text{Tems. en N} = 2iwz \cos\frac{\nu}{2}.$$

Donc, puiſque ces différences ſont données immédiatement par les obſervations, ſi on les ſuppoſe égales à a, b, c, on aura les trois équations

$$a = 2iwx \cos\frac{\lambda}{2}, \quad b = 2iwy \cos\frac{\mu}{2}, \quad c = 2iwz \cos\frac{\nu}{2},$$

d'où l'on tire

$$y = \frac{b \cos \frac{\lambda}{2}}{a \cos \frac{\mu}{2}} x, \quad z = \frac{c \cos \frac{\lambda}{2}}{a \cos \frac{\nu}{2}} x.$$

Or, en ſuppoſant la poſition des lieux d'obſervation L, M, N, donnée, il eſt clair que le triangle EFD ſera donné, auſſi bien que le rapport des coſinus des arcs FH, EH, DH, qui aboutiſſent au même point H, de ſorte qu'on pourra, à l'aide des équations précédentes, trouver la poſition du pole des parallaxes H.

24. Pour cela nous nommerons les diſtances

FE . . . . . L,
FD . . . . . M,
DE . . . . . N,

& nous aurons dans le triangle FEH

$$\cos FHE = \frac{\cos L - xy}{\sqrt{(1-x^2)}\sqrt{(1-y^2)}},$$

dans le triangle FDH

$$\cos DHF = \frac{\cos M - xz}{\sqrt{(1-x^2)}\sqrt{(1-z^2)}},$$

& dans le triangle EDH

$$\cos DHE = \frac{\cos N - yz}{\sqrt{(1-y^2)}\sqrt{(1-z^2)}}.$$

Mais, comme la ſomme des angles qui ſont autour de F doit faire 4 droits, on aura

$$\cos (FHE + DHF) = \cos DHE,$$

c'eſt à dire

$$\cos FHE \times \cos DHF - \sin FHE \times \sin DHF = \cos DHE,$$

ou

ou bien en quarrant

$$(1 - (\text{cof FHE})^2)\,(1 - (\text{cof DHF})^2) = (\text{cof DHE} - \text{cof FHE} \times \text{cof DHF})^2,$$

& réduiſant

$$1 - (\text{cof FHE})^2 - (\text{cof DHF})^2 - (\text{cof DHE})^2 + 2\,\text{cof FHE} \times \text{cof DHF} \times \text{cof DHE} = 0.$$

Donc, ſubſtituant les valeurs trouvées ci-deſſus, & otant les dénominateurs, on aura

$$(1 - x^2)(1 - y^2)(1 - z^2) - (\text{cof L} - xy)^2 (1 - z^2) - (\text{cof M} - xz)^2 (1 - y^2) - (\text{cof N} - yz)^2 (1 - x^2) + 2\,(\text{cof L} - xy)(\text{cof M} - xz)(\text{cof N} - yz) = 0,$$

ce qui ſe réduit à

$$1 - \text{cof L}^2 - \text{cof M}^2 - \text{cof N}^2 + 2\,\text{cof L cof M cof N} - x^2 \,\text{ſin N}^2 - y^2 \,\text{ſin M}^2 - z^2 \,\text{ſin L}^2 + 2xy\,(\text{cof L} - \text{cof M cof N}) + 2xz\,(\text{cof M} - \text{cof L cof N}) + 2yz\,(\text{cof N} - \text{cof L cof M}) = 0.$$

Or, faiſant pour plus de ſimplicité,

$$\frac{b\ \text{cof}\ \frac{\lambda}{2}}{a\ \text{cof}\ \frac{\mu}{2}} = m, \qquad \frac{c\ \text{cof}\ \frac{\lambda}{2}}{a\ \text{cof}\ \frac{\nu}{2}} = n,$$

en ſorte que l'on ait $y = mx$, & $z = nx$, & ſubſtituant ces valeurs dans l'équation précédente, on en tirera

$$x = \sqrt{(1 - \text{cof L}^2 - \text{cof M}^2 - \text{cof N}^2 + 2\,\text{cof L cof M cof N})},$$

diviſé par

$$\sqrt{(\sin N^2 + m^2 \sin M^2 + n^2 \sin L^2 - 2m(\cos L - \cos M \cos N) - 2n(\cos M - \cos L \cos N) - 2mn(\cos N - \cos L \cos M))}.$$

Ainſi l'on connoîtra x, & par conſéquent auſſi y & z; ce qui ſuffit pour déterminer la poſition du point H.

25. A l'égard des arcs L, M, & N, il eſt facile de les déterminer par le moyen des arcs λ, μ & ν, qui ſont ſuppoſés connus.

En effet, dans le triangle FLE, on a $FE = L$, $LF = \frac{\lambda}{2} + 90°$, & $LE = \frac{\mu}{2} + 90°$; donc nommant η l'angle en L, on aura $\cos L = \cos\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\mu}{2}\cos\eta + \sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\mu}{2}$. De plus dans le triangle LMN, on a $\cos\eta = \frac{\cos\nu - \cos\lambda\cos\mu}{\sin\lambda\sin\mu}$; donc on aura

$$\cos L = \frac{\cos\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\mu}{2}(\cos\nu - \cos\lambda\cos\mu)}{\sin\lambda\sin\mu} + \sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\mu}{2},$$

ou bien,

$$\cos L = \frac{\cos\nu - \cos\lambda\cos\mu}{4\sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\mu}{2}} + \sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\mu}{2},$$

ou bien encore,

$$\cos L = \frac{1 + \cos\nu - \cos\lambda - \cos\mu}{4\sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\mu}{2}},$$

& l'on trouvera de même

$$\cos M = -\frac{1 + \cos\mu - \cos\lambda - \cos\nu}{4\sin\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\nu}{2}},$$

cos

$$\text{cof } N = \frac{1 + \text{cof } \lambda - \text{cof } \mu - \text{cof } \nu}{4 \text{ fin } \frac{\mu}{2} \text{ fin } \frac{\nu}{2}}.$$

Ce que nous venons de démontrer touchant les différences des parallaxes obſervées en deux on trois endroits différens, doit s'appliquer de même aux différences des ſommes des parallaxes, dont nous avons traité dans l'art. 16. & ſuiv.; il faudra ſeulement ſubſtituer, dans ce cas, au pole H des parallaxes le pole G de la ſomme des parallaxes.

26. Avant de paſſer à l'application de la théorie que nous venons de donner, il eſt bon de remarquer que, comme dans la projection ordinaire des Mappemondes, qui eſt la projection *ſtéréographique* de Ptolémée, tous les cercles du globe deviennent auſſi des cercles, on pourra également tranſporter ſur la Mappemonde les différens cercles des parallaxes & des ſommes des parallaxes que nous avons enſeigné à tracer ſur le globe.

Si l'on connoiſſoit pour chacun de ces cercles la poſition de trois points quelconque, il n'y auroit qu'à chercher ſur la Mappemonde les points correſpondans, & le cercle qui paſſeroit par ces trois points ſeroit néceſſairement la projection du cercle décrit ſur le globe; mais, lorſqu'on ne connoit que la poſition du pole avec l'ouverture, c'eſt à dire, l'arc qui meſure la diſtance du pole à la circonférence, il eſt plus court de chercher directement le centre & le rayon de la projection.

Pour réſoudre ce probleme, ſoit AB le diametre du cercle de projection, O le lieu de l'oeil, H le pole d'un cercle décrit ſur le globe, dont MN eſt le diametre, AVBO un grand cercle de la ſphere qui paſſe par les points O & H; il eſt facile de voir qu'en menant les rayons viſuels OM, ON, le cercle MN ſera projetté par un autre cercle dont le diametre ſera ST: de ſorte qu'en diviſant la ligne ST en deux également en R, le point R ſera le centre, & la ligne RS le rayon du cercle dont il s'agit. Fig. 12. Fig. 13.

De plus, ſi on ſuppoſe, comme dans les Mappemondes ordinaires, que le cercle de projection EAPQB eſt le premier méridien, & que EQ ſoit le diametre de l'équateur qui y eſt perpendiculaire, & P le pole du monde; il eſt clair qu'en menant par les points P & H l'arc de méridien PH, on aura PH égale au complément de la latitude du point H, & l'angle HPA égal à la longitude de ce même point. Fig. 13.

Donc, ſi on nomme

la latitude du point H - - - - - α,
la longitude du même point - - - - - β,
l'arc HM, c'eſt à dire, l'ouverture du cercle MN - ζ,
l'arc AE - - - - - - V,
l'arc HA - - - - - - W,

on aura d'abord dans le triangle HAP rectangle en A tang. AP $=$ tang PH cof HAP, & ſin HA $=$ ſin PH ſin HPA, c'eſt à dire, Fig. 14.

$$\text{tang } V = \frac{\text{tang } \alpha}{\text{cof } \beta}, \quad \& \quad \text{ſin } W = \text{cof } \alpha \text{ ſin } \beta.$$

Enſuite on aura $AN = W + \zeta$, $AM = W - \zeta$, $CT =$ tang VON $=$ tang $\frac{VN}{2} =$ cot $\frac{W+\zeta}{2}$, & de même $CS =$ cot $\frac{W-\zeta}{2}$. Donc Fig. 12.

$$CR = \frac{\text{cot } \frac{W-\zeta}{2} + \text{cot } \frac{W+\zeta}{2}}{2},$$

$$RS = \frac{\text{cot } \frac{W-\zeta}{2} - \text{cot } \frac{W-\zeta}{2}}{2},$$

ou bien,

CR

$$CR = \frac{\sin W}{\cos W + \cos \zeta}, \quad RS = \frac{\sin \zeta}{\cos W + \cos \zeta}.$$

Au reſte, la ſolution de ce probleme deviendroit beaucoup plus facile, ſi dans la projection de la Mappemonde, au lieu de ſuppoſer l'oeil dans l'équateur, comme on le fait ordinairement, on le ſuppoſoit au pole même; car alors, tous les méridiens étant des lignes droites, il eſt clair que le centre du cercle ſur la Mappemonde ſe trouveroit dans le même méridien que ſur le globe, de ſorte qu'il n'y auroit qu'à marquer ſur ce méridien les deux points par où doit paſſer le cercle, & la portion de méridien interceptée entre ces deux points en ſeroit néceſſairement le diametre.

§. III. *Application de la théorie précédente aux paſſages des Planetes ſur le diſque du Soleil.*

27. Suppoſons maintenant que l'aſtre S ſoit le Soleil, & que l'aſtre V ſoit une planete quelconque qui paſſe devant lui; en faiſant $Z =$ au demi-diametre du Soleil, on aura (art. 13.) $- iw \cos \zeta$ pour la parallaxe d'entrée, & $iw' \cos \zeta'$ pour la parallaxe de ſortie, c'eſt à dire, pour les effets de la parallaxe ſur le tems de l'entrée & de la ſortie de la planete; le ſigne $-$ marque l'accélération du contact, & le ſigne $+$ le retardement.

28. Soit (fig. 14.) S le centre du Soleil, ELC ſon disque, VV′ la route de la planete V ſur ce disque, EC l'écliptique, SL le cercle de latitude du Soleil, SD le cercle de déclinaiſon, en menant les rayons SV, SV′, & la perpendiculaire SR, on aura SQ égale à la latitude de la planete au tems de la conjonction, RSQ égal à l'angle de la ligne VV′ avec la ligne EC, c'eſt à dire, à l'inclinaiſon de l'orbite rélative VV′ de la planete ſur l'écliptique, DSL $=$ à l'angle de poſition du Soleil, & les angles VSD & V′SD ſeront ceux que nous avons nommés ε & ε' dans les art. 15. & 16. Fig. 14.

Soient nommées donc,

la

la latitude de la planete au tems de la conjonction - - Λ,
l'inclinaiſon de ſon orbite rélative ſur l'écliptique - - - Υ,
l'angle de poſition au moment de l'entrée - - - Π,
l'angle de poſition au moment de la ſortie - - - - Π'.

On trouvera d'abord la moindre diſtance de centre $SR = \Lambda \cos \Upsilon$; enſuite faiſant l'angle $VSR = \eta$, on aura

$$\cos \eta = \frac{\Lambda \cos \Upsilon}{Z}, \qquad \text{\& par conſéquent}$$

$$\varepsilon = \eta - \Upsilon - \Pi, \quad \varepsilon' = \eta + \Upsilon + \Pi'.$$

Connoiſſant par ce moyen les angles ε & ε', & connoiſſant auſſi les déclinaiſons du ſoleil p & p' pour les momens de l'entrée & de la ſortie, on trouvera aiſément par l'art. 14. la poſition des poles H, & H', que nous nommerons dorénavant *poles d'entrée & de ſortie;* ainſi on connoitra pour chaque lieu de la terre les angles ζ, & ζ'.

Nous remarquerons ſeulement que, comme l'angle ε' tombe de l'autre côté du cercle de déclinaiſon SD, il faudra auſſi dans la fig. 7. prendre l'arc SH de l'autre côté de PS; ainſi l'angle SPH devra être regardé comme négatif, c'eſt à dire que cet angle, au lieu d'être ſuppoſé égal à $\beta' - q'$, devra être au contraire $= q' - \beta'$.

29. A l'égard des mouvemens horaires θ & θ', il eſt facile de voir que, ſi on nomme

le mouvement horaire de la planete ſur ſon orbite rélative au moment de l'entrée - - - - - ϑ,
& au moment de la ſortie - - - - - ϑ',

on aura $\theta = \frac{VR}{SV}\vartheta$, $\theta' = \frac{VR}{SV}\vartheta'$, c'eſt à dire,

$$\theta = \frac{\vartheta\, V(Z^2 - \Lambda^2 \cos \Upsilon^2)}{Z} = \vartheta \sin \eta,$$

$\theta' =$

$$\vartheta' = \frac{\vartheta' V (Z^2 - \Lambda^2 \operatorname{cof} \Upsilon^2)}{Z} = \vartheta' \operatorname{fin} \varphi.$$

Dans les paſſages de Mercure, les quantités ϑ & ϑ' peuvent différer entr'elles de quelques ſecondes, à cauſe de la grande excentricité de cette planete; mais dans ceux de Vénus la différence de ces deux quantités eſt abſolument inſenſible: il en faut dire autant des quantités u & u', qui expriment les rapports des diſtances de la planete au Soleil & à la Terre (art. 13.), de ſorte que dans ces derniers paſſages on peut ſuppoſer $w' = w$.

30. Mr. de l'Iſle eſt le premier qui ait eu l'idée de tracer ſur le globe, auſſi bien que ſur la mappemonde, les différens cercles des paralaxes d'entrée & de ſortie dans les paſſages des planetes ſur le diſque du Soleil. Il l'exécuta d'abord pour le paſſage de Mercure de 1753, & enſuite pour celui de Vénus de 1761; & Mr. de la Lande a rempli le même objet pour le paſſage de Vénus qui s'obſervera en 1769. Comme Mr. de l'Iſle n'a point donné les principes de ſa méthode, & que Mr. de la Lande n'a déduit la ſienne que de la théorie des projections, j'ai cru qu'il n'étoit pas tout à fait inutile d'examiner cette matiere par l'analyſe; d'ailleurs, ſuivant les méthodes dont nous venons de parler, pour trouver le pole H d'entrée ou de ſortie, il faut prolonger l'arc de grand cercle SV en H, de maniere que l'on ait SH $= 90°$; au lieu que nous avons trouvé (art. 14.) que l'arc SH doit être $= 90° + s$, l'arc s étant tel que $\operatorname{fin} s = \frac{\operatorname{fin} Z}{g}$. Il eſt vrai que comme Z demi-diametre du Soleil n'eſt que d'environ $16'$, & que la quantité g, rapport des diſtances de la planete & de la Terre au Soleil, eſt à peu près $\frac{4}{10}$ pour Mercure, & $\frac{7}{10}$ pour Vénus, l'angle s ne ſera que d'environ $37'$ pour la premiere de ces deux planetes & de $22'$ pour la ſeconde, & qu'ainſi l'erreur ſera toujours fort petite. Fig. 7.

Cependant, comme on pourroit appliquer la même théorie à des cas où la diſtance Z ne ſeroit plus très petite, il m'a paru important de réſoudre le probleme en toute rigueur.

31. Mais ce n'eſt pas là le ſeul avantage de notre méthode. On ſait que la plus importante de toutes les obſervations que l'on puiſſe faire dans un paſſage de Vénus, eſt celle de la durée du paſſage; auſſi le principal objet des voyages qui ont été entrepris à l'occaſion du paſſage de 1761, étoit de nous procurer des obſervations de la durée dans les lieux où les effets de la parallaxe devoient être les plus ſenſibles & les plus oppoſés; & tel eſt auſſi, je crois, le but des voyages auxquels les Aſtronomes ſe diſpoſent actuellement.

Or, ſuivant ce que nous avons démontré dans l'art. 18 & ſuiv., la parallaxe de durée eſt exprimée en général par

$$i\sqrt{(w^2 + 2ww' \cos\omega + w'^2)} \times \cos z,$$

z étant la diſtance du lieu d'obſervation au pole G, dont la poſition eſt donnée ſur le globe; de ſorte que la parallaxe dont il s'agit ſera abſolument nulle dans les lieux placés ſous la circonférence du grand cercle qui auroit le même point G pour pole, & qu'elle croîtra en raiſon des ſinus des diſtances à ce même cercle. On pourroit donc auſſi, ſi on vouloit tracer ſur un globe, ou ſur une mappemonde, différens cercles *de durée*, c'eſt à dire tels, que la durée du paſſage fût la même pour tous les pays qui ſe trouveroient dans la circonférence de chacun d'eux; l'opération ſeroit abſolument la même que pour les cercles d'entrée & de ſortie de Mr. de l'Iſle, en prenant, au lieu du pole H ou H', le pole G (art. 19.).

32. Ma méthode donne de plus un moyen facile de comparer entr'elles les obſervations, ſoit de l'entrée ou de la ſortie, ſoit de la durée du paſſage, faites en pluſieurs endroits. Car nous avons trouvé que la différence entre les momens de l'entrée ou de la ſortie pour deux endroits quelconques eſt exprimée généralement par

$$2iw \cos\frac{\lambda}{2} \cos\xi,$$

les angles λ & ξ dépendant de la poſition des lieux d'obſervation, & de celle des poles d'entrée ou de ſortie (art. 22.).

Il en

Il en eſt de même des différences de durée, en prenant le pole de durée à la place de celui d'entrée ou de ſortie.

Ainſi, connoiſſant exactement la poſition des lieux d'obſervation, & ayant déterminé, ſoit par les tables, ſoit par l'obſervation même, les élémens d'où dépend la poſition des poles (art. 28.), on trouvera immédiatement la valeur de i, c'eſt à dire, la parallaxe du Soleil, qui eſt le principal objet des obſervations des paſſages de Vénus.

33. Si on avoit trois obſervations faites en trois endroits différens, on n'auroit beſoin que de connoître la poſition de ces trois lieux, pour pouvoir déterminer la parallaxe i du Soleil; car, dans les formules des art. 23. & ſuiv., on auroit par obſervation les valeurs des quantités a, b, c, différences entre les tems, ſoit de l'entrée, ſoit de la ſortie, ou de la durée, obſervés dans les trois lieux donnés; enſuite les diſtances reſpectives de ces mêmes lieux donneroient les valeurs des angles λ, μ, ν, & par conſéquent auſſi celles des angles L, M, N (art. 25.); ainſi on trouveroit la valeur de x (art. 24.), laquelle étant miſe dans l'équation $a = 2iwx \cos\frac{\lambda}{2}$, on en tireroit la valeur de i.

34. Cette méthode de connoître la parallaxe du Soleil par le moyen de trois obſervations me paroit la plus commode & la plus exacte de toutes; il faut ſeulement remarquer que, ſi on veut ſe ſervir des obſervations de l'entrée ou de la ſortie, il eſt néceſſaire de connoître avec une très grande préciſion les différences des méridiens des lieux d'obſervation, pour avoir les valeurs exactes des différences des tems a, b, c; mais, ſi on employe les durées obſervées, les différences des méridiens n'entreront plus que dans la détermination des quantités λ, μ, ν, & par conſéquent il ſuffira qu'elles ſoient connues à très peu près, auſſi bien que les latitudes des lieux.

35. Au reſte, pour ſavoir, ſi le paſſage ſera viſible dans un lieu quelconque donné L, il n'y aura qu'à chercher la hauteur du Soleil dans ce lieu aux momens de l'entrée & de la ſortie.

Soit donc la hauteur du Soleil au deſſus de l'horizon du lieu L
au moment de l'entrée - - - - σ,
la hauteur au moment de la ſortie - - - σ';

il eſt clair que la diſtance du même lieu L aux lieux de la terre auxquels le Soleil ſera perpendiculaire aux momens de l'entrée & de la ſortie, & qui ſont déterminées par les latitudes α & α', & par les longitudes β & β', il eſt clair, dis-je, que ces diſtances ſeront les complémens des angles σ, & σ'; c'eſt pourquoi on aura

$$\text{ſin } \sigma = \text{cof } \alpha \text{ cof } \psi \text{ cof}(\beta - \phi) + \text{ſin } \alpha \text{ ſin } \psi, \quad \&$$
$$\text{ſin } \sigma' = \text{cof } \alpha' \text{ cof } \psi \text{ cof}(\beta' - \phi) + \text{ſin } \alpha' \text{ ſin } \psi.$$

36. Remarque. Lorſque l'angle Z eſt fort petit, on pourroit avoir quelque ſcrupule ſur la réduction que nous avons faite (art. 13.) de l'équation $\text{cof } Z' = \text{cof } Z + iu \text{ ſin } Z \text{ cof } \zeta$ à $Z' = Z - iu \text{ cof } \zeta$; car, ſoit $Z' = Z + \pi$, on aura $\text{cof } Z' = \text{cof } Z - \pi \text{ ſin } Z - \frac{\pi^2}{2} \text{cof } Z$ &c.;

donc $\pi \text{ ſin } Z + \frac{\pi^2}{2} \text{ cof } Z - \&c. = - iu \text{ ſin } Z \text{ cof } \zeta$,

& par conſéquent

$$\pi + \frac{\pi^2 \text{ cot } Z}{2} - \&c. = - iu \text{ cof } \zeta,$$

d'où l'on tire

$$1^\circ.\ \pi = - iu \text{ cof } \zeta,$$
$$2^\circ.\ \pi = - iu \text{ cof } \zeta - \frac{i^2 u^2 \text{ cot } Z \text{ cof } \zeta^2}{2},$$

& ainſi de ſuite. Or, comme i eſt une quantité fort petite, nous avons cru pouvoir nous en tenir à la premiere valeur approchée de π, ſavoir

ſavoir $-iu \cos \zeta$, d'où réſulte l'équation $Z' = Z - iu \cos \zeta$; cependant, lorsque l'angle Z eſt aſſez petit pour que la valeur de cot Z ſoit fort conſidérable, il eſt clair que le terme $\frac{i^2 u^2 \cot Z \cos \zeta^2}{2}$ ne doit plus être négligé vis-à-vis du terme $iu \cos \zeta$.

Pour apprécier l'effet qui réſulteroit d'une telle négligence dans les paſſages des planetes ſur le diſque du Soleil, nous remarquerons que le rapport des termes dont il s'agit eſt exprimé en général par $\frac{iu \cot Z \cos \zeta}{2}$; de ſorte que ſa plus grande valeur eſt de $\frac{iu \cot Z}{2}$. Or on a environ $Z = 16'$, $i = \sin 10''$, $u = 0,6316$ pour Mercure, & $= 2,6144$ pour Vénus, d'où l'on trouvera pour les paſſages de Mercure

$$\frac{iu \cot Z}{2} = 0,003284,$$

& pour ceux de Vénus

$$\frac{iu \cot Z}{2} = 0,013594.$$

Ainſi l'erreur ne ſera dans le premier cas que de $\frac{3}{1000}$ du total, mais il ſera de $\frac{13}{1000}$ dans le ſecond, de ſorte que ſi le plus grand effet de la parallaxe étoit de $8'$, comme il le ſera à très peu près dans le paſſage de 1769, la plus grande erreur ſeroit d'environ $6''$.

Au reſte, quelque petite que ſoit cette erreur, ſi quelque calculateur ſcrupuleux vouloit abſolument l'éviter, il le pourroit aiſément. Pour cela il ſuffiroit de remarquer que $\cos Z' - \cos Z = 2 \sin \frac{Z' - Z}{2} \times \sin \frac{Z' + Z}{2} \doteq$ (en faiſant $Z' = Z + \pi$) $2 \sin \frac{\pi}{2} \sin \left(Z + \frac{\pi}{2}\right)$, de ſorte qu'on auroit rigoureuſement l'équation

$$2 \sin \frac{\pi}{2} \sin \left(Z + \frac{\pi}{2} \right) = - iu \sin Z \cos \zeta,$$

ou bien, à cauſe que π eſt un angle fort petit,

$$\pi \sin \left(Z + \frac{\pi}{2} \right) = - iu \sin Z \cos \zeta,$$

d'où l'on tire

$$\pi = - \frac{iu \sin Z}{\sin \left(Z + \frac{\pi}{2} \right)} \cos \zeta,$$

ou bien, en ſubſtituant pour π ſa premiere valeur approchée $- iu \cos \zeta$,

$$\pi = - \frac{iu \sin Z \cos \zeta}{\sin \left(Z - \frac{iu \cos \zeta}{2} \right)},$$

d'où l'on voit qu'il n'y aura qu'à augmenter la parallaxe d'entrée en raiſon de $\frac{\sin Z}{\sin \left(Z - \frac{iu \cos \zeta}{2} \right)}$ à 1, & la parallaxe de ſortie en celle de $\frac{\sin Z}{\sin \left(Z - \frac{iu' \cos \zeta'}{2} \right)}$ à 1.

A l'égard de la parallaxe de durée, comme elle doit être égale à la ſomme des deux parallaxes d'entrée & de ſortie (art. 18.), il n'y aura qu'à y ajouter ces deux corrections,

$$\frac{i \cot Z}{2} u \cos \zeta \times \text{parall. d'entrée}$$

$$+ \frac{i \cot Z}{2} u' \cos \zeta' \times \text{parall. de ſortie.}$$

Ainſi,

Ainſi, lorsqu'on voudra faire uſage de la méthode de l'art. 23. pour déduire la parallaxe du Soleil de trois obſervations, il faudra pour plus d'exactitude appliquer d'abord ces corrections aux obſervations mêmes; mais je crois que cette précaution ſera le plus ſouvent ſuperflue.

§. IV. *Du paſſage de Vénus qui s'obſervera le 3. Juin 1769 au ſoir.*

37. Comme les circonſtances de ce paſſage ont déjà été déterminées par différens Aſtronomes, & ſurtout par Mrs. Pingré & de la Lande, d'après les tables de Mr. Hallei, corrigées ſur les obſervations du paſſage de 1761, & que leurs réſultats s'accordent d'ailleurs à très peu près, j'ai cru pouvoir me diſpenſer de les calculer de nouveau, & je me ſuis contenté d'emprunter de Mr. de la Lande les élémens ſuivans:

tems vrai de la conjonction au méridien de Paris -	$10^h\ 9'\ 53''$,
longitude du ſoleil - - - - -	$2^s\ 13°\ 27'\ 10''$,
latitude géocentrique de Vénus - - -	$10'\ 13''\ 4$,
inclinaiſon de l'orbite rélative de Vénus ſur l'écliptique -	$8°\ 29'\ 0''$,
mouvement horaire de Vénus ſur l'orbite rélative - -	$4'\ 0''$,
mouvement horaire du Soleil - - - - -	$2'\ 13''\ 5$,
la diſtance du Soleil à la Terre (en ſuppoſant la moyenne $=1$)	$1,01514$,
la diſtance de Vénus au Soleil - - - - -	$0,72627$,
le demi-diametre du Soleil - - - - - -	$15'\ 47''$,
le demi-diametre de Vénus - - - - - -	$29''$.

38. Ainſi on aura d'abord

$$\begin{aligned} \Lambda &= 10'\ 13''\ 4, \\ \vartheta &= 9' = 4'\ 0'', \\ \Upsilon &= 8°\ 29'\ 0'', \\ Z &= 15'\ 47'', \\ r &= 1,01514, \\ f &= 0,72627, \end{aligned}$$

d'où

d'où l'on trouvera

$$A \cos \Upsilon = 10^{s}\ 6'',7,$$
$$\eta = 50^{\circ}\ 9'\ 37'',$$
$$\theta = \theta' = 184'',26,$$
$$R = r - f = 0,28887,$$
$$lg = 9,8545722,$$
$$s = 22'\ 3'',$$
$$lu = lu' = 0,4003957,$$
$$lw = lw' = 1,6912165,$$

d'où

$$zv = w' = 49'',115.$$

(J'ai multiplié ici la valeur de $\frac{u}{\theta}$ par 3600 pour avoir la valeur de zv en ſecondes.)

A l'égard de z on remarquera que, comme le mouvement horaire θ eſt exprimé en ſecondes, il faudra de même exprimer en ſecondes la parallaxe du Soleil; de ſorte que la quantité z dénotera le nombre des ſecondes qui déterminent cette parallaxe.

39. Maintenant on trouvera dans la fig. 14. du §. préc.

$$l.\ VR = 2,8616200,$$
$$l.\ QR = 1,9565997,$$

d'où, en réduiſant ces quantités en tems, à raiſon de $4'$, $0''$ par heure, on aura

la demi-demeure du centre de Vénus ſur le diſque - $3^{h}\ 1'\ 47''$,
la différence entre la conjonction & le milieu du paſſage, laquelle doit s'ajouter à la conjonction - - $22'\ 37''$.

De ſorte qu'on aura au méridien de Paris,

l'entrée du centre à - - - - - $7^{h}\ 30'\ 43''$,
le milieu du paſſage à - - - - - $10^{h}\ 32'\ 30''$,
la ſortie du centre à - - - - - $13^{h}\ 34'\ 17''$.

Or

Or l'intervalle entre le commencement du paſſage & la conjonction étant de $2^h\ 39'\ 10''$, & l'intervalle entre la conjonction & la fin du paſſage étant de $3^h\ 24'\ 24''$, on trouvera $6'\ 20''$ à retrancher de la longitude du Soleil au tems de la conjonction, & $8'\ 8''$ à y ajouter, pour avoir les longitudes aux momens de l'entrée & de la ſortie; de ſorte qu'on aura

longitude du Soleil pour l'entrée - - $2^s\ 13^\circ\ 20'\ 50''$,
longitude du Soleil pour la ſortie - - - $2^s\ 13^\circ\ 35'\ 18''$,

d'où l'on trouvera, en ſuppoſant l'obliquité de l'écliptique de $23^\circ\ 28'\ 10''$, telle qu'elle ſera au mois de Juin 1769,

$$p = 22^\circ\ 25'\ 46'', \qquad p' = 22^\circ\ 27'\ 33'',$$
$$\Pi = 7^\circ\ 5'\ 30'', \qquad \Pi' = 6^\circ\ 59'\ 35'',$$

& par conſéquent

$$\epsilon = 34^\circ\ 35'\ 7'', \qquad \epsilon' = 65^\circ\ 38'\ 12''.$$

Enfin, en convertiſſant les tems de l'entrée & de la ſortie en degrés à raiſon de 15° par heure, on aura les angles horaires du Soleil par rapport à Paris, comptés d'orient en occident; donc, en prenant les complémens de ces angles à 360°, & y ajoutant 20° longitude de Paris, on aura par rapport au premier méridien

$$q = 267^\circ\ 19'\ 15'', \qquad q' = 176^\circ\ 25'\ 45''.$$

40. Cela poſé, on aura dans le triangle PSH, $PS = 90^\circ - p$, $SH = 90^\circ + s$, $PSH = \epsilon$ pour l'entrée, & $PS = 90^\circ - p'$, $SH = 90^\circ + s$, $PSH = \epsilon'$ pour la ſortie (art. 14. & ſuiv.); ainſi on trouvera 1°. le côté PH qui ſera dans le premier cas $= 90^\circ - \alpha$, & dans le ſecond $= 90^\circ - \alpha'$; 2°. l'angle SPH, qui ſera dans le premier cas $= \beta - q$, & dans le ſecond $= q' - \beta'$; de ſorte qu'on connoîtra par ce moyen les latitudes α, α', & les longitudes β, β' des poles d'entrée & de ſortie. Fig. 7.

On trouvera donc

$$\alpha = 49^\circ\,20'\,7'', \qquad \beta = 26^\circ\,44'\,13'',$$
$$\alpha' = 22^\circ\,15'\,27'', \qquad \beta' = 76^\circ\,15'\,8''.$$

41. Pour trouver maintenant le pole de durée, on remarquera qu'à cauſe de $w = w'$, ce pole tombera préciſément au milieu de l'arc qui paſſe par les deux poles d'entrée & de ſortie art. 19.

Fig. 15. Soit donc P le pole du globe terreſtre H, & H′ les poles d'entrée & de ſortie, & G le pole de durée, en ſorte que $H'G = \frac{1}{2}HH'$; on aura dans le triangle HPH′, $PH = 90^\circ - \alpha$, $PH' = 90^\circ - \alpha'$, & $HPH = \beta' - \beta$; ainſi on trouvera le côté $HH' = \omega$, & l'angle H′; enſuite, dans le triangle PHG, connoiſſant les côtés H′P & H′G, avec l'angle compris H′, on trouvera le côté $PG = 90^\circ - A$, & l'angle $H'PG = \beta' - B$.

On aura donc

$$\omega = 47^\circ\,14'\,44'',$$
$$A = 38^\circ\,21'\,53'',$$
$$B = 56^\circ\ \ 4'\,23'';$$

& comme $\Gamma = 2w \cos\frac{\omega}{2}$ (art. 20.), on aura

$$\frac{\Gamma}{\pi} = 45'',000, \quad l. \ 1,6532083.$$

42. Voilà tous les élémens néceſſaires pour calculer les parallaxes d'entrée, de ſortie & de durée dans le prochain paſſage de Vénus ſur le Soleil; nous allons les remettre ici en peu de mots ſous les yeux de l'Académie.

Le lieu du pole d'entrée eſt à 49° 20′ 7″ de latitude, & à 26° 44′ 13″ de longitude; ainſi ce pole tombe entre Francfort & Nuremremberg près de Miltenberg.

Le lieu du pole de ſortie eſt à 22° 15′ 27″ de latitude, & à 76° 15′ 8″ de longitude; de ſorte qu'il tombe près de Maſcate en Arabie.

En-

Enfin le pole de durée eſt à 38° 21′ 53″ de latitude, & à 56° 4′ 23″ de longitude, c'eſt à dire, à environ deux degrés tant à l'orient qu'au nord de la ville d'Alexandrette.

Ces trois poles étant ainſi déterminés, ſi on nomme ζ la diſtance d'un lieu quelconque de la terre au pole d'entrée, ζ' ſa diſtance au pole de ſortie, & z la diſtance du même lieu au pole de durée, on aura, en dénotant par i le nombre des ſecondes de la parallaxe du Soleil,

	effet de la parallaxe
ſur l'entrée du centre - - -	$-$ 49″,115 i cof ζ,
ſur la ſortie du centre - - -	$+$ 49″,115 i cof ζ',
ſur la demi-durée du paſſage - - -	$+$ 45″,000 i cof z

le ſigne — marque l'accélération, & le ſigne + le retardement par rapport au centre de la terre.

De là on voit, 1°. qu'en ſuppoſant la parallaxe du Soleil de 10″, le plus grand effet de la parallaxe ſur l'entrée & la ſortie ſera de 491″ ou de 8′ 11″, & ſur la durée de 900″ ou de 15′ 0″; 2°. que les lieux les plus favorables pour obſerver ce paſſage ſont ceux qui ſont le plus près de l'un des trois poles, ou des points qui leur ſont diamétralement oppoſés; & comme dans la plus grande partie de l'Europe on ne pourra gueres voir que l'entrée de Vénus, il ſera avantageux de l'obſerver le plus près qu'il ſera poſſible du pole d'entrée.

43. La différence des méridiens entre Berlin & Paris étant de 44′ 25″ orientale, on aura pour le méridien de Berlin

l'entrée du centre à 8ʰ 15′ 8″.

Or la latitude de Berlin étant de 52° 32′ 30″, & la longitude de 31° 6′ 15″, on trouvera

$$\text{cof } \zeta = 0,9658485,$$

& l'entrée y ſera accélérée de 47″, 438 i; de ſorte qu'en faiſant $i = 10$, on aura 7′ 54″ pour l'effet de la parallaxe à Berlin.

Si on vouloit corriger ce réſultat ſuivant la remarque de l'art. 36, il faudroit le multiplier par $\frac{\text{ſin } 15' 47''}{\text{ſin } 15' 35''}$, c'eſt à dire par 1,012826, ce qui donneroit $48'', 047\ i$ pour l'effet de la parallaxe, laquelle, en faiſant $i = 10$, ſeroit donc de $8' 0''$, c'eſt à dire de $6''$ plus grande. Ainſi l'entrée du centre de Vénus ſe verra à Berlin à $8^h 7' 8''$.

On voit par-là que Berlin eſt un des pays de l'Europe, où l'effet de la parallaxe ſur l'entrée ſera le plus ſenſible; mais comme le Soleil ſera près de ſe coucher, l'obſervation ne pourra gueres ſe faire avec ſuccès. En effet, ayant calculé la hauteur du Soleil à $8^h 7'$, j'ai trouvé qu'elle ne doit être que de $1° 43'$; de ſorte que l'obſervation de l'entrée de Vénus ſera néceſſairement fort équivoque, & ne ſera preſque d'aucune utilité.

44. En jettant les yeux ſur la carte de l'Allemagne, je vois que la ville d'Emden aura à peu près le même avantage que Berlin par rapport à l'effet de la parallaxe; mais elle aura de plus l'avantage que l'entrée y pourra être obſervée à quelques degrés d'élévation au deſſus de l'horizon; condition néceſſaire pour le ſuccès de l'obſervation.

Je trouve par la carte de Mr. Mayer que la poſition d'Embden eſt environ à $53° 20'$ de latitude & à $24' 48'$ de longitude; ce qui donne $\cos \zeta = 0,9973457$, & par conſéquent $48'', 985\ i$ pour l'accélération de l'entrée cauſée par la parallaxe, à quoi il faudra encore ajouter $6''$ pour plus d'exactitude, comme nous avons fait pour Berlin.

Ainſi, faiſant $i = 10$, on aura pour Embden $8' 16''$ d'accélération ſur l'entrée de Vénus, c'eſt à dire $16''$ de plus que pour Berlin. Outre cela la hauteur du centre du Soleil y ſera au tems de l'entrée de $3° 57'$; ce qui paroit ſuffiſant pour le ſuccès de l'obſervation; ainſi je crois que Embden eſt de toutes les villes des Etats du Roi celle où l'obſervation du paſſage de 1769 pourra ſe faire avec le plus d'exactitude & de fruit.

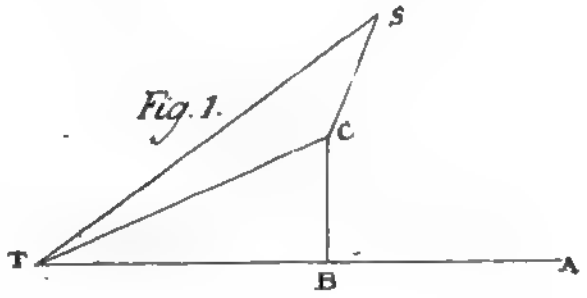


Fig. 1.

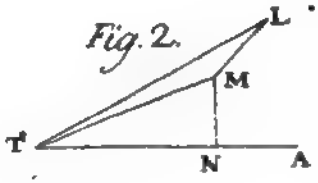


Fig. 2.

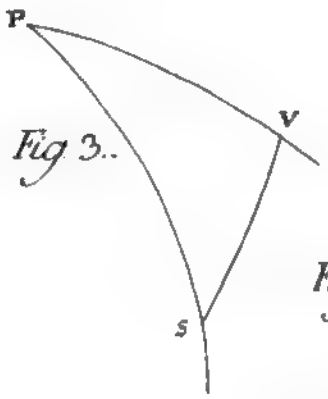


Fig. 3.

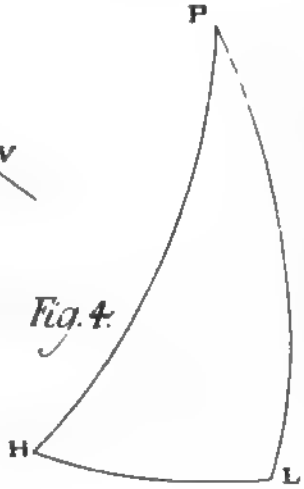


Fig. 4.

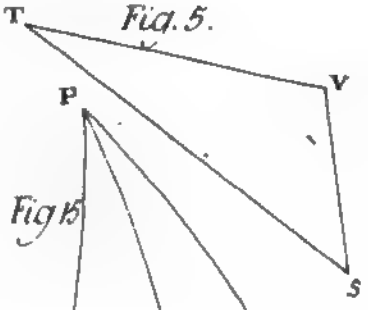


Fig. 5.

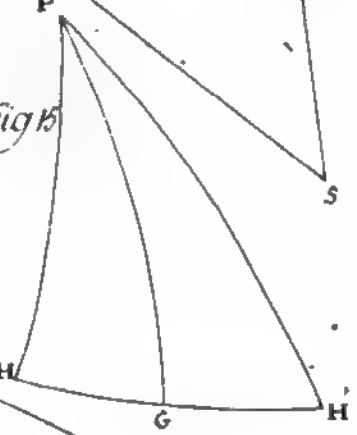


Fig 15

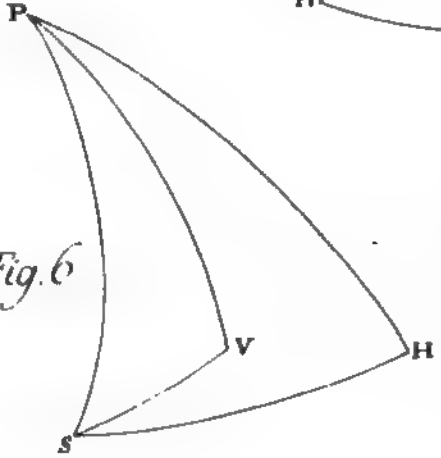


Fig. 6

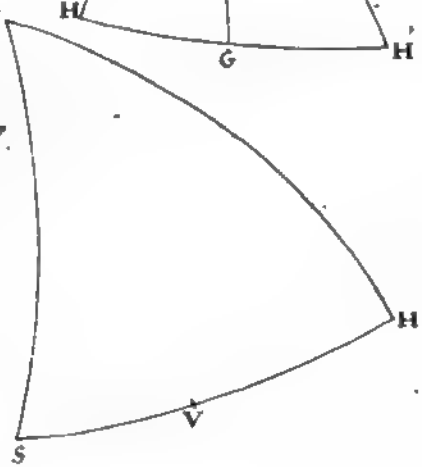


Fig. 7.

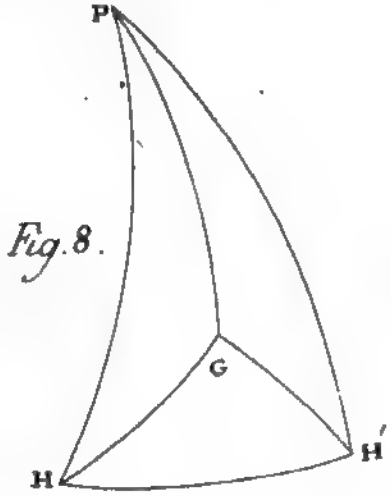


Fig. 8.

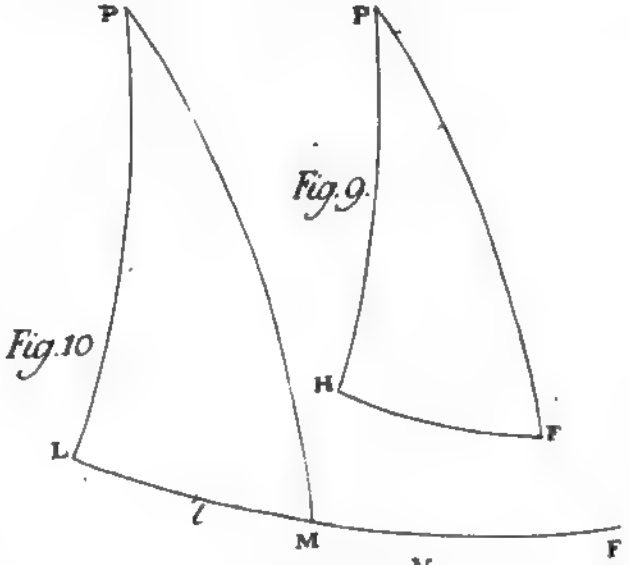


Fig. 10

Fig. 9.

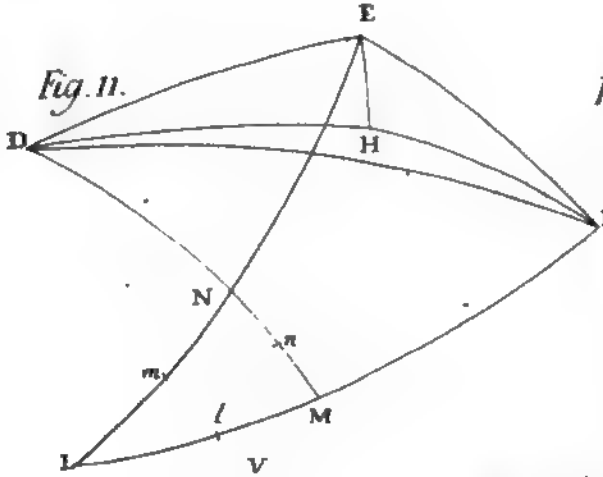


Fig. 11.

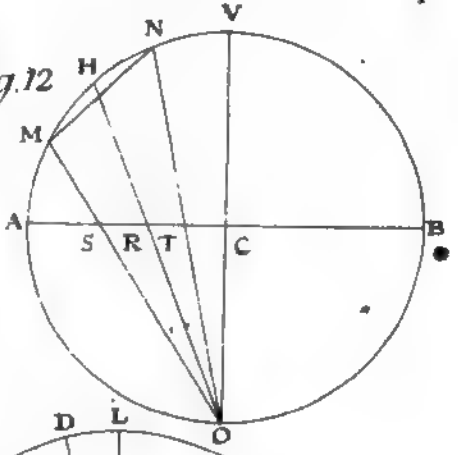


Fig. 12

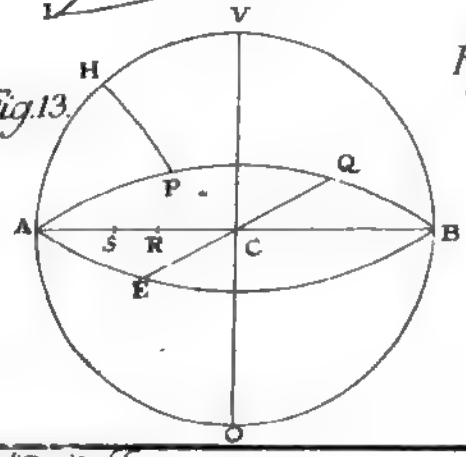


Fig. 13.

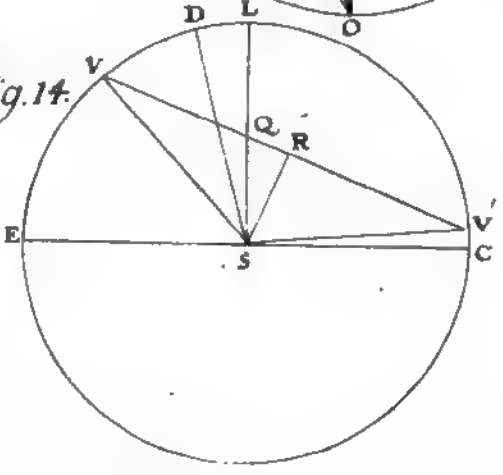


Fig. 14.

45. Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que l'entrée & la ſortie du centre de Vénus; or le demi-diametre de Vénus étant de $29''$, il n'y aura qu'à diviſer cette quantité par le mouvement horaire θ de Vénus par rapport au centre du ſoleil, pour avoir le tems dont les contacts des bords de Vénus & du Soleil précéderont ou ſuivront l'entrée & la ſortie du centre; & l'on trouvera, en réduiſant ce tems en ſecondes, $567''$ ou bien $9' 27''$. Ainſi, en retranchant du tems de l'entrée du centre $9' 27''$, ou les ajoutant à celui de la ſortie, on aura les tems des deux contacts extérieurs, & réciproquement, en ajoutant $9' 27''$ au tems de l'entrée, & les retranchant du tems de la ſortie, on aura les momens des deux contacts intérieurs.

46. Lorſqu'on ne peut obſerver ni l'entrée ni la ſortie, on doit s'attacher principalement à déterminer la moindre diſtance apparente des centres.

Or il eſt aiſé de trouver par notre théorie l'effet que la parallaxe doit produire ſur cette diſtance; pour cela il n'y aura qu'à faire $Z \equiv \Lambda \cos \Upsilon$, $\epsilon \equiv \Upsilon$, & chercher enſuite le pole des parallaxes de la même maniere que pour l'entrée ou la ſortie, ayant ſoin ſeulement de prendre pour p & q les valeurs qui conviennent au tems du milieu du paſſage; après quoi, nommant en général ξ la diſtance d'un lieu quelconque de la terre à ce pole, on aura (art. 13.) $= iu \cos \xi$ pour la parallaxe de la moindre diſtance des centres.

PROJET

DE QUELQUES NOUVELLES EXPÉRIENCES A FAIRE,

DONT L'IDÉE M'EST VENUE EN EXAMINANT LES DIFFÉRENS FOURNEAUX QUI ONT ÉTÉ RECOMMANDÉS AU GRAND-DIRECTOIRE COMME LES MEILLEURS RÉLATIVEMENT A L'ÉPARGNE DU BOIS.

PAR M. J. ALBERT EULER. (*)

Le Grand-Directoire de Guerre & des Domaines ayant propoſé l'année 1763. un Prix ſur la meilleure conſtruction des fourneaux rélativement à l'épargne du bois, Mr. Sulzer, Mr. de Beauſobre & moi fûmes chargés par l'Académie d'examiner toutes les pieces qui venoient d'être envoyées ſur ce ſujet.

Il fut d'abord très aiſé de choiſir parmi cette foule de Pieces celles qui promettoient un bon effet, & qui, en répondant aux vues du Grand-Directoire, méritoient ſeules d'être admiſes au concours.

Mais, comme de plus il s'agiſſoit de juger, laquelle de ces pieces choiſies étoit digne d'être couronnée, les lumieres de la ſeule Théorie ne ſuffiſant plus, il fallut recourir aux expériences.

On convint d'abord qu'on feroit conſtruire ſucceſſivement tous les fourneaux qu'on avoit choiſis, dans la même chambre, qu'après les avoir fait bien ſécher on les chaufferoit dans des jours de la même température avec une égale quantité de bois, & qu'il ſeroit alors facile de juger par le moyen des Thermometres, lequel de ces fourneaux auroit donné la plus grande chaleur à la chambre.

Mais

(*) Lu à l'Académie le 18. Avril 1765.

Mais, quelque ſure que parût cette méthode, on fut néanmoins obligé d'y renoncer; il étoit aiſé de calculer qu'un ſeul hiver ne ſuffiroit pas pour faire toutes ces expériences, & on avoit promis au public qu'on ajugeroit le prix au mois de Janvier du même hiver.

Un autre moyen plus court pour eſſayer les fourneaux en queſtion, étoit d'employer autant de chambres qu'on avoit de fourneaux, toutes de la même grandeur, de la même qualité, de la même expoſition; de chauffer enſuite tous ces fourneaux aux mêmes jours avec d'égales portions de la même eſpece de bois, & d'obſerver enfin par des Thermometres d'une égale bonté, lequel des fourneaux approuvés auroit le mieux chauffé ſa chambre.

Mais où trouver ces chambres, qui à la fois euſſent la même grandeur, la même qualité & la même expoſition? L'exécution de ce projet n'étoit pas ſi facile qu'on le croyoit d'abord; quoiqu'on n'eût choiſi que quatre fourneaux pour en faire les épreuves, & qu'on n'eût beſoin pour cet effet que de quatre chambres, toutes les peines qu'on s'étoit données pour les avoir à louage furent inutiles; on n'en put trouver autant.

L'hiver approchoit à grands pas, & il fallut ſe contenter de trois chambres, qu'un zélé (*) Patriote nous avoit offertes pour les expériences, & qui encore étoient très différentes entr'elles.

On fut donc obligé de faire conſtruire deux fourneaux dans une des chambres & un dans chacune des autres; on les fit enſuite bien ſécher; on plaça pluſieurs Thermometres dans les chambres & on chauffa presque tous les jours les fourneaux pendant deux mois de ſuite, en obſervant toujours ſoigneuſement les degrés des Thermometres de demi-heure en demi-heure, depuis que le feu avoit été allumé jusqu'à ce que la chaleur des chambres recommençât à diminuer conſidérablement.

Or le moyen de juger par ces expériences, lequel des fourneaux eſt le meilleur rélativement à l'épargne du bois? Comment faire

(*) Mr. Jaſchke, Médecin & Conſeiller de Cour.

re entrer dans le calcul la différente grandeur & la différente qualité des chambres?

Il faudroit ſavoir juger entre un fourneau qui chauffe très mal une grande chambre mal ſituée, & un autre qui chauffe très bien un petite chambre bien ſi.uée.

Enſuite, comme il y avoit deux fourneaux dans une même chambre, & qui par conſéquent ne pouvoient être chauffés aux mêmes jours, il faudroit encore ſavoir juger entre un fourneau qui chauffe bien dans un jour moins froid, & un autre qui chauffe mal dans un jour plus froid.

Ces jugemens demandent une connoiſſance parfaite des loix de la communication & de la propagation de la chaleur, loix qui jusqu'ici ſont très peu connues.

Un grand nombre d'expériences ont cependant en quelque maniere ſuppléé à ce défaut; & les fourneaux qu'on avoit fait conſtruire ont d'ailleurs été trop différens entr'eux par rapport à leur mérite, pour qu'on ait pu ſe tromper en ajugeant le prix.

Mais, indépendamment de ces fourneaux approuvés & conſtruits, ſi l'on veut porter un jugement exact ſur la bonté d'un autre fourneau quelconque, rélativement à la température de l'air de dehors, à la grandeur de la chambre & à la quantité & qualité du bois dont on ſe ſert pour le chauffer, il eſt avant toute choſe néceſſaire de pouvoir répondre aux queſtions ſuivantes:

1.) De quelle maniere influe la température de l'air de dehors ſur la chaleur que donne un fourneau à une chambre après l'avoir chauffée avec une certaine quantité de bois?

2.) Comment la chaleur d'une chambre chauffée dépend de ſa grandeur? Quelle ſeroit cette chaleur, ſi, par exemple, la chambre étoit deux fois plus grande?

3.) Enfin, comment la chaleur d'une chambre chauffée dépend de

la

la quantité du bois brulé? Quelle ſeroit cette chaleur, ſi on avoit brulé une double, une triple, &c. quantité de bois.

C'eſt pour répondre à ces queſtions que je voudrois qu'on fît les expériences ſuivantes:

Ire Expérience.

Chauffer le fourneau d'une chambre dans différentes températures de l'air de dehors, & obſerver toutes les heures ou demi-heures, pour chacune de ces températures, la chaleur de la chambre en notant les degrés de pluſieurs Thermometres placés à différentes diſtances du fourneau.

Il conviendroit pour cet effet,

1°. de choiſir une chambre expoſée au Nord de façon que le Soleil ne pût augmenter la chaleur de la chambre en perçant par les fenêtres, ou en échauffant les murailles;

2°. d'y faire conſtruire un fourneau quelconque qui ſe chauffât dans la chambre. On feroit très bien de ſe ſervir d'un fourneau de fer;

3°. d'employer pour toutes ces expériences la même quantité & qualité de bois. On choiſira un bois bien ſec; on le fera couper en pieces preſqu'égales & on en péſera enſuite autant de portions égales qu'on croira néceſſaire;

4°. d'ouvrir les portes & les fenêtres de la chambre juſqu'à ce que la température de l'air de la chambre fût la même que celle de l'air de dehors;

5°. d'obſerver enſuite cette température de l'air par le moyen d'un Thermometre à points fixes;

6°. de chauffer le fourneau en y allumant tout de ſuite toute la portion de bois, qu'il ſera bon de coucher de ſorte que la flamme la puiſſe embraſer le plus vite qu'il ſoit poſſible;

7°. de prendre pluſieurs Thermometres à points fixes, (au moins trois ou quatre). Ces Thermometres doivent s'accorder parfaitement, & entr'eux, & avec celui qu'on aura placé dehors. On les placera enſuite à différentes diſtances du fourneau & dans différens coins de la chambre; ſavoir un Thermometre tout au platfond, un autre au plancher, un troiſieme à une moyenne hauteur, un quatrieme à 3 pieds du fourneau &c.

8°. d'obſerver enfin les degrés de ces Thermometres de demi-heure en demi heure, ou au moins d'une heure à l'autre, juſqu'à ce que tous les Thermometres ſoient au plus haut degré, c'eſt à dire, juſqu'à ce que la chaleur de la chambre ſoit devenue la plus grande, & qu'elle commence par conſéquent à diminuer.

Après avoir fait une ou même pluſieurs douzaines de ces expériences dans différentes températures de l'air, ſoit pendant l'hiver, le printems & l'automne, ſoit même pendant l'été, on en rayera celles pendant leſquelles la température de l'air de dehors aura conſidérablement changé, de même que celles où le bois ſe ſera conſumé beaucoup plus ou beaucoup moins vite, qu'il n'eſt arrivé dans la plus grande partie des expériences.

Les expériences qui reſtent donneront à connoitre de quelle maniere la température de l'air de dehors influe ſur la chaleur d'une chambre, produite par le feu d'un fourneau.

Je tirerai du journal, que la Commiſſion mentionnée ci-deſſus pour examiner les fourneaux préſentés au Grand-Directoire a tenu, Table A. les expériences ci-jointes, pour ſervir d'échantillon à ceux qui auroient envie d'entreprendre l'exécution du plan préſent des expériences.

Au reſte il eſt bon d'avertir, que celui qui feroit ces expériences doit tenir les portes & les fenêtres de la chambre bien fermées, qu'il n'en ſorte pas de chaleur, ou au moins qu'il n'en ſorte pas un jour plus qu'à l'autre.

IIde Expérience.

Chauffer aux mêmes jours pluſieurs chambres, différentes entr'elles en grandeur, avec d'égales portions de bois & des fourneaux de la même eſpece.

Il ſera bon pour cet effet de prendre les précautions ſuivantes:

1°. Que toutes ces chambres ayent la même expoſition, & les mêmes qualités, c'eſt à dire, qu'elles ayent toutes un égal nombre de portes & de fenêtres.

2°.) Quelles ayent encore la même hauteur. On pourra ſe réſerver pour une autre fois de faire ces mêmes expériences dans des chambres d'une hauteur différente, mais d'une longueur & largeur égale, pour pouvoir mieux s'aſſurer, ſi la hauteur d'une chambre contribue quelque choſe à ſa chaleur & combien elle y contribue.

3°. Que tous les fourneaux placés dans ces différentes chambres ſoient de la même eſpece, c'eſt à dire, conſtruits de la même maniere & avec les mêmes matériaux.

Il conviendroit encore de ſe ſervir pour cet effet de petits fourneaux de fer qui ſe chauffent dans la chambre.

4°.) Qu'on obſerve enfin ici les mêmes précautions que j'ai déjà indiquées ci-deſſus, à l'occaſion de l'expérience précédente N°. 3, 4, 5, 6, 7, & 8.

En cas qu'on ne puiſſe pas chauffer toutes ces chambres aux mêmes jours, & que la température de l'air de dehors ait changé en attendant, on conſultera les réſultats tirés des expériences précédentes, & il ſera alors aiſé de tenir compte de la variation que la différente température de l'air de dehors peut avoir produite.

La Table B ſervira d'échantillon à ceux qui voudront faire ces expériences.

IIIme Expérience.

Chauffer un même fourneau avec différentes portions de bois.

Il ſeroit ſuperflu de mettre ici toutes les précautions qu'il faudroit prendre pour faire les expériences de cet ordre avec toute l'exactitude dont elles ſont ſuſceptibles; ces précautions ſont les mêmes que j'ai déjà indiquées en parlant des expériences précédentes.

Je dois ſeulement avertir, que lorſqu'il n'eſt pas faiſable de choiſir toujours pour ces expériences des jours auxquels la température de l'air de dehors ſoit la même, il y faut, avant d'en tirer des concluſions, faire certaines corrections, dont il ſera aiſé de déterminer la quantité par les réſultats des premieres expériences.

La Table C achevera de répandre une lumiere ſuffiſante ſur la maniere de faire les dernieres expériences que je viens d'indiquer.

Ces trois eſpeces d'expériences ſuffiroient parfaitement pour répondre aux trois queſtions propoſées ſur l'influence réciproque de la température de l'air de dehors, de la grandeur de la chambre & de la quantité du bois conſumé, ſur la chaleur qu'en acquiert l'air de la chambre.

Or, la quantité de ces influences étant par-là déterminée, il ſera aiſé de juger entre deux fourneaux, lequel aura le mieux chauffé; car, quelque grande qu'ait été la différence des deux chambres dans leſquelles ces fourneaux auront été conſtruits, quelque différente qu'ait pu ſe trouver la température de l'air de dehors lorſqu'on les aura chauffés, & quelque différente qu'ayent enfin été les portions de bois avec leſquelles ils auront chauffés, après avoir meſuré la chaleur de l'une & l'autre chambre, on y apportera les corrections néceſſaires, qui réſultent de ces différences de grandeur des chambres, de température de l'air de dehors & de portions du bois conſumé; & la différence qui en reſtera encore entre ces deux degrés de chaleur donnera à connoître lequel des deux fourneaux mérite la préférence rélativement à l'épargne du bois.

Sup-

Suppoſons, par exemple, qu'un fourneau ait été chauffé avec 16 livres de bois de charme; que la chambre dans laquelle ce fourneau eſt conſtruit ait 20 pieds de longueur, 19 pieds de largeur & 13 pieds de hauteur; que la température de l'air de dehors ait été ce jour-là de 32 degrés de Fahrenheit, & qu'enfin la chaleur de la chambre ait été de 44 degrés de Fahrenheit.

Suppoſons enſuite qu'un autre fourneau ait été chauffé avec 22 livres de bois de charme; que la chambre de ce fourneau ait 18 pieds de longueur, 10 pieds de largeur & 13 pieds de hauteur; que la température de l'air de dehors ait été ce jour-là de 41 degrés de Fahrenheit, & qu'enfin la chaleur du fourneau ait fait monter les Thermometres de la chambre juſqu'au 65 degré.

On demande, lequel de ces deux fourneaux mérite la préférence rélativement à l'épargne de bois?

Après avoir déterminé par les expériences indiquées l'influence réciproque de la température de l'air de dehors, de la grandeur de la chambre & de la quantité du bois conſumé, ſur la chaleur de la chambre; il ſera aiſé de calculer quelle auroit été la chaleur de la ſeconde chambre, 1°. ſi la température de l'air de dehors n'avoit été ce jour-là que de 32 degrés de Fahrenheit; 2°. ſi la grandeur de cette chambre, au lieu d'être de 13.10.18 = 2340 pieds cubiques, étoit de 13.19 20 = 4940 pieds cubiques; 3°. enfin, ſi au lieu de l'avoir chauffée avec 22 livres, on ne l'avoit chauffée qu'avec 16 livres de bois de charme.

Suppoſant donc,

que la température plus froide de 32 degrés auroit diminué la chaleur de la chambre de 10 degrés,

que l'augmentation de 4940 — 2340 = 2600 pieds cubiques dans la grandeur de la chambre l'auroit encore diminuée de 14 degrés, &

que la diminution de 22 — 16 = 6 livres dans la portion du bois conſumé l'auroit enfin diminuée de 3 degrés de Fahrenheit,

la diminution totale de la chaleur de la chambre ſeroit de 27 degrés de Fahrenheit, de ſorte que, ſi le fourneau de la ſeconde chambre avoit été conſtruit dans la premiere, & qu'on l'y eût chauffé avec 16 livres de bois de charme dans un jour où la température de l'air de dehors étoit au 32me degré de Fahrenheit, ce fourneau n'auroit fait monter les Thermometres de la chambre que juſqu'au 38 degré; & par conſéquent le fourneau de la ſeconde chambre ſeroit beaucoup au deſſous de celui qu'on avoit fait conſtruire dans la premiere chambre.

Cet exemple ſuffira pour donner une idée claire de l'uſage des expériences que je viens de propoſer; outre l'utilité qui en réjailliroit pour ménager le bois & pour la réformation des fourneaux, la Phyſique entiere & ſurtout la Pyrométrie, cette ſcience ſi peu cultivée, en prendroient encore des accroiſſemens non moins conſidérables.

Mais une autre queſtion très intéreſſante pour tout le public eſt, de déterminer laquelle eſpece de bois eſt la plus avantageuſe pour chauffer les fourneaux? L'Oeconome expérimenté nous aſſure que c'eſt le bois de charme; outre la grande & durable chaleur que cette eſpece de bois donne aux chambres, l'on peut ſe ſervir utilement des cendres.

Or rien n'eſt plus aiſé que de calculer les avantages qu'on a de brûler telle ou telle eſpece de bois: on n'a qu'à faire l'expérience ſuivante:

1°. On fera avant toute choſe bien ſécher les différentes eſpeces de bois dont on ſe ſert pour chauffer les fourneaux;

2°. On déterminera enſuite la gravité ſpécifique de chacune de ces eſpeces;

3°. On coupera ce bois en petites pieces preſqu'égales entr'elles;

4°. On pèſera de chaque eſpece pluſieurs portions, par exemple de 10, de 16, de 20 livres &c.

5°. On choiſira des jours auxquels la température de l'air de dehors ſoit à peu près la même; ou bien, ſi cela n'eſt pas poſſible, on tiendra, expériences faites, compte des différences de température;

6°.

6°. On chauffera un certain fourneau avec toutes les portions de bois ſucceſſivement;

7°. On obſervera ſoigneuſement toutes les précautions que j'ai indiquées ci-deſſus à l'occaſion de la premiere expérience N°. 4, 5, 6, 7 & 8;

8°. Et en conſultant la troiſieme expérience, on ſera en état de déterminer combien de livres il faudroit de chaque eſpece de bois pour procurer à la chambre un certain degré de chaleur;

9°. Sachant enſuite la gravité ſpécifique de chaque eſpece de bois, on calculera aiſément combien de fois on pourroit chauffer la chambre avec un *Hauffen* de chacune de ces eſpeces de bois, en lui procurant toujours un même degré de chaleur;

10°. Enfin, en comparant avec ces réſultats les prix des différentes eſpeces de bois, il ſera aiſé d'en conclure laquelle en eſt la plus avantageuſe pour le ménage.

Il eſt encore bon de remarquer qu'il conviendroit auſſi d'avoir égard au profit qu'on pourroit retirer des cendres de ces différentes ſortes de bois.

On déterminera de la même maniere les avantages que procureroit la conſommation des tourbes & des charbons de terre, des tourbes de tanneur & d'autres matieres combuſtibles, en cas qu'il y en eût encore.

L'échantillon ſuivant ſuffira pour éclaircir en partie ce point important, & pour donner en même tems une idée claire de la maniere dont il faudroit s'y prendre pour réſoudre parfaitement le probleme dont il eſt queſtion ici.

Je l'ai encore tiré du Journal de la Commiſſion qui a été chargée d'examiner les fourneaux préſentés au Grand-Directoire.

On s'étoit ſervi pour cet examen des tourbes de terre & de quatre eſpeces de bois, ſavoir de bois de hêtre, de bois de chêne, de bois d'aune & de bois de ſapin.

Après

Après avoir bien fait ſécher ces bois & les tourbes, on avoit trouvé qu'un pied cubique

de bois de hêtre peſoit	-	52 $\frac{2}{3}$ livres,
de bois de chêne	- -	47 $\frac{1}{4}$ livres,
de bois de ſapin	- -	35 $\frac{1}{2}$ livres,
de bois d'aune	- -	31 $\frac{1}{3}$ livres, &

enfin que 100 tourbes peſoient 180 livres.

On fit enſuite ſcier deux fois le bois & on le fit couper en pieces preſqu'égales, dont chacune avoit environ un pied de long & quatre à cinq pouces quarrés en épaiſſeur.

Enfin, après avoir obſervé tout ce que j'ai dit ſur cette expérience aux N°s. 4, 5, 6 & 7, on trouvera que,

16 livres de bois de hêtre,
16 livres de bois de chêne,
15 livres de bois d'aune,
12 livres de bois de ſapin, &
18 livres ou 10 pieces de tourbes,

produiſoient un égal degré de chaleur.

Maintenant, pour ce qui regarde le prix des bois & des tourbes, je ſuppoſerai

1°. qu'un Hauffen de bois dur, tel que le bois de hêtre & le bois de chêne, coute 20 écus;

2°. qu'un Hauffen de bois blanc, tel que le bois de ſapin & le bois d'aune, coute 18 écus;

3°. que mille tourbes coutent 1 écu 6 gros;

4°. qu'il en coute encore 4 écus pour faire mener & couper un Hauffen de bois;

5°. qu'il faille payer 1 écu 6 gros pour le tranſport de mille tourbes;

6°.

6°. enfin, qu'un Hauffen de bois, lorſqu'il eſt coupé en pieces, contienne A pieds cubiques.

On ne s'écarteroit pas beaucoup de la vérité, ſi l'on ſuppoſoit A = 300 pieds cubiques; car, comme un Hauffen de bois, ſelon l'Edit du Roi, doit avoir 18 pieds de longueur, 9 pieds de hauteur & 3 pieds de profondeur, ſa capacité ſeroit de 486 pieds cubiques, s'il n'y avoit point de vuide: or on peut bien ſuppoſer que le vuide occupe la troiſieme partie & que 24 pieds cubiques ſe perdent par la hache & le tranſport.

A pieds cubiques de bois de hêtre & de chêne coûteront donc 24 écus; A pieds cubiques de bois de ſapin & d'aune 22 écus, & mille tourbes 2 écus 12 gros.

Pour éviter une répétition ennuyeuſe dans le calcul, ſuppoſons algébriquement

1°. qu'un pied cubique du bois dont on veut calculer les avantages, peſe - - - - - a livres;

2°. qu'A pieds cubiques de ce même bois avec le tranſport & les fraix pour le couper, coûtent - - - - - m écus;

3°. qu'enfin il en faudroit - - - - - n livres, pour donner à une certaine chambre un certain degré déterminé de chaleur:

Et les deux proportions ſuivantes nous meneront à la ſolution du Probleme dont il s'agit ici.

1°. 1 pied cubique de bois peſe a livres; A pieds cubiques de ce bois peſeront - - - - - Aa livres.

2°. Aa livres de bois coûtent m écus; n livres de ce bois coûteront - - - - - $\frac{mn}{Aa}$ écus.

Or $\frac{mn}{Aa}$ écus étant le prix d' n livres de bois, l'avantage de ce bois ſera en raiſon inverſe de $\frac{mn}{Aa}$, c'eſt à dire, le bois le plus avantageux ſera

celui auquel répond la plus petite valeur de $\frac{mn}{An}$; je nommerai donc cette formule la *quantité du désavantage du bois.*

En appliquant notre formule aux quatre eſpeces de bois avec leſquelles les expériences ont été faites, nous trouverons les désavantages ou les prix de

16 livres de bois de hêtre $\frac{24 \times 16}{52,66 \times A} = 7,291 \times \frac{1}{A}$ écus,

16 livres de bois de chêne $\frac{24 \times 16}{47,25 \times A} = 8,127 \times \frac{1}{A}$ écus,

12 livres de bois de ſapin $\frac{22 \times 12}{35,5 \times A} = 7,436 \times \frac{1}{A}$ écus,

15 livres de bois d'aune $\frac{22 \times 15}{31,33 \times A} = 10,531 \times \frac{1}{A}$ écus.

Or, pour les tourbes, nous aurons de la même maniere le prix de

18 livres ou 10 pieces de tourbes $\frac{\frac{5}{2} \times 18}{1000} = 0,045$ écus.

Enfant donc que 16 livres de bois de hêtre, 16 livres de bois de chêne, 12 livres de bois de ſapin, & 15 livres de bois d'aune, produiſent à une même chambre le même degré de chaleur, le bois de hêtre ſera le plus avantageux & le moins coûteux pour chauffer les fourneaux. Enſuite vient le bois de ſapin qui eſt plus avantageux que le bois de chêne, & enfin le bois d'aune qui eſt le moins avantageux de tous les bois.

Quant aux tourbes, leur uſage ſera encore plus coûteux que celui des bois; car, en poſant $A = 300$, le prix de 15 livres de bois d'aune ſera

10,

$10,531 \times \frac{1}{A} = 0,0351$, & partant moindre que le prix de 10 tourbes qui en eſt l'équivalent.

Au reſte, il eſt bon de remarquer que, comme le peu de tems ne permettoit pas de faire toutes les expériences avec cette exactitude que demande la recherche préſente, les déterminations que je viens de calculer pourront très bien n'être pas exactement conformes à la vérité.

TABLE A.

Quantité du bois conſumé; — — — 16 livres de bois de ſapin,
grandeur de la chambre; la longueur 19 pieds, la largeur 21 pieds,
la hauteur 13 pieds,
expoſition de la chambre; deux fenêtres vers Sud-Sud-Eſt,
qualités de la chambre; deux portes & une cheminée fermée,
ſituation du fourneau; vis à vis des fenetres dans un des coins de la chambre.

Température de l'air de dehors.	Le feu étoit éteint.	Heures après avoir chauffé	I. Thermomet. 8 pieds au deſſus du plancher & à 20 pieds du fourneau.	II. Thermom. au Plancher à 18 pieds du fourneau.	III. Thermom 4 pieds au deſſus du plancher à 4 pieds du fourneau.
le 6 Décembre 1764.	à	0	8 ½ Réaumur	8 ½ Réaumur	8 ½ Réaumur
à 7 heures 40 min.	8 heures	¼	9 ¼	9 ½	11
Barometre		1	12	10 ¾	14
29 pouces 0 lignes	55	1 ½	13 ½	11	14 ½
Thermometre	min.	2	13	11 ¼	14
à 8 heures - - - 8 ½		3	12	11	13
à midi - - - - 9		4	11 ⅞	10 ¾	12
à 3 heures - - - 9		5	11	10 ½	11
Vent d'Eſt		6	10 ½	10 ½	10 ½
le 12 Décembre 1764.	à	0	4 Réaumur	4 Réaumur	4 Réaumur
à 9 heures 10 min.	10	¼	4 ¾	4 ½	6 ¼
Barometre	heur.	1	7	5 ½	9 ½
29 pouces 1 ligne	24	1 ½	9	6 ½	10 ½
Thermometre	min.	2	9	6 ¼	9 ½
		3	7 ½	6 ¼	8 ⅓
à 9 heures - - - 4		4	6 ¾	6	7 ½
à midi - - - - - 5		5	6 ½	6	7
à 3 heures - - - 4		6	6 ¼	6	6 ½
Vent de Sud.		7	6	6	6

TA-

TABLE B.

Quantité du bois conſumé; — — — 16 livres de bois de ſapin.

Température de l'air de dehors le 12 Décembre 1764.

Barometre 29 pouces 1 ligne, meſure de Rhin,

Thermometre à 9 heures du matin - - 4 degrés de Réaumur,

à midi - - - - - 5 - - - - -

à 3 heures du ſoir - - 4 - - - - -

Le feu étoit éteint à 10 heures & demie.

Les chambres 2 fenêtres vers Sud-Sud-Eſt & 2 portes.	Heures après avoir chauffé	I. Thermomet. 8 pieds au deſſus du plancher & à 20 pieds du fourn.	II. Thermom. au plancher & à 18 pieds du fourneau.	III. Thermom. 4 pieds au deſſus du plancher & à 4 pieds du fourn.
Chambre A.	0	4 Réaumur	4 Réaumur	4 Réaumur
longueur - - - 19 pieds	½	4¾	4½	6¼
largeur - - - 21 —	1	7	5½	9½
hauteur - - - 13 —	1½	9	6½	10¾
capacité 5187 pieds cubiques.	2	9	6¼	9½
	3	7½	6¼	8½
	6	6¼	6	6½
	7	6	6	6
		à 8 pieds du fourn.	à 5 pieds du fourn.	
Chambre B.	0	4 Réaumur	4 Réaumur	4 Réaumur
longueur - - - 19 pieds	½	5½	5	7
largeur - - - 16 —	1	8	7	10½
hauteur - - - 13 —	1½	10½	8	12
capacité 3952 pieds cubiques.	2	10	7¾	10½
	3	9	7½	10
	6	7¾	7½	8
	7	7½	7½	7½

TABLE C.

Grandeur de la chambre; la longueur 19 pieds; la largeur 21 pieds, la haureur 13 pieds.
Expoſition de la chambre; deux fenêtres vers Sud-Sud-Eſt.
Qualité de la chambre; deux portes & une cheminée fermée.

Quantités du bois conſumé avec les températures de l'air de dehors.	Le feu étoit éteint.	Heures après avoir chauffé.	I. Thermomet. 8 pieds au deſſus du plancher à 20 pieds du fourn.	II. Thermom. au plancher à 18 pieds du fourneau.	III. Thermom. 4 pieds au deſſus du plancher à 14 pieds du fourn.
Quantité de bois		0	4 Réaumur	4 Réaumur	4 Réaumur
12 *livres de ſapin.*	à	½	4½	4½	6
Température de l'air de dehors	9heu-	1	6¾	5	9
le 14 Décembre 1764		1½	8	5½	9½
à 8 heures 15 min.	res	2	8	5¼	8½
Barometre	30	3	7¾	5¾	7
28 pouces 11 lignes	min.	4	6½	5½	6½
Thermometre		5	6	5	6
à 8 heures - - - - - 4		6	5½	5	5½
à midi - - - - - - 5		7	5	5	5
à 3 heures - - - - - 4					
Vent d'Oueſt.					
Quantité de bois		0	4 Réaumur	4 Réaumur	4 Réaumur
16 *livres de ſapin.*	à	½	4¾	4½	6½
Température de l'air de dehors	10	1	7	5½	9½
le 12 Décembre 1764	heu-	1½	9	6½	10½
à 9 heures 10 min.		2	9	6¼	9½
Barometre	res	3	7½	6¼	8½
29 pouces 1 ligne	24	4	6¾	6	7½
Thermometre	min.	5	6½	6	7
à 9 heures - - - - - 4		6	6¼	6	6½
à midi - - - - - - 5		7	6	6	6
à 3 heures - - - - - 4					
Vent de Sud.					

AD-

ADDITION
AU
PROJET DE QUELQUES NOUVELLES EXPÉRIENCES À FAIRE. (*)

PAR M. J. A. EULER.

Les expériences que feu Mr. le Prof. Krafft a faites, pour connoitre le degré de chaleur d'un mélange quelconque de fluides de différente température, me fourniſſent une nouvelle idée ſur la maniere de déterminer l'influence réciproque de la température de l'air de dehors, de la grandeur de la chambre & de la quantité & qualité du bois conſumé, ſur la chaleur que la chambre en aquiert.

Ces expériences conſiſtent à plonger un Thermometre à points fixes dans un vaſe qui contient une quantité déterminée d'eau froide, à y verſer enſuite une autre quantité déterminée d'eau bouillante, & enfin à obſerver le degré du Thermometre, tant avant qu'après le mélange. (**)

Un grand nombre de telles expériences ont conduit feu Mr. Krafft à la regle ſuivante, pour calculer le degré de chaleur d'un mélange de deux maſſes d'eau de différente température.

Soit a la maſſe de l'eau la plus froide,
m le degré de ſa température,
b la maſſe de l'eau la plus chaude,
n le degré de ſa chaleur;

&

(*) Lu à l'Académie le 9. May 1765.

(**) Voyez *Comment. Acad. Petropol.* Tom. XIV. p. 220, §. 10. 11. ſeqq.

& le degré de la chaleur du mélange ſera

$$\frac{11\,ma + 8\,nb}{11\,a + 8\,b}.$$

Cette formule donne effectivement les degrés de chaleur de tous les mélanges que Mr. Krafft a examinés, très à peu près comme ſon Thermometre les a montrés; & la plus grande différence entre le calcul & l'obſervation eſt toujours moindre que 3 degrés de Fahrenheit.

Feu Mr. le Prof. Richmann a cependant très judicieuſement remarqué que la formule du Prof. Krafft ne ſauroit être conforme à la vérité, & qu'elle doit néceſſairement différer conſidérablement de l'expérience, ſi l'on emploie des quantités d'eau beaucoup plus petites, rélativement à la portion d'eau bouillante, que Mr. Krafft ne l'a fait. (*)

Car, comme les maſſes du vaſe & du Thermometre même reçoivent auſſi une partie de la chaleur de l'eau bouillante, & qu'elles communiquent réciproquement leur chaleur au mélange, ces maſſes doivent néceſſairement entrer dans la formule avec les degrés de leur température.

Mr. le Prof. Richmann ſubſtitue, après cette réflexion, la regle ſuivante pour calculer les degrés de chaleur des mélanges de deux maſſes d'eau de différente température, à celle que Mr. Krafft avoit recommandée:

ſi a repréſente la maſſe de l'eau la plus froide,
b celle de l'eau la plus chaude,
c la maſſe du vaſe,
d la maſſe du Thermometre, &

m, n, r, s, les degrés reſpectifs de chaleur de ces maſſes a, b, c, d; le degré de chaleur du mélange d'eau contenu dans le vaſe ſera

$$\frac{ma + nb + rc + sd}{a + b + c + d}.$$

Mr.

(*) Voyez *Comment. nov. Acad. Petrop.* Tom. I. pag. 152.

Mr. Richmann fait enſuite voir par l'application de cette formule aux expériences de Mr. Krafft, qu'elle ne s'écarte jamais au delà d'un degré de Fahrenheit; or l'obſervateur le plus exact peut très bien ſe tromper d'un degré de Fahrenheit, ſurtout ſi les degrés de l'échelle du Thermometre ne ſurpaſſent pas la quatrieme partie d'une ligne.

J'ai au reſte fait moi-même un très grand nombre de telles expériences, & après les avoir toutes confrontées avec la formule de feu Mr. Richmann, j'ai effectivement trouvé qu'elle approche de fort près de la vérité; & comme elle eſt de plus fondée ſur les raiſonnemens les plus juſtes, on auroit grand tort de douter de ſa conformité.

Si les maſſes du vaſe & du Thermometre ſont très petites à l'égard de celle de l'eau contenue dans le vaſe, on aura encore très à peu près le degré de chaleur du mélange $a + b = \frac{ma + nb}{a + b}$;

& ſi la portion d'eau qu'on verſe dans le vaſe eſt bouillante, on aura, lorſqu'on ſe ſert d'un Thermometre de Réaumur, ce degré de chaleur

$$= \frac{ma + 80\,b}{a + b};$$

& en cas qu'on emploie un Thermometre dont l'échelle ſoit diviſée ſelon la maniere de Fahrenheit, ce degré de chaleur ſera

$$= \frac{ma + 214\,b}{a + b}.$$

La Table ci-jointe contient quelques expériences pour confirmer ce que je viens d'avancer: Voyez Table A.

la 1ere Colonne contient la quantité d'eau la plus froide exprimée par portions, dont chacune eſt environ de 6 pouces cubiques;

la 2de Colonne marque les degrés de chaleur de ces portions, ſelon la meſure de Fahrenheit;

la 3me Colonne marque le degré de chaleur de ces mêmes portions,

après y avoir conſtamment jetté une ſeule portion d'eau bouillante; enfin

la 4me Colonne contient les degrés calculés que donne la formule $\frac{ma + 214\,b}{a + b}$, ou bien, à cauſe de $b = 1$, celle-ci

$$\frac{ma + 214}{a + 1}.$$

Ici je dois encore faire obſerver que les degrés meſurés du Thermometre deviennent toujours plus petits que les degrés calculés, à meſure que la chaleur de l'eau du vaſe eſt plus grande. Mais il n'eſt pas difficile d'en comprendre la raiſon. Le Thermometre étant très chaud ſe refroidit plus ſubitement en le tenant à l'air au moment qu'on verſe de l'eau bouillante dans le vaſe; ce thermometre étant donc, en le remettant dans l'eau, plus froid que l'eau même, il lui communique auſſitôt une partie de ſon froid; & partant cette différence, bien loin de porter atteinte à la juſteſſe de notre formule, contribue au contraire en bonne partie à la confirmer de la maniere la plus convainquante.

En effet, ſi on fait entrer dans le calcul de ces dernieres expériences la maſſe c & la température r du Thermometre, & qu'on ſe ſerve, au lieu de la formule $\frac{ma + 214}{a + 1}$, de celle-ci

$$\frac{ma + 214 + rc}{a + c + 1} = \frac{ma + 214}{a + 1} - \frac{(m - r)\,ac - 214\,c + r}{(a + 1)(a + c + 1)},$$

les degrés calculés conviendront très bien avec les obſervations.

Eſſayons d'appliquer la formule de feu Mr. le Profeſſeur Richmann à la chaleur des chambres chauffées; & qu'il me ſoit pour cet effet permis de regarder une chambre chauffée comme une grande maſſe d'air froide, dont une certaine partie ayant aquis la chaleur de l'eau bouillante ſe mêle enſuite avec la maſſe entiere & lui communique le même degré de chaleur que le fourneau a produit.

Soit

Soit A la maſſe d'air contenue dans la chambre entiere, ou bien, ce qui revient au même, ſoit A la capacité de la chambre; ſoit enſuite m le degré de chaleur de la chambre avant de l'avoir chauffée, & N celui qu'elle a après que la chaleur du fourneau s'eſt communiquée à l'air de toute la chambre; enfin ſoit B cette partie de l'air de la chambre qui, s'étant échauffée au degré de l'eau bouillante, lui donne la même chaleur N.

Nous aurons donc $m = m$; $b = B$; $a + b = A$; $n = 80$, ſavoir ſi on ſe ſert d'un Thermometre diviſé à la Réaumur; & partant, puiſque la maſſe d'une chambre eſt pour l'ordinaire aſſés grande pour qu'on puiſſe mettre $c = o$ & $d = o$, il ſera

$$N = \frac{mA + (80 - m)\,B}{A}, \text{ ou bien}$$

$$N = m + \frac{(80 - m)\,B}{A}, \quad \text{& de là}$$

$$N - m = \frac{(80 - m)\,B}{A}.$$

Or $N - m$ exprime l'augmentation de chaleur que la chambre reçoit après avoir été chauffée; d'où l'on voit que cette augmentation de chaleur eſt réciproquement proportionelle à la capacité de la chambre, c'eſt à dire, qu'elle ne ſeroit que la moitié, ſi la chambre étoit deux fois plus grande, qu'elle ne ſeroit que le tiers, ſi la chambre étoit trois fois plus grande &c.

On voit encore par cette même formule que l'augmentation de chaleur de la chambre eſt proportionelle à la quantité B.

Or c'eſt de cette quantité B que dépend la bonté du fourneau.

Maintenant, pour déterminer l'influence de la température m, qui eſt celle de l'air de la chambre avant d'avoir chauffé, ſur la chaleur de la chambre chauffée N, ſuppoſons que m prenne un accroiſſement μ, nous aurons en écrivant dans notre formule $m + \mu$ au lieu de m, & en poſant le degré de chaleur de la chambre qui répond à la température $m + \mu = N'$,

$$N' = m + \frac{(80 - m)\,B}{A} + \mu\,\frac{\mu B}{A}, \quad \text{ou bien}$$

$$N' = \frac{mA + (80 - m)\,B}{A} + \frac{\mu\,(A - B)}{A}; \quad \text{de là}$$

$$N' - \frac{mA + (80 - m)\,B}{A} = \frac{\mu\,(A - B)}{A},$$

& partant, à cauſe de $\frac{mA + (80 - m)\,B}{A} = N$,

$$N' - N = \frac{\mu\,(A - B)}{A}, \quad \text{c'eſt à dire,}$$

que l'augmentation de chaleur qui répond à la température $m + \mu$, ſur celle qui ne répond qu'à la température m, eſt proportionelle à l'augmentation de la température μ.

Enfin, comme la bonté d'un fourneau dépend de la grandeur de la quantité B, il conviendra d'en examiner la valeur qui eſt

$$B = \frac{N - m}{80 - m}\,A.$$

Si donc les degrés de chaleur N & m ſont les mêmes, l'avantage du fourneau, rélativement à l'épargne du bois, ſera proportionelle à la grandeur de la chambre qu'il a chauffée; & ſi les quantités m & A reſtent les mêmes, cet avantage du fourneau ſera proportionel à l'augmentation de chaleur de la chambre $N - m$.

Voici donc une autre méthode plus aiſée pour calculer les avantages des fourneaux rélativement à l'épargne du bois.

On n'a qu'à chauffer tous les fourneaux qu'on veut comparer enſemble avec d'égales portions de bois d'une même eſpece & qualité, & après avoir meſuré par le moyen des Thermometres de Réaumur les températures m & N de l'air des chambres, tant avant qu'après les

avoir chauffées, on calculera les valeurs de $B = \frac{N - m}{80 - m} A$,

& A marquant la capacité des chambres,

le fourneau le plus avantageux ſera celui auquel répond la plus grande valeur pour B.

Appliquons ceci aux expériences qui ont été faites pour examiner les quatre fourneaux recommandés au Grand-Directoire comme les meilleurs rélativement à l'épargne du bois, & que la Commiſſion avoit jugés dignes d'être admis au concours.

Or le Journal de cette Commiſſion nous apprend

1. que le premier fourneau, ſavoir celui qui vient d'être couronné, a été conſtruit dans une chambre qui a 19 pieds de longueur, 20 de largeur & 13 de hauteur.
2. que le ſecond fourneau avec la deviſe D. C. D. G. P. P. a été conſtruit dans la même chambre.
3. que le troiſieme fourneau qui a pour deviſe: *Rebus anguſtis animoſus atque fortis appare*, a été conſtruit dans une chambre dont la longueur eſt de 20 pieds, la largeur de 10 & la hauteur de 13; &
4. que le quatrieme fourneau avec la deviſe:

   Mit vielem hält man haus,
   mit wenigem kömmt man auch aus,

   a été conſtruit dans une chambre dont la longueur eſt de 19 pieds, la largeur de 21 & la hauteur de 13 (*).

Outre les expériences qui ont été faites avec ces quatre fourneaux, on en faiſoit encore d'autres avec un fourneau ordinaire, qui ſe trouvoit dans une chambre de 19 pieds de longueur, de 21 de largeur & de 13 de hauteur.

*) La deſcription de ce dernier fourneau n'a point été publiée.

J'ai choiſi parmi toutes les expériences celles qui ont été faites en chauffant tous les fourneaux avec 16 livres de bois de chêne & de hêtre, & après avoir calculé pour tous ces cas la valeur de B, je les ai repréſentés ſur les deux tables ci-jointes.

Un ſeul coup d'oeil ſuffit pour voir la grande préférence que méritent les quatre fourneaux approuvés ſur le fourneau commun; mais ce qui ſurprendra beaucoup le Lecteur, c'eſt que les avantages du quatrieme fourneau ſurpaſſent ſi énormément ceux du fourneau même qui a remporté le prix, & qui devroit pourtant être le meilleur. Je dois donc néceſſairement diſculper le reproche que le Public pourroit nous faire là-deſſus: je vai prouver que, quoique ce quatrieme fourneau ait mieux chauffé ſa chambre que les trois premiers, il eſt cependant le moins avantageux; car

I°. La chaleur que ce fourneau donne eſt de peu de durée; on n'auroit qu'à conſulter pour cet effet toutes les expériences qui en ont été faites en entier.

II°. La chambre même, dans laquelle ce fourneau étoit conſtruit, ſe chauffe plus aiſément: je n'ai pas tenu compte de la qualité des chambres dans ma formule; elle peut cependant contribuer beaucoup à leur chaleur; c'eſt donc par cette raiſon que les valeurs trouvées pour B ne ſont pas juſtes, ſi les qualités des chambres ſont différentes entr'elles.

Les chambres du quatrieme fourneau & du fourneau ordinaire ſe chauffoient mieux que la chambre du troiſieme; & celle-ci ſe chauffe encore mieux que la chambre où le fourneau du Doct. Baumer & le ſecond fourneau étoient conſtruits.

III°. Mais, outre ces deux raiſons, le fourneau en queſtion ne méritoit pas le prix, parce qu'il coûte trop & qu'il n'orne point la chambre où il ſe trouve; deux conditions auxquelles il falloit néceſſairement avoir égard pour ſe conformer aux vues du Grand-Directoire.

Je

Je reviens à ma formule $B = \frac{N - m}{80 - m} A$, & je m'en ſervirai encore, avant de finir, pour déterminer les proportions qu'il y a entre les différentes eſpeces de bois par rapport à la chaleur qu'elles donnent.

J'employerai pour cet effet les expériences qui ont été faites avec le fourneau ordinaire & avec celui que j'ai nommé le quatrieme; je calculerai pour chacune la valeur de B, & je les rangerai enſuite ſous la forme d'une Table pour faciliter les concluſions qui en peuvent être tirées. Voyez les Tables D & E.

En comparant les trois premieres expériences avec la quatrieme & la cinquieme de la premiere Table, on trouvera que 16 livres de bois de chêne donne la même chaleur que $16\frac{4}{5}$ livres de bois de hêtre, & qu'enſuite $71\frac{1}{3}$ livres de bois de hêtre produiſent la même chaleur que 52 livres de bois de ſapin.

Donc, 16 livres de bois de hêtre,
$15\frac{1}{4}$ livres de bois de chêne &
$11\frac{3}{4}$ livres de bois de ſapin,

donneront toujours le même degré de chaleur.

Or la huitieme expérience de la ſeconde Table, comparée avec la ſeconde, troiſieme, cinquieme & ſixieme expérience, fait voir que 9 livres de tourbes produiſent la même chaleur que $11\frac{1}{2}$ livres de bois de hêtre, ou que $8\frac{1}{3}$ livres de bois d'aune; & en comparant la premiere & la ſeptieme expérience avec la troiſieme & la quatrieme, nous trouvons que $17\frac{1}{2}$ livres de bois de hêtre donnent la même chaleur que 16 livres de bois de chêne, & que 16 livres de bois de ſapin produiſent la même chaleur que 22 livres de bois de hêtre.

D'où l'on conclut que

16 livres de bois de hêtre,
$14\frac{2}{3}$ livres de bois de chêne,
$11\frac{3}{4}$ livres de bois de ſapin,

11⅔ livres de bois d'aune &
12½ livres de tourbes,

ſont tous équivalens entr'eux par rapport à la chaleur qu'ils donnent.

Comme cette derniere proportion entre les différentes eſpeces de bois & de tourbes differe conſidérablement de celle qu'on avoit ſoupçonné avoir lieu, & dont je m'étois auſſi ſervi à la fin de mon premier Mémoire, les concluſions que j'en avois tirées alors ne conviendront pas non plus avec celles que fourniront la proportion préſente.

Or, en employant cette derniere proportion, nous obtiendrons

pour le bois de hêtre

$$\frac{mn}{A\,a} = \frac{24 \times 16}{300 \times 52,66} = 0,0243,$$

pour le bois de chêne

$$\frac{mn}{A\,a} = \frac{24 \times 14,66}{300 \times 47,25} = 0,0248,$$

pour le bois de ſapin

$$\frac{mn}{A\,a} = \frac{22 \times 11,66}{300 \times 35,5} = 0,0241,$$

pour le bois d'aune

$$\frac{mn}{A\,a} = \frac{22 \times 11,66}{300 \times 31,33} = 0,0273,$$

& pour les tourbes

$$\frac{\frac{5}{4} \times 12\frac{1}{2}}{1000} = 0,0312.$$

Comme donc la valeur la plus petite de $\frac{mn}{A\,a}$ répond à l'eſpece de bois qui coute le moins pour chauffer les fourneaux, nous concluons que le

le bois de ſapin eſt le plus avantageux; enſuite vient le bois de hêtre, dont les avantages approchent de ſi près de ceux du bois de ſapin, que ſi on vouloit avoir égard au profit que donnent les cendres, le bois de hêtre ſeroit encore préférable à celui de ſapin; la conſommation du bois de chêne eſt encore moins avantageuſe que celle du bois de hêtre, & les dépenſes que cauſe la conſommation du bois d'aune ſont les plus grandes.

Or les tourbes ſeront toujours au deſſous de toute eſpece de bois par rapport au prix; ſavoir tant que la cherté du bois n'augmentera pas conſidérablement au delà du terme que j'ai fixé ici, la conſommation des tourbes cauſera la plus grande dépenſe.

Si un ménage avoit beſoin de 243 écus de bois de hêtre, on ſeroit obligé de dépenſer

248 écus, ſi l'on ſe ſervoit de bois de chêne;
241 écus, ſi l'on faiſoit uſage de bois de ſapin;
273 écus, ſi c'étoit de bois d'aune, &
312 écus, ſi l'on bruloit des tourbes.

Cette proportion entre les avantages qu'on retire en conſumant différentes eſpeces de bois & de tourbes eſt différente de celle qu'on avoit donnée au Public à la fin de l'Avertiſſement publié avec la deſcription du fourneau du Docteur Baumer (*) au commencement de cette année.

On avoit alors fait le calcul ſur les gravités ſpécifiques de différentes ſortes de bois, comme Muſſchenbroek les avoit données; & j'ai ici employé celles que j'ai trouvées par mes propres expériences & qui ſont très différentes de celles de Muſſchenbroeck.

Je finis en répétant que les déterminations que je viens de calculer pourront très bien n'être pas exactement conformes à la vérité; elles ſont toutes fondées ſur une hypotheſe apparemment fauſſe (**), & les

(*) D. Baumers *Beſchreibung eines zur Erſpahrung des Holzes eingerichteten Stuben-Ofens.* Berlin 1765. pag. XXIII.

(**) Si mon hypotheſe étoit vraie, je n'aurois pas projetté le Plan préſent d'expériences, qui alors ſeroient très ſuperflues.

les recherches préſentes demandent des expériences beaucoup plus exactes que celles qui ont été faites lorſqu'on a examiné les fourneaux recommandés au Grand-Directoire, & où l'on a été obligé de ſe borner uniquement à choiſir celui des fourneaux qui avoit le mieux chauffé.

Je me contente d'avoir indiqué toutes les expériences qu'il auroit fallu faire à cette occaſion, avec les moyens d'en tirer des concluſions auſſi utiles au bien public que propres à étendre les bornes de la Phyſique.

TABLE A.

Portions d'eau froide a	Degrés de chaleur m	Degrés de chaleur du mélange.	$\frac{ma + 214}{a + 1}$
14	49	60	60, 0
14	60	70	70, 2
14	68	77	77, 7
12	52	63	64, 4
12	62	73	73, 7
12	72	$81\frac{1}{2}$	82, 9
12	81	90	90, 7
12	87	96	96, 7
12	94	102	104, 0
12	100	106	108, 7
12	$104\frac{1}{2}$	111	112, 9
12	109	115	117, 0
12	113	119	120, 7
12	116	122	123, 5
12	119	124	126, 3
	Degrés de Fahrenheit.	Degrés de Fahrenheit.	Degrés de Fahrenheit.

TA-

TABLE B.

Seize livres de bois de chêne.

Fourneaux	Chambre				Température m	Chaleur N	Bonté du fourneau $B = \frac{N-m}{80-m} A$
	Longueur	Largeur	Hauteur	Capacité A			
I. Fourneau du D. Baumer	19	20	13	4940	$6\frac{1}{6}$	$9\frac{1}{2}$	223
II.	19	20	13	4940	$7\frac{1}{3}$	$10\frac{1}{3}$	204
III.	10	20	13	2600	$9\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{4}$	110
IV.	19	21	13	5187	$7\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{16}$	310
V. Fourn. ordin.	19	21	13	5187	$9\frac{1}{8}$	10	65
	pieds.	pieds.	pieds.	pieds cubiq.	Degrés de Réaumur.	Degrés de Réaumur.	

TABLE C.

Seize livres de bois de hêtre.

Fourneaux	Chambre				Température m	Chaleur N	Bonté du Fourneau $B = \frac{N-m}{80-m} A$
	Longueur	Largeur	Hauteur	Capacité A			
I. Fourneau du D. Baumer	19	20	13	4940	$6\frac{1}{3}$	$9\frac{1}{2}$	212
II.	19	20	13	4940	$5\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	205
III.	10	20	13	2600	10	$13\frac{1}{4}$	120
IV.	19	21	13	5187	$7\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{2}$	300
V. Fourn. ordin.	19	21	13	5187	$8\frac{1}{3}$	$9\frac{1}{2}$	79
	pieds.	pieds.	pieds.	pieds cubiq.	Degrés de Reaumur.	Degrés de Réaumur.	

TABLE D.

Fourneau ordinaire

A. Capacité de la chambre

m. Degré de chaleur de la chambre avant de l'avoir chauffée

N. Degré de chaleur de la chambre chauffée

$$B = \frac{N - m}{80 - m} A$$ Effet du fourneau.

Quantité & eſpece du bois conſumé.	Température *m*	Chaleur N	Effet du Fourneau B
I. 16 ℔. de bois de hêtre	$8\frac{1}{3}$	$9\frac{1}{2}$	0, 012 A
II. 24 ℔. de bois de hêtre	$8\frac{1}{8}$	$10\frac{1}{6}$	0, 0284 A
III. 80 ℔. de bois de hêtre	$4\frac{1}{4}$	$9\frac{3}{4}$	0, 0726 A
IV. 16 ℔. de bois de chêne	$9\frac{1}{8}$	$10\frac{1}{16}$	0, 0137 A
V. 52 ℔. de bois de ſapin	$7\frac{5}{8}$	$12\frac{3}{8}$	0, 0656 A
	Degrés de Réaumur.	Degrés de Réaumur.	

TABLE E.

Quatrieme Fourneau

A. Capacité de la chambre

m. Degré de chaleur de la chambre étant froide

N. Degré de chaleur de la chambre étant chauffée

$B = \frac{N - m}{80 - m} A$ Bonté ou effet du fourneau.

Quantité & eſpece du bois conſumé.	Température *m*	Chaleur N	Effet du Fourneau B
I. 16 ℔. de bois de chêne	$7\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{10}$	0, 0600 A
II. 12 ℔. de bois de hêtre	8	10	0, 0277 A
III. 16 ℔. de bois de hêtre	$7\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{3}$	0, 0583 A
IV. 22 ℔. de bois de hêtre	$6\frac{2}{3}$	$11\frac{1}{2}$	0, 0648 A
V. 9 ℔. de bois d'aune	$6\frac{1}{6}$	$8\frac{1}{5}$	0, 0270 A
VI. 16 ℔. de bois d'aune	$8\frac{1}{10}$	$12\frac{3}{4}$	0, 0648 A
VII. 16 ℔. de bois de ſapin	$8\frac{1}{6}$	$12\frac{3}{4}$	0, 0649 A
VIII. 9 ℔. de tourbes ou 5 pieces environ	$8\frac{2}{3}$	$10\frac{1}{3}$	0, 0233 A
	Degrés de Réaumur.	Degrés de Réaumur.	

RÉFLEXIONS
SUR
LA VARIATION DE LA LUNE.

PAR M. J. A. EULER. (*)

Quoiqu'on ait lieu d'être assez content des nouvelles Tables de la Lune, que feu Mr. Meyer de Gœttingue, & dernierement feu Mr. Clairaut, ont publiées, vu qu'au moyen de ces tables on peut déterminer le lieu de la Lune presque aussi exactement que celui du Soleil, il s'en faut beaucoup que la théorie dont on a puisé ces Tables soit portée au point de perfection qu'on pourroit desirer, & il faut plutôt avouer qu'on n'y a fait jusqu'ici que très peu de progrès.

Le grand nombre des équations qu'il faut employer pour déterminer le lieu de la Lune à une minute près, en fournit une preuve bien évidente, puisqu'il s'ensuit ouvertement que, si l'on vouloit pousser plus loin cette précision, le nombre des équations deviendroit si grand, qu'on ne pourroit plus s'en servir dans la pratique.

Le mouvement de la Lune, tel qu'il existe dans la nature, est sans doute trop compliqué pour qu'on puisse prétendre d'en développer à la fois toutes les inégalités.

Tant qu'on ne réussit point dans la solution du probleme des trois corps en général, le plus sûr moyen de perfectionner la théorie de la Lune sera de simplifier la question autant qu'il est possible, en faisant abstraction de plusieurs circonstances qui concourent à augmenter le nombre des inégalités.

Aussi

(*) Lu à l'Académie le 17. Avril 1766.

Auſſi tous ceux qui après le grand Newton ont entrepris cette recherche, en ont d'abord écarté les inégalités qui dépendent de la latitude ou de l'inclinaiſon de l'orbite lunaire à l'écliptique; enſuite ils ont auſſi fait abſtraction de l'excentricité de l'orbite du Soleil. Par ce moyen ils ont borné leurs recherches à deux eſpeces d'inégalités, dont les unes dépendent de l'aſpect de la Lune, ou de l'angle dont la Lune paroit éloignée du Soleil, & les autres de l'excentricité de l'orbite lunaire. Cependant, comme toutes les combinaiſons de ces deux élémens produiſent des inégalités dans le mouvement de la Lune, leur nombre ne laiſſe pas d'être encore infini, à moins qu'on ne veuille négliger celles dont l'effet ne ſauroit plus être apperçu dans les obſervations.

Quoique ces deux hypotheſes qu'on a faites pour faciliter le calcul, ne conviennent point avec la vérité, les inégalités qu'on en a tirées ſe trouvent actuellement dans le mouvement de la Lune, & on a même remarqué que leur recherche renferme la principale partie de la théorie de la Lune.

C'eſt en effet là qu'on rencontre les plus grandes difficultés, & ſi l'on réuſſiſſoit à les ſurmonter entierement, on pourroit bien ſe flatter de venir à bout des autres inégalités, qui ſont produites, tant par l'excentricité de l'orbite ſolaire, que par l'inclinaiſon de l'orbite lunaire à l'écliptique.

Les premieres inégalités, quoique fondées ſur une fauſſe hypotheſe, ne laiſſeroient pas d'être très réelles, & il ne s'agiroit que d'y ajouter encore celles qui proviennent des deux autres circonſtances qu'on avoit négligées; car, comme ces différentes ſortes d'inégalités ne ſont pas fort conſidérables, il arrive heureuſement qu'on peut déterminer les unes indépendamment des autres.

Puiſqu'il eſt donc permis de commencer ces recherches en ſuppoſant que le mouvement de la Lune ſe fait dans le plan de l'écliptique, & que le Soleil ſe meut uniformément dans un cercle autour de la Terre, il ſera auſſi permis de ſimplifier encore davantage cette queſ-

tion

tion en écartant outre cela l'excentricité de l'orbite lunaire. Alors toutes les inégalités qui dépendent de l'anomalie de la Lune évanouiſſent, & il ne reſtera qu'à chercher celles qui dépendent uniquement de l'élongation apparente de la Lune au Soleil; de cette maniere on trouvera l'inégalité connue ſous le nom de *Variation*, indépendamment de toutes les autres inégalités. Il ſemble au moins que cette recherche doit devenir d'autant plus aiſée, qu'il ne ſera plus queſtion de l'apogée & de ſon mouvement, qui d'ailleurs eſt aſſujetti aux plus grandes difficultés.

Dans cette vue, ſans même avoir égard à la Lune véritable, je propoſerai la queſtion de la maniere ſuivante:

> *Déterminer le mouvement d'une Lune, qui feroit ſes révolutions autour de la Terre dans le plan de l'écliptique, & dont l'excentricité ſeroit nulle, pendant que le Soleil ſe mouvroit uniformément dans un cercle autour de la Terre.*

Quelque chimérique que paroiſſe cette queſtion, j'oſe aſſurer que, ſi l'on réuſſiſſoit à en trouver une ſolution parfaite, on ne trouveroit preſque plus de difficulté pour déterminer le vrai mouvement de la Lune réelle. Cette queſtion eſt donc de la derniere importance, & il ſera toujours bon d'en approfondir toutes les difficultés, avant qu'on en puiſſe eſpérer une ſolution complette.

I.

Soit T le centre de la Terre conſidérée en repos,

Pl. XVIII. Fig. 2. AS le cercle qui repréſente l'orbite du Soleil,
TA $=$ a le demi-diametre de ce cercle,
S le lieu du centre du Soleil,
TA une ligne droite ſelon une direction fixe,
l'angle ATS $=$ θ la longitude du Soleil depuis TA,
BL l'orbite de la Lune dans le même plan,
L le lieu du centre de la Lune,
TL $=$ v la diſtance de la Lune à la Terre,

l'angle

l'angle ATL $=\varphi$ la longitude de la Lune,
l'angle STL $=\varphi-\theta=\eta$ ſon élongation du Soleil, &
SL $=V(aa-2au\cos\eta+uu)=w$ ſa diſtance au Soleil.

II.

Enſuite, tirant de L à la droite TA la perpendiculaire LP, ſoit

l'abſciſſe TP $=x$, &
l'appliquée PL $=y$,

de ſorte qu'on aura $x=u\cos\varphi$ & $y=u\sin\varphi$.

Enfin ſoit T la maſſe de la Terre,
L la maſſe de la Lune &
S la maſſe du Soleil.

Qu'en dernier lieu la lettre t marque le tems écoulé d'une certaine époque fixe.

III.

De là on aura d'abord les forces accélératrices, qui agiſſent immédiatement ſur la Lune;

premierement celle de la Terre ſelon la direction LT $=\frac{T}{uu}$,

& enſuite celle du Soleil ſelon la direction LS $=\frac{S}{ww}$,

dont la derniere, en tirant LV parallele à TS, ſe décompoſe en ces deux,

l'une ſuivant LT $=\frac{Su}{w^3}$, &

l'autre ſuivant LV $=\frac{Sa}{w^3}$.

IV.

Mais outre cela il faut tranſporter ſur la Lune en ſens contraire les forces accélératrices qui agiſſent ſur la Terre, ces forces étant

1ment vers la Lune ſuivant $TL = \frac{L}{vv}$ &

2ment vers le Soleil ſuivant $TS = \frac{S}{aa}$,

il en réſulte ſur la Lune

1ment une force ſelon $LT = \frac{L}{vv}$ &

2ment une force ſelon $VL = \frac{S}{aa}$.

V.

Ainſi en tout la Lune doit être conſidérée comme ſoutenant ces forces;

1ment ſelon la direction LT la force $= \frac{T+L}{vv} + \frac{Sv}{w^3}$,

2ment ſelon la direction LV la force $= \frac{Sa}{w^3} - \frac{S}{aa}$.

VI.

Décompoſons ces forces accélératrices ſelon les directions fixes des deux coordonnées TP & PL, & en tirant la ligne LQ parallele à TP, la Lune ſera ſollicitée par les forces ſuivantes:

I. ſelon $LQ = \frac{T+L}{vv} \cos \Phi + \frac{Sv}{w^3} \cos \Phi - \frac{Sa}{w^3} \cos \theta + \frac{S}{aa} \cos \theta$,

II. ſelon $LP = \frac{T+L}{vv} \sin \Phi + \frac{Sv}{w^3} \sin \Phi - \frac{Sa}{w^3} \sin \theta + \frac{S}{aa} \sin \theta$;

que j'indiquerai pour abréger par les lettres Q & P.

VII.

De là les principes du mouvement, en prenant l'élément du tems dt conſtant, nous fourniſſent ces deux équations,

ddx

$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} = -\mathrm{Q}; \quad \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t^2} = -\mathrm{P},$$

ou bien, à cauſe de $x = v \cos\Phi$ & $y = v \sin\Phi$,

$$\mathrm{d}\mathrm{d}v \cos\Phi + 2\,\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi \sin\Phi - v\mathrm{d}\Phi^2 \cos\Phi - v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi \sin\Phi = -\mathrm{Q}\mathrm{d}t^2$$

$$\mathrm{d}\mathrm{d}v \sin\Phi + 2\,\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi \cos\Phi - v\mathrm{d}\Phi^2 \sin\Phi + v\,\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi \cos\Phi = -\mathrm{P}\mathrm{d}t^2,$$

dont la réſolution déterminera le mouvement de la Lune L.

VIII.

Multiplions la premiere par $\cos\Phi$ & l'autre par $\sin\Phi$, pour avoir leur ſomme

$$\mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 = -\mathrm{d}t^2\,(\mathrm{Q}\cos\Phi + \mathrm{P}\sin\Phi);$$

enſuite, en multipliant la ſeconde par $\cos\Phi$, & en retranchant la premiere multipliée par $\sin\Phi$, nous aurons

$$2\,\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi = -\mathrm{d}t^2\,(\mathrm{P}\cos\Phi - \mathrm{Q}\sin\Phi).$$

Or, en reſtituant pour Q & P leur valeurs, nous obtiendrons les deux équations ſuivantes:

$$\text{I.}\quad \mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 = -\mathrm{d}t^2\left(\frac{\mathrm{T}+\mathrm{L}}{vv} + \frac{\mathrm{S}v}{w^3} - \frac{\mathrm{S}a}{w^3}\cos\eta + \frac{\mathrm{S}}{aa}\cos\eta\right),$$

$$\text{II.}\quad 2\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi = -\mathrm{d}t^2\left(\frac{\mathrm{S}a}{w^3}\sin\eta - \frac{\mathrm{S}}{aa}\sin\eta\right),$$

à cauſe de $\Phi - \theta = \eta$.

IX.

Si le mouvement de la Lune n'étoit pas troublé par l'action du Soleil, ou bien, ſi la maſſe du Soleil évanouiſſoit, nous aurions ces deux équations,

$$\mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 = -\mathrm{d}t^2 \cdot \frac{\mathrm{T}+\mathrm{L}}{vv} \;\&\; 2\,\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi = 0,$$

dont la ſolution n'auroit aucune difficulté, puiſque le mouvement ſe-

roit régulier & conforme aux regles de Képler. Or, ſi nous voulions déterminer de la même maniere le mouvement du Soleil, à cauſe de $v = a$ & $\varphi = \theta$, on auroit $-a\,d\theta^2 = -dt^2 \cdot \frac{T+S}{aa}$, & l'autre formule ſeroit remplie d'elle-même.

X.

De là nous tirons l'avantage d'introduire dans le calcul, au lieu de l'élément du tems dt, indéterminé par lui-même, le mouvement élémentaire du Soleil $d\theta$, qui lui eſt proportionel, ayant $dt^2 = \frac{a^3 d\theta^2}{T+S}$; d'où nos deux équations prendront les formes ſuivantes:

$$\text{I. } ddv - v d\varphi^2 + \frac{a^3 d\theta^2}{T+S}\left(\frac{T+L}{vv} + \frac{Sv}{w^3} - \frac{Sa}{w^3}\cos\eta + \frac{S}{aa}\cos\eta\right) = o,$$

$$\text{II. } 2dv d\varphi + v\,dd\varphi + \frac{a^3 d\theta^2}{T+S}\left(\frac{Sa}{w^3}\sin\eta - \frac{S}{aa}\sin\eta\right) = o,$$

où maintenant l'élément $d\theta$ eſt pris conſtant.

XI.

S'il n'y avoit point de force perturbatrice, & que le mouvement fût régulier, l'orbite délivrée de toute excentricité ſeroit ſans doute un cercle. Poſant donc b pour le rayon de ce cercle, nous aurons cette équation,

$$b\,d\varphi^2 = \frac{T+L}{T+S} \cdot \frac{a^3 d\theta^2}{bb}, \text{ ou bien } d\varphi = d\theta \sqrt{\frac{a^3 (T+L)}{b^3 (T+S)}}.$$

Donc, pour produire un tel mouvement, il faudroit imprimer à la Lune en B, en prenant la diſtance $TB = b$, ſelon la direction qui y ſeroit perpendiculaire, une viteſſe telle, que le mouvement angulaire de la Lune $d\varphi$ ſeroit à celui du Soleil $d\theta$ comme $\sqrt{\frac{a^3(T+L)}{b^3(T+S)}}$ à 1.

Un

Un tel mouvement ſans aucune excentricité pourroit donc être produit à chaque diſtance de la Lune à la Terre, pourvu que le mouvement angulaire de la Lune eût ce rapport à celui du Soleil.

XII.

Poſons pour abréger $\frac{T+L}{T+S}\, a^3 = c^3$, & puiſque la maſſe T eſt preſque infiniment petite par rapport à S, nos deux équations deviendront

I. $\mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 + \frac{c^3\mathrm{d}\theta^2}{vv} + \left(\frac{a^3v - a^4\cos\eta}{w^3} + a\cos\eta\right)\mathrm{d}\theta^2 = o,$

II. $2\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi + \left(\frac{a^4\sin\eta}{w^3} - a\sin\eta\right)\mathrm{d}\theta^2 = o.$

XIII.

Ici je remarque d'abord que l'orbite de notre Lune ne ſauroit être un cercle, ou la diſtance v conſtante; car, en poſant $v = b$, on auroit

I. $\frac{\mathrm{d}\Phi^2}{\mathrm{d}\theta^2} = \frac{c^3}{b^3} + \frac{a^3(b - a\cos\eta)}{b(aa - 2ab\cos\eta + bb)^{\frac{3}{2}}} + \frac{a}{b}\cos\eta,$ &

II. $\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\theta^2} = \frac{a}{b}\sin\eta - \frac{a^4\sin\eta}{b(aa - 2ab\cos\eta + bb)^{\frac{3}{2}}};$

par où l'on verra aiſément, que ces deux équations ne ſauroient ſubſiſter à la fois à cauſe de $\mathrm{d}\Phi - \mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\eta$. Cependant, dans les conjonctions & oppoſitions où $\sin\eta = o$, l'une & l'autre peut avoir lieu pendant quelque tems, puiſque la premiere donne pour $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\theta}$ une valeur conſtante, & l'autre $\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\theta^2} = o$.

XIV.

Je remarque ici qu'il n'y a que deux cas où l'orbite de la Lune pourroit être un cercle; l'un c'eſt quand la Lune ſeroit conſtamment en conjonction avec le Soleil, ou $\eta = o$, & l'autre quand elle demeureroit toujours diamétralement oppoſée au Soleil, ou $\eta = 180°$. Dans l'un & l'autre cas, ſon mouvement ſeroit uniforme & égal à celui du Soleil, de ſorte que $d\Phi = d\theta$ & $\frac{ddΦ}{d\theta^2} = o$.

Pour le premier cas on auroit

$$1 = \frac{c^3}{b^3} - \frac{a^3}{b(a-b)^2} + \frac{a}{b}, \text{ ou } \frac{c^3}{b^3} = \frac{3aa - 3ab + bb}{(a-b)^2},$$

& pour l'autre cas

$$1 = \frac{c^3}{b^3} + \frac{a^3}{b(a-b)^2} - \frac{a}{b}, \text{ ou } \frac{c^3}{b^3} = \frac{3aa + 3ab + bb}{(a+b)^2}.$$

Le tems périodique de la Lune ſeroit alors préciſément d'une année, & puiſque la quantité c eſt beaucoup plus petite que la diſtance du Soleil, il y auroit pour l'un & l'autre cas à peu près $c^3 = 3b^3$, & partant $b = \frac{c}{\sqrt[3]{3}}$: cette diſtance ſeroit ſans doute beaucoup plus grande que celle de la Lune véritable.

XV.

Ces cas où le mouvement de la Lune pourroit être exactement déterminé, méritent bien d'être conſidérés avec plus de ſoin. Soit donc f la diſtance moyenne de la Lune véritable, laquelle eſt à peu près de 60 demi-diametres de la terre; la diſtance du Soleil, en ſuppoſant la parallaxe horizontale de $9''$, étant $a = 33000$. Or, par le mouvement moyen de la Lune on a $\frac{d\Phi}{d\theta} = 13\frac{1}{3}$, & partant $\frac{d\Phi^2}{d\theta^2} = 178$ à égaler à $\frac{c^3}{f^3}$ à peu près, d'où nous tirons $c^3 = 178 f^3$ & $a =$

$a = 5500f$. Par conſéquent la diſtance d'une Lune, qui demeureroit toujours jointe ou oppoſée au Soleil, ſeroit $b = f\sqrt[3]{\frac{178}{3}} = 3,893f$, ou bien elle ſeroit preſque 4 fois plus éloignée que la vraie Lune. Ce cas eſt d'autant plus remarquable, qu'il auroit auſſi lieu en donnant au Soleil ſa vraie orbite elliptique, & notre Lune décriroit alors une ſemblable ellipſe autour de la Terre; mais dès que le mouvement initial s'écarteroit tant ſoit peu de celui que ce cas exige, il n'y auroit plus moyen de déterminer le mouvement.

XVI.

Mais, pour que l'orbite de notre Lune n'ait ſeulement aucune excentricité, il n'eſt pas néceſſaire que ſa diſtance à la Terre demeure toujours la même; il ſuffit qu'au même angle η réponde toujours la même diſtance v, avec le même mouvement angulaire $d\Phi$. On comprend auſſi par le §. XIII. que, tant dans les oppoſitions que dans les conjonctions, le rayon vecteur TL doit être perpendiculaire à l'orbite; ce qui eſt d'ailleurs clair par les Tables de la Lune, par leſquelles on voit que, faiſant évanouir l'excentricité de ſorte que la ſeule variation y reſte, tant la diſtance v que la viteſſe angulaire $\frac{d\Phi}{d\vartheta}$ eſt exprimée par une telle ſérie

$$A + B\cos\eta + C\cos 2\eta + D\cos 3\eta + E\cos 4\eta + \&c,$$

qui va effectivement à l'infini; d'où l'on voit que ces deux élémens retournent toujours aux mêmes valeurs, quand l'angle η redevient le même, & que dans les conjonctions & oppoſitions ils reçoivent ou leurs plus grandes ou leurs plus petites valeurs.

XVII.

Reprenons les deux équations différentio-différentielles du §. XII., qui ſont

$$\text{I. } \mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 + \frac{c^3\mathrm{d}\theta^2}{vv} + \left(\frac{a^3v - a^4\cos\eta}{w^3} + a\cos\eta\right)\mathrm{d}\theta^2 = 0,$$

$$\text{II. } 2\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi + \left(\frac{a^4\sin\eta}{w^3} - a\sin\eta\right)\mathrm{d}\theta^2 = 0.$$

Et comme il ne s'agit que d'une ſolution approchée, on peut bien ſe paſſer de l'intégration, vu que les équations différentielles du ſecond degré ſont ſouvent plus propres à fournir des approximations commodes que leurs intégrales.

XVIII.

Conſidérons maintenant que la diſtance a eſt beaucoup plus grande que la diſtance v; d'où nous tirons

$$\frac{1}{w^3} = (aa - 2av\cos\eta + vv)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{a^3} + \frac{3v\cos\eta}{a^4} - \frac{3vv}{2a^5} + \frac{15vv\cos\eta^2}{2a^5},$$

& partant nos deux équations différentio-différentielles ſeront

$$\text{I. } \mathrm{d}\mathrm{d}v - v\mathrm{d}\Phi^2 + \frac{c^3\mathrm{d}\theta^2}{vv} + v\mathrm{d}\theta^2\left(1 - 3\cos\eta^2 + \frac{9v\cos\eta}{2a} - \frac{15v\cos\eta^3}{2a}\right) = 0,$$

$$\text{II. } 2\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\mathrm{d}\Phi + v\mathrm{d}\theta^2\left(3\sin\eta\cos\eta - \frac{3v\sin\eta}{2a} + \frac{15v\sin\eta\cos\eta^2}{2a}\right) = 0.$$

XIX.

Nous pourrons d'abord écarter les termes diviſés par la diſtance du Soleil a, pour avoir ces équations,

$$\text{I. } \frac{1}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{d}\cdot\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta} - \frac{v\mathrm{d}\Phi^2}{\mathrm{d}\theta^2} + \frac{c^3}{vv} + v(1 - 3\cos\eta^2) = 0,$$

$$\text{II. } \frac{2\mathrm{d}v\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\theta^2} - \frac{v}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{d}\cdot\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\theta} + 3v\sin\eta\cos\eta = 0.$$

Que la lettre b marque la diſtance moyenne de la Lune au centre de la Terre; & poſons $v = bu$, de ſorte que la valeur principale de u ſera $= 1$.

Qu'on

Qu'on poſe encore $\frac{c^3}{b^3} = m$, & à cauſe de $d\varphi = d\eta + d\theta$, nos deux équations prendront ces formes,

I. $\frac{1}{d\theta} d.\frac{du}{d\theta} - u\left(\frac{d\eta^2}{d\theta^2} + \frac{2\,d\eta}{d\theta} + \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}u \cos 2\eta + \frac{m}{uu} = 0,$

II. $\frac{2\,du}{d\theta}\left(\frac{d\eta}{d\theta} + 1\right) + \frac{u}{d\theta} d.\frac{d\eta}{d\theta} + \frac{3}{2}u \sin 2\eta = 0.$

XX.

Pour en éliminer l'élément $d\theta$, poſons $\frac{d\eta}{d\theta} = \omega$ pour avoir

I. $\frac{\omega}{d\eta} d.\frac{\omega\,du}{d\eta} - u\,(\omega\omega + 2\omega + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\cos 2\eta) + \frac{m}{uu} = 0,$

II. $\frac{2\omega\,du}{d\eta}(\omega + 1) + \frac{u\omega\,d\omega}{d\eta} + \frac{3}{2}u \sin 2\eta = 0,$

où il faut remarquer que la lettre ω étant priſe pour marquer en général le rapport de $d\eta$ à $d\theta$, ſa valeur principale ſera le rapport moyen de $d\eta$ à $d\theta$.

XXI.

Le principe d'où je tâcherai de tirer des approximations convenables eſt, que la valeur de ω eſt un nombre aſſez conſidérable, qui dans la Lune véritable eſt toujours plus grand que 12. Prenant donc le nombre n pour la valeur moyenne de ω, je ſuppoſe pour u & ω des ſéries de fractions, dont les dénominateurs ſoient les puiſſances de n; & puiſque le premier terme pour u eſt $= 1$, & pour $\omega = n$, je poſe

$$u = 1 + \frac{p}{n} + \frac{q}{n^2} + \frac{r}{n^3} + \frac{s}{n^4} + \frac{t}{n^5} + \text{&c.}, \quad \&$$

$$\omega = n + P + \frac{Q}{n} + \frac{R}{n^2} + \frac{S}{n^3} + \frac{T}{n^4} + \text{&c.}$$

XXII.

Outre cela, puiſque le nombre n a un certain rapport au nombre $m = \frac{c^3}{b^3}$, déterminé par la diſtance moyenne b, je poſe

$$m = \alpha nn + \mathfrak{G}n + \gamma + \frac{\delta}{n} + \frac{\varepsilon}{nn} + \frac{\zeta}{n^3} + \frac{\eta}{n^4} + \text{&c.},$$

ſachant déjà que le quarré nn entre dans ce rapport.

XXIII.

Cela poſé, on n'a qu'à ſubſtituer dans nos deux équations ces valeurs ſuppoſées pour n & ω, & à diſtinguer dans chacune les membres, ſelon qu'ils ſont ou multipliés ou diviſés par le nombre n & ſes puiſſances. Sur ce pied commençons par la premiere équation, qui ſera compoſée des membres ſuivans, dont chacun doit être ſéparément égal à zéro.

I. n^2 .. $0 = -1 + \alpha$

II. n^1 .. $0 = -2P - 2 - p + \mathfrak{G} - 2\alpha p + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\eta^2}$

III. n^0 .. $0 = -2Q - PP - 2P - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\cos 2\eta - 2Pp - 2p - q + \gamma - 2\mathfrak{G}p - 2\alpha q + 3\alpha pp + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}q + \mathrm{d}.P\mathrm{d}p + P\mathrm{d}\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\eta^2}$

IV. $\frac{1}{n}$ .. $0 = -2R - 2PQ - 2Q - 2Qp - PPp - 2Pp - \frac{3}{2}p - \frac{3}{2}p\cos 2\eta - 2Pq - 2q - r + \delta - 2\gamma p - 2\mathfrak{G}q + 3\mathfrak{G}pp - 2\alpha r + 6\alpha pq - 4\alpha p^3 + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}r + \mathrm{d}.P\mathrm{d}q + \mathrm{d}.Q\mathrm{d}p + P\mathrm{d}\mathrm{d}q + P\mathrm{d}.P\mathrm{d}p + Q\mathrm{d}\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\eta^2}$

V. $\frac{1}{\eta^2}$ .. $o = -2S - 2PR - QQ - 2R \cdot 2Rp \cdot 2PQp \cdot 2Qp \cdot 2Qq$
$- PPq - 2Pq - \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}q \cos 2\eta = 2Pr - 2r - s$
$+ c - 2\delta p - 2\gamma q + 3\gamma pp - 2\varepsilon v + 6\varepsilon pq - 4\varepsilon p^3$
$- 2\alpha s - 6\alpha pr + 3\alpha qq - 12\alpha ppq + 5\alpha p^4$
$+ \frac{dds + d.Pdr + d.Qdq + d.Rdp + Pddr}{d\eta^2}$
$+ \frac{Pd.Pdq + Pd.Qdp + Qddq + Qd.Pdp + Rddp}{d\eta^2}$

VI. $\frac{1}{\eta^3}$ .. $o = -2T \cdot 2PS \cdot 2QR \cdot 2S \cdot 2Sp \cdot 2PRp \cdot QQp \cdot 2Rp \cdot 2Rq$
$- 2PQq \cdot 2Qq \cdot 2Qr \cdot PPr \cdot 2Pr \cdot \frac{3}{2}r \cdot \frac{3}{2}r \cos 2\eta$
$- 2Ps \cdot 2s \cdot t + \zeta \cdot 2sp \cdot 2\delta q + 3\delta pp \cdot 2\gamma r + 6\gamma pq$
$- 4\gamma p^3 \cdot 2\varepsilon s + 6\varepsilon pr + 3\varepsilon qq \cdot 12\varepsilon ppq + 5\varepsilon p^4 \cdot 2\alpha\frac{1}{6}$
$+ 6\alpha ps + 6\alpha qr \cdot 12\alpha ppr \cdot 12\alpha pqq + 20\alpha p^3 q \cdot 6\alpha p^5$
$+ \frac{ddt + d.(Pds + Qdr + Rdq + Sdp)}{d\eta^3}$
$+ \frac{Pd.(ds + Pdr + Qdq + Rdp) + Qd.(dr + Pdq + Qdp)}{d\eta^3}$
$+ \frac{Rd.(dq + Pdp) + Sddp}{d\eta^3}$.

XXIV.

De la même maniere développons la ſeconde équation, qui étant diſtribuée dans ſes membres fournit les équations ſuivantes,

I. η' .. $o = \frac{2dp + dP}{d\eta}$ ou $o = 2dp + dP$

II. $n^{\circ}..$ $o = 2\mathrm{d}q + 2\mathrm{P}\mathrm{d}p + 2(\mathrm{P}+1)\mathrm{d}p + \mathrm{d}Q + \mathrm{P}\mathrm{d}\mathrm{P} + p\mathrm{d}\mathrm{P} + \frac{3}{2}\mathrm{d}\eta \sin 2\eta$

III. $\frac{1}{n}..$ $o = 2(\mathrm{d}r + \mathrm{P}\mathrm{d}q + Q\mathrm{d}p) + 2(\mathrm{P}+1)(\mathrm{d}q + \mathrm{P}\mathrm{d}p)$
$+ 2Q\mathrm{d}p + \mathrm{d}R + \mathrm{d}.PQ + p(\mathrm{d}Q + \mathrm{P}\mathrm{d}\mathrm{P}) + q\mathrm{d}\mathrm{P}$
$+ \frac{3}{2}p\mathrm{d}\eta \sin 2\eta$

IV. $\frac{1}{n^2}..$ $o = 2(\mathrm{d}s + \mathrm{P}\mathrm{d}r + Q\mathrm{d}q + R\mathrm{d}p) + 2(\mathrm{P}+1)(\mathrm{d}r + \mathrm{P}\mathrm{d}q + Q\mathrm{d}p)$
$+ 2Q(\mathrm{d}q + \mathrm{P}\mathrm{d}p) + 2R\mathrm{d}p + \mathrm{d}S + \mathrm{d}.PR + Q\mathrm{d}Q$
$+ p(\mathrm{d}R + \mathrm{d}.PQ) + q(\mathrm{d}Q + P\mathrm{d}P) + r\mathrm{d}P + \frac{3}{2}q\mathrm{d}\eta \sin 2\eta$

V. $\frac{1}{n^3}..$ $o = 2(\mathrm{d}t + \mathrm{P}\mathrm{d}s + Q\mathrm{d}r + R\mathrm{d}q + S\mathrm{d}p) + 2(\mathrm{P}+1)(\mathrm{d}s + \mathrm{P}\mathrm{d}r + Q\mathrm{d}q + R\mathrm{d}p)$
$+ 2Q(\mathrm{d}r + \mathrm{P}\mathrm{d}q + Q\mathrm{d}p) + 2R(\mathrm{d}q + \mathrm{P}\mathrm{d}p) + 2S\mathrm{d}p + \mathrm{d}T$
$+ \mathrm{d}.PS + \mathrm{d}.QR + p(\mathrm{d}S + \mathrm{d}.PR + Q\mathrm{d}Q) + q(\mathrm{d}R + \mathrm{d}.PQ)$
$+ r(\mathrm{d}Q + \mathrm{P}\mathrm{d}\mathrm{P}) + s\mathrm{d}\mathrm{P} + \frac{3}{2}r\mathrm{d}\eta \sin 2\eta.$

Il n'eſt pas difficile de voir comment ces équations devroient être continuées plus loin.

XXV.

Paſſons maintenant à la réſolution ces équations, & la Ire du §. XXIII. donne d'abord $\alpha = 1$, & la Ire du §. XXIV. donnant $2dp + dP = o$, nous en tirons $P = A - 2p$; où je remarque que ni p ni P ne doit renfermer de partie conſtante, attendu que d'ailleurs ni 1 ni n ne ſeroit plus la juſte valeur moyenne, comme nous le ſuppoſons.

XXVI.

Subſtituons cette valeur de P dans la II^de^ équation du §. XXIII. pour avoir, à cauſe de $\alpha = 1$,

$$o = 6 - 2 - 2A + p + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\eta^2}.$$

Or,

Or, pour remplir cette condition, il faut poſer d'abord $A = o$, & enſuite $\mathfrak{E} = 2$, de ſorte que $p + \frac{dd p}{d\eta^2} = o$, dont l'intégrale complette eſt $p = \mathfrak{A} \cos \eta + \mathfrak{B} \sin \eta$. Mais, pour le cas dont il s'agit, nous devons prendre tant $\mathfrak{A} = o$ que $\mathfrak{B} = o$, pour ſatisfaire aux mouvemens de la Lune véritable. La même choſe doit auſſi être obſervée dans les déterminations ſuivantes, pour les mettre d'accord avec l'idée de la variation établie dans l'Aſtronomie.

XXVII.

Ayant donc trouvé $\alpha = 1$, $\mathfrak{E} = 2$, $p = o$ & $P = o$, la II^de^ équation du §. XXIV. devient

$$o = 2\,dq + dQ + \tfrac{3}{2}\,d\eta \sin 2\eta,$$

dont l'intégrale ſuivant le même principe eſt

$$2q + Q = \tfrac{3}{4} \cos 2\eta, \text{ donc } Q = -2q + \tfrac{3}{4} \cos 2\eta.$$

XXVIII.

Or la IIIme équation du §. XXIII. étant

$$o = -2Q - \tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2} \cos 2\eta - q + \gamma - 2q + \frac{dd q}{d\eta^2},$$

elle prendra cette forme

$$o = q + 3 \cos 2\eta + \gamma - \tfrac{3}{2} + \frac{dd q}{d\eta^2},$$

où il eſt évident qu'il faut prendre $\gamma = \frac{3}{2}$ pour avoir

$$o = \frac{dd q}{d\eta^2} + q - 3 \cos 2\eta,$$

dont l'intégrale la plus ſimple ne renfermant aucune conſtante eſt

$q = -\cos 2\eta$, & partant $Q = \frac{11}{4} \cos 2\eta$.

XXIX.

Conſidérons à préſent l'équation III. du §. XXIV, qui à cauſe de $p = o$ & $P = o$ eſt

$o = 2dr + 2dq + dR$, donc $R = -2q - 2r$.

Or l'équation IV. du §. XXIII. devient

$$o = -2R - 2Q - 2q - r + \delta - 4q - 2r + \frac{ddr}{d\eta^2},$$

ou $o = -2q - 2Q + \delta + r + \frac{ddr}{d\eta^2}$.

Mettant donc $\delta = o$ nous aurons

$$o = \frac{ddr}{d\eta^2} + r - \tfrac{7}{2}\cos 2\eta,$$

& partant $r = -\frac{7}{8}\cos 2\eta$, & $R = \frac{13}{3}\cos 2\eta$.

XXX.

De la même maniere la IVme équation du §. XXIV. étant

$$o = 2ds + 4Qdq + 2dr + dS + QdQ + qdQ + \tfrac{3}{2}qd\eta \sin 2\eta,$$

ou $o = 2ds + dS + 2dr + \frac{87}{8}d\eta \sin 4\eta$,

nous aurons $S = -2s + \frac{7}{3}\cos 2\eta + \frac{87}{64}\cos 4\eta$.

Or la Vme équation du §. XXIII. eſt

$$o = 4s - \tfrac{14}{3}\cos 2\eta - \tfrac{87}{32}\cos 4\eta - QQ - 2R - 2Qq - \tfrac{3}{2}q - \tfrac{3}{2}q\cos 2\eta - 2r - s + \varepsilon - 3q - 4r - 2s + 3qq + \frac{dds + d.Qdq + Qddq}{d\eta^2},$$

ou $o = \varepsilon + \frac{21}{4} + s + \frac{dds}{d\eta^2} - \frac{21}{6}\cos 2\eta + 15\cos 4\eta$.

Prenant donc $\varepsilon = -\frac{21}{4}$, nous en tirons

$s = -\frac{11}{18}\cos 2\eta + \cos 4\eta$, & $S = \frac{32}{9}\cos 2\eta - \frac{51}{64}\cos 4\eta$.

XXXI.

En comparant de la même maniere la Vme équation du §. XXIV. avec la VIme du §. XXIII., nous obtiendrons

$T =$

$$T = -2t + \tfrac{11}{9}\cos 2\eta + \tfrac{1}{8}\cos 4\eta, \quad \&$$

$$o = \frac{d\,dt}{d\eta^2} + t - \tfrac{23}{36}\cos 2\eta + \tfrac{517}{576}\cos 4\eta + \zeta + \tfrac{625}{1152}.$$

Faiſant donc $\zeta = -\tfrac{625}{1152}$, nous en tirons

$$t = -\tfrac{253}{1008}\cos 2\eta + \tfrac{517}{1440}\cos 4\eta, \text{ \& partant}$$

$$T = -\tfrac{89}{504}\cos 2\eta - \tfrac{3281}{7200}\cos 4\eta.$$

XXXII.

Contentons-nous de ce degré de préciſion, qu'on pourroit aiſément pouſſer plus loin ſans avoir aucun inconvénient à craindre, & d'abord on aura le vrai rapport entre la diſtance moyenne b & le mouvement moyen $\frac{d\eta}{d\theta} = n$, par le moyen de cette équation

$$m = \frac{c^3}{b^3} = nn + 2n + \tfrac{3}{2} * - \frac{21}{4n^2} - \frac{695}{12\,n^3},$$

& enſuite le mouvement même ſera déterminé par ces deux égalités

$$u = 1 * - \frac{1}{n^2}\cos 2\eta - \frac{7}{6n^3}\cos 2\eta - \frac{11}{18n^4}\cos 2\eta - \frac{1}{n^4}\cos 4\eta$$

$$- \frac{23}{108\,n^5}\cos 2\eta + \frac{5171}{1440\,n^5}\cos 4\eta = \frac{v}{b}, \quad \&$$

$$v = n * + \frac{11}{4n}\cos 2\eta + \frac{13}{3nn}\cos 2\eta + \frac{32}{9n^3}\cos 2\eta + \frac{41}{64n^3}\cos 4\eta$$

$$- \frac{89}{54\,n^4}\cos 2\eta - \frac{3281}{720\,n^4}\cos 4\eta = \frac{d\eta}{d\theta}.$$

XXXIII.

Mais, pour déterminer la longitude même $\phi = \eta + \theta$, poſons pour abréger $\frac{d\eta}{d\theta} = n + M\cos 2\eta - N\cos 4\eta$, de ſorte que

$$M =$$

$$M = \frac{11}{4n} + \frac{13}{3nn} + \frac{32}{9n^3} + \frac{89}{54n^4},$$

$$\& \quad N = \frac{41}{64n^3} + \frac{3281}{720n^4},$$

& nous aurons de là

$$\frac{d\theta}{d\eta} = \frac{1}{n} - \frac{M}{nn}\cos 2\eta + \frac{N}{nn}\cos 4\eta + \frac{MM}{n^3}\cos 2\eta^2, \quad \text{ou}$$

$$\frac{d\theta}{d\eta} = \frac{1}{n} + \frac{MM}{2n^3} - \frac{M}{n^2}\cos 2\eta + \left(\frac{N}{n^2} + \frac{MM}{2n^3}\right)\cos 4\eta,$$

dont l'intégrale eſt

$$\theta = \left(\frac{1}{n} + \frac{MM}{2n^3}\right)\eta - \frac{M}{2n^2}\sin 2\eta + \left(\frac{N}{4n^2} + \frac{MM}{8n^3}\right)\sin 4\eta,$$

& partant

$$\eta = n\left(1 - \frac{MM}{2n^2}\right)\theta + \frac{M}{2n}\left(1 - \frac{MM}{2nn}\right)\sin 2\eta - \left(\frac{N}{4n} + \frac{MM}{8n^2}\right)\sin 4\eta.$$

Par conſéquent la longitude cherchée de la Lune $\Phi = \eta + \theta$

$$\Phi = \left(n + 1 - \frac{MM}{2n}\right)\theta + \left(\frac{M}{2n} - \frac{M^3}{4n^3}\right)\sin 2\eta - \left(\frac{N}{4n} + \frac{MM}{8n^2}\right)\sin 4\eta.$$

XXXIV.

Il eſt clair que le premier terme $\left(n + 1 - \frac{MM}{2n}\right)\theta$ exprime ici la longitude moyenne de la Lune, & les ſuivans l'inégalité connue ſous le nom de la variation, dont je développerai la valeur en ſuppoſant

poſant $n = 12,3708$, afin que le premier terme devienne $= 13,3683\,\theta$, comme il arrive effectivement pour la Lune véritable, & je trouve $M = 0,25257$ & $N = 0,00053$,

donc $\frac{M}{2n} - \frac{M^3}{4n^3} = 0,01021$, & $\frac{N}{4n} + \frac{M^2}{8n^2} = 0,000063$;

d'où je tire, en réduiſant ces équations en ſecondes,

$\Phi =$ long. moyenne $+ 2105\frac{3}{5}$ ſin $2\eta - 13\frac{1}{6}$ ſin 4η,

& partant la plus grande variation dans les octans monte à $35' 5''\frac{2}{5}$, qui eſt un peu plus petite que ſelon les Tables de Meyer; mais, comme la variation dans ſes Tables répond à l'élongation moyenne, & que celle que je viens de déterminer ſe rapporte à la vraie élongation η, il eſt clair qu'elles doivent néceſſairement différer entr'elles.

XXXV.

La diſtance de notre Lune à la Terre eſt auſſi aſſujettie à des changemens aſſez conſidérables, qui, en donnant à n la même valeur que ci-deſſus, ſont renfermés dans cette équation,

$v = b\,(1 - 0,00720 \text{ cof } 2\eta + 0,00005 \text{ cof } 4\eta)$,

d'où nous voyons que dans les conjonctions & oppoſitions cette diſtance eſt la plus petite, mais dans les quadratures la plus grande.

XXXVI.

Toutefois, nonobſtant cette inégalité, l'orbite doit être cenſée n'avoir aucune excentricité proprement ainſi nommée; & partant on s'exprimeroit peu conformément à l'uſage reçu dans l'Aſtronomie, ſi l'on diſoit pour ce cas, que dans les conjonctions & les oppoſitions la Lune ſe trouvoit dans ſon périgée, & que l'apogée répondoit aux quadratures, puiſque les termes d'apogée & de périgée ſe rapportent à une excentricité proprement dite, dont l'orbite de la Lune que je viens de conſidérer eſt entierement délivrée.

PROPOSITIONS
DE
GÉOMÉTRIE ET DE TRIGONOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE,
DÉMONTRÉES D'UNE MANIERE NOUVELLE.
PAR MR. DE CASTILLON. (*)

Permettez, Meſſieurs, qu'avant de montrer l'uſage du terme général des ſéries recourrantes, tel que je l'ai donné (**), je démontre d'une maniere nouvelle & facile quelques théoremes élémentaires. Ce ſont des bagatelles, mais qui ont quelque utilité. En recherchant la liaiſon des vérités, on perfectionne le jugement; & tout être borné a beſoin de perfectionner le ſien. D'ailleurs il eſt avantageux d'abréger & de ſimplifier les élémens d'une ſcience auſſi étendue & auſſi utile que les Mathématiques. C'eſt ſans doute par ces raiſons que pluſieurs Académies célebres ont adopté des Mémoires ſemblables à celui-ci pour le ſujet.

1. Il m'a toujours paru que les propoſitions 47. du livre 1er, 12 & 13 du livre 2. d'Euclide devoient tenir à une propoſition plus générale. COMMANDIN a bien vu que la 47. du livre 1er réſultoit de la propoſ. 1re du livre 4. des *Collections Mathématiques* de PAPPUS. Je trouve que les deux autres en réſultent auſſi. Je trouve de plus qu'elles ſont des cas de la fameuſe propoſition de PTOLOMEE, qui regarde les quadrilateres inſcrits dans le cercle: en ſorte que ces propoſitions ſont liées avec deux autres plus générales.

Voici

(*) Ce Mémoire eſt l'extrait de deux, lus en 1764 & 1765.

(**) Dans un Mémoire que par erreur on a honoré du nom illuſtre de *Dom* WALMESLEY. Voyez *Hiſt. de l'Acad. de Berlin* pour l'an 1758. pag. 271. & ſuiv.

Voici la propoſition de PAPPUS: je la rapporte parce que j'y ajoute un cas.

PROPOS. I.

2. *Si ſur les côtés* AB, BC *d'un triangle* ABC, *on décrit deux parallélogrammes* ABDE, CBFG, *dont les côtés* ED, GF *prolongés ſe rencontrent en* H; *& ſi l'on joint la droite* HB, *qui prolongée rencontre en* I *la baſe* AC, *auſſi prolongée s'il le faut; je dis que le parallélogramme formé par* AC, *baſe du triangle, & par* HB, *ſous l'angle* HIC, *eſt égal à la ſomme des parallélogrammes* ABDE, CBFG, *quand la droite* HI *tombe dans le triangle; & à leur différence, quand la droite* HI *tombe hors du triangle.* Pl. XVIII. Fig. 1. & 2. Fig. 1. Fig. 2.

Par les points A & C tirez les droites AK, CL paralleles à HI, & qui rencontrent en K & L les EH, GH: joignez la KL qui rencontre en M la HI. Fig. 1. & 2.

Les droites HB, AK ſont égales, parce qu'elles ſont paralleles entre les paralleles HK, BA; mais auſſi les droites HB, CL ſont égales, parce qu'elles ſont paralleles entre les paralleles HL, BC; donc les droites AK, CL ſont égales: elles ſont paralleles par la conſtruction; c'eſt pourquoi la figure ACLK eſt un parallélogramme, dont les côtés ſont KA égale à BH, & AC baſe du triangle, & dont l'angle KAC eſt égal à l'angle HIC.

Les parallélogrammes ABDE, ABHK ſont égaux, parce qu'ils ont même baſe AB, & ſont entre les mêmes paralleles AB, HK: les parallélogrammes ABHK, AKMI ſont égaux, parce qu'ils ont la même baſe AK, & ſont entre les mêmes paralleles AK, MI; donc le parallélogramme AKMI eſt égal au parallélogramme ABDE. On prouvera de même que le parallélogramme CLMI eſt égal au parallélogramme CBFG: donc

Ajoutant égal à égal, le parallélogramme AKLC eſt égal à la ſomme des parallélogrammes ABDE, CBFG, qui eſt le cas que PAPPUS a conſidéré. Fig. 1.

Fig. 2. Retranchant égal d'égal, le parallélogramme AKLC eſt égal à la différence des parallélogrammes ABDE, CBFG, qui eſt le cas que j'ajoute.

3. *Coroll.* 1. Dans la *Fig.* 1. l'angle KAC eſt la ſomme de l'angle BAC du triangle, & de l'angle BAK ou BHK. PAPPUS l'a remarqué. Dans la *Fig.* 2. l'angle KAC eſt la différence des mêmes angles.

Conſtruction pour les corollaires ſuivans.

Pl. XVIII. & XIX. Fig. 3. 4. & 5. 4. Sur la baſe AC d'un triangle quelconque ABC décrivez le quarré ACLK; du point B tirez ſur AC la perpendiculaire BI; prenez ſur ſon prolongement la BH égale à la AC; joignez les HK, HL, & faites les rectangles ABDE, CBFG.

Fig. 3. 5. *Coroll.* 2. Si l'angle ABC eſt droit, puiſque l'angle EAB eſt droit, auſſi bien que l'angle KAC, l'angle EAK eſt égal à l'angle BAC; mais AK, baſe du triangle rectangle AEK, eſt égale à AC, baſe du triangle rectangle ABC; donc le côté AE eſt égal au côté AB, & la figure ABDE eſt un quarré. On démontrera de même que la figure CBFG eſt un quarré: donc, par la propoſition générale, le quarré &c., qui eſt la propoſ. 47. du livre 1. d'Euclide.

Conſtruction ultérieure pour les Fig. 4. & 5.

6. Lorſque l'angle ABC eſt oblique, tirez des points A & C ſur les côtés CB, AB, prolongés s'il le faut, les perpendiculaires AT, CS, & prolongez-les juſqu'à ce qu'elles rencontrent en X & V les droites HG, HE. Par les triangles rectangles AEK, ASC, & CGL, ATC, vous prouverez comme §. 5. que les figures AEVS, CGXT ſont des quarrés: prenez AO égale à AB, CR égale à CB, & achevez les figures ABNO, CBPR, qui ſont les quarrés de AB & de BC.

Fig. 4. 7. *Coroll.* 3. Si l'angle ABC eſt obtus, les perpendiculaires CS, AT tombent ſur les côtés AB, CB prolongés; les droites SV ou BD & TX ou BF ſurpaſſent les droites NB ou BA & PB ou BC

BC des parties DN ou BS, & FP ou BT; & les quarrés ABNO, CBPR ſont plus petits que les rectangles ABDE, CBFG, ou que le quarré ACLK qui leur eſt égal par la propoſition générale, des rectangles EBNO & GFPR, ou de AB par BS & de CB par BT.

8. *Coroll.* 4. On prouvera de même que, quand l'angle ABC eſt aigu, les quarrés ABNO, CBPR ſont plus grands que les rectangles ABDE, CBFG, ou que le quarré ACLK, des rectangles de AB par BS & de CB par BT. Planch. XIX. Fig. 5.

9. Mais les triangles rectangles ATB, CSB ſont équiangles, & le rectangle de AB par BS eſt égal au rectangle de CB par BT; donc, mettant au lieu de ces deux rectangles le double d'un d'entr'eux, le §. 7. donnera la prop. 12, & le §. 8. la prop. 13. du livre 2. d'Euclide. Fig. 4. & 5.

Il faudra moins d'appareil pour déduire le mêmes propoſitions du théoreme de PTOLOMÉE.

Conſtruction.

10. Soit un triangle ABC; circonſcrivez un cercle à ce triangle, & du ſommet B d'un des angles inſcrivez dans le cercle la corde BD égale à la baſe AC du triangle; achevez le quadrilatere ABCD. Le rectangle des diagonales eſt le quarré de AC. Les arcs ABC, BAD ſont égaux; donc les arcs BC, AD ſont égaux, & les cordes AB, DC ſont paralleles. Les cordes BC, AD ſont égales, & le rectangle des côtés oppoſés BC, AD, eſt le quarré de BC ou de AD. Cela poſé, de la propoſition de Ptolomée réſulte que, Fig. 6.

11. *Coroll.* 1. Quand l'angle ABC eſt droit, la AC eſt un diametre; donc auſſi la BD eſt un diametre; les côtés oppoſés du quadrilatere ſont paralleles & égaux; le rectangle des diagonales eſt le quarré du côté oppoſé à l'angle droit; & les rectangles des côtés oppoſés ſont les quarrés des côtés qui forment l'angle droit.

Conſtruction ultérieure pour les triangles obliquangles.

12. Tirez par A la AE parallele à la BC, & la AF perpendiculaire ſur CB, & AG perpendiculaire ſur CD: donc les droites

AB, CE ſont égales, auſſi bien que les droites BC, AE, AD; & DG, GE. Les angles AEG, ABF, complémens des égaux AEC, CBA, ſont égaux; c'eſt pourquoi les triangles rectangles AGE, AFB ſont équiangles, & le rectangle de GE par AB ou EC eſt égal au rectangle de FB par AE ou BC.

13. Quand l'angle ABC eſt obtus, le rectangle de DC par BA ou CE ſurpaſſe le quarré de CE ou de AB, du rectangle de DE par EC, ou de deux fois GE par EC, ou de deux fois le rectangle de CB par BF.

14. Le triangle ADC eſt acutangle, & le rectangle de DC par AB ou par CE eſt plus petit que le quarré de CD du rectangle de CD par DE ou par deux fois DG.

EUCLIDE (prop. 10. livre 13.) prouve que le quarré du côté du pentagone eſt égal au quarré du côté du décagone & au quarré du côté de l'hexagone inſcrits dans le même cercle. Sa démonſtration eſt longue & difficile; cependant elle a été copiée par tous les Géometres que j'ai lus. En voici une courte & facile, qu'EUCLIDE même auroit pu donner s'il y avoit ſongé; car elle n'eſt fondée que ſur les principes que cet Auteur a poſés avant ſa propoſition.

PROPOS. II.

Fig. 17. 15. *Dans le cercle* ABC *ſoit* AB *le côté du pentagone;* AF *ou* FB *le côté du décagone;* AD *ou* DF *le rayon ou côté de l'hexagone.*

L'angle ADF eſt la cinquieme partie de deux droits; donc chacun des angles égaux DAF: AFD eſt deux cinquiemes de deux droits; ainſi le triangle iſoſcele DAF a chaque angle ſur la baſe double de l'angle du ſommet; donc, prenant DG égale à AF, le rayon DF eſt coupé en G en moyenne & extrême raiſon (prop. 10. liv. 4. & prop. 30. liv. 6. d'Eucl.); c'eſt pourquoi la droite GA eſt égale à la AF (Eucl. prop. 10. liv. 4.), & la GE à la EF.

Mais le quarré de DF avec le quarré de FG eſt égal à trois fois le quarré de AF (Eucl. prop. 4. liv. 13.); &, ajoutant de commun

le

le quarré de AF, les trois quarrés de DF, de FG & de AF ſont égaux à quatre fois le quarré de AF, c'eſt à dire à quatre fois les quarrés de AE & de EF, ou aux quarrés de AB & de GF, & ôtant de commun le quarré de GF, &c.

La Trigonométrie plane a trois problemes qui ne ſont pas faciles.

1. Connoiſſant deux côtés d'un triangle, & l'angle compris, connoître les deux autres angles.
2. Connoiſſant les trois côtés d'un triangle, connoître les angles.
3. Dans la même ſuppoſition connoître la ſurface.

Mr. SEGNER, à qui les Mathématiques doivent tant, a publié le premier une démonſtration très ſimple du premier de ces problemes.

La ſolution du troiſieme a été énoncée pour la premiere fois par HERON le jeune, ſans démonſtration. Cet Auteur vivoit dans le ſeptieme ſiécle de notre Ere, & a écrit un traité des Machines de Guerre, & un traité de Géodéſie. Le fameux *Pierre* LA RAMÉE ou *Ramus*, dans ſa Géométrie liv. 12. dit que cette propoſition eſt plutôt un *énigme* qu'un théoreme. Il aſſure que ce ſont JORDAN & TARTAGLIA qui l'ont démontré. LA RAMÉE trouve avec raiſon leur démonſtration ſi obſcure & ſi embaraſſée qu'elle fait honte à la logique de ces auteurs, ſi elle fait honneur à leur connoiſſance en Géométrie. Il rapporte cette démonſtration, qui eſt celle qu'on trouve dans les livres qui contiennent ce théoreme; car la plûpart des Ecrivains de Trigonométrie l'omettent. Cependant il eſt néceſſaire pour la Géométrie pratique. CARDAN ſouhaitoit plaiſamment d'avoir autant de terre que la meſure ordinaire par la baſe & la perpendiculaire en donne de trop ou de trop peu.

Je conjecture que HERON a omis la démonſtration parce que le mot de cet *énigme* ſe trouvoit dans les deux livres *de determinata ſectione* d'APOLLONIUS, qu'HERON avoit & que nous avons perdus. Je me fonde ſur le lemme que PAPPUS rapporte ſous différentes formes dans les prop. 22--32 du 7 livre de ſes collections mathématiques.

Quoi

Quoi qu'il en ſoit, il n'étoit pas difficile de trouver ce mot dans la prop. 67. des *Data* d'EUCLIDE, qu'il démontre de quatre manieres différentes. C'eſt la troiſieme qui m'a conduit au théoreme ſuivant.

PROPOS. III.

16. *Dans tout triangle l'excès du quarré de la ſomme de deux côtés ſur le quarré de la baſe eſt à l'excès du quarré de la baſe ſur le quarré de la différence des mêmes côtés, comme la cotangente de la moitié de l'angle oppoſé à la baſe eſt à la tangente de la même moitié du même angle.*

Planch. XIX. Fig. 8. 9. & 10.

Soit ABC un triangle quelconque; prolongez le côté CA des deux côtés; du centre A & de l'intervalle AB décrivez le demi-cercle DBE; du centre C & de l'intervalle CB décrivez le demi-cercle HBG; joignez les BD, BH, BE, BG, & tirez du point B ſur le côté CA la perpendiculaire BF. Donc GE eſt le périmetre du triangle; CE la ſomme des deux côtés CA, AB; CD leur différence; & GE moins DH eſt égale à deux CA.

Puiſque le rectangle de GF par FH eſt égal (au quarré de FB qui eſt égal) au rectangle de DF par FE; donc

EF à FH comme GF à FD,

&, ajoutant antécedent à antécedent & conſéquent à conſéquent

(A) EG à HD comme GF à FD,

&, otant les conſéquens des antécedens

(B) EH à EF comme DG à GF;

c'eſt pourquoi, *dividendo* dans la proportion (A)

(C) 2AC à HD comme GD à DF,

& auſſi

(D) 2AC à EG comme DG à GF, comme EH à EF par la proportion (B).

17. Par la proportion (C) le rectangle de 2AC par DF eſt égal au rectangle de HD par DG, qui eſt l'excès du quarré de HC (ou

(ou CB) ſur le quarré de CD, puiſque la GH eſt coupée également en C & inégalement en D.

18. Par la proportion (D) le rectangle de 2 AC par EF eſt égal au rectangle de GE par EH, qui eſt l'excès du quarré de CE ſur le quarré de HC, ou CB, puiſque la GH eſt coupée également en C, & qu'on y a ajouté la CH. Donc

le rectangle de GE par EH eſt au rectangle de HD par DG comme le rectangle de 2 AC par EF au rectangle de 2 AC par FD, comme EF à FD, comme la cotangente de l'angle FEB, moitié de l'angle FAB, eſt à la tangente de l'angle FBD, égal à l'angle FEB.

Conſéquence.

19. Le rectangle de AC par EF eſt au rectangle de AC par FB, comme EF à FB, comme BF à FD comme le rectangle de AC par FB au rectangle de AC par FD; donc la ſurface du triangle eſt moyenne proportionelle entre le quart du rectangle de GE par EH, & le quart du rectangle de EF par FD.

20. La propoſition fournit aiſément 1°. les ſept théoremes que NEWTON donne dans ſon Arithmétique Univerſelle, Probleme Géom. 11 & 12., pour connoître les angles connoiſſant les côtés. 2°. Une démonſtration facile des regles rapportées dans *l'art de jetter les bombes* par Mr. BLONDEL, lorſque le but eſt hors de l'horizon, dans la ſuppoſition des jets paraboliques. Car le tout ſe réduit à *décrire une parabole qui paſſe par deux points donnés, l'un deſquels eſt l'origine d'un diametre donné de poſition & a un parametre donné de grandeur.* Ce probleme peut ſe réſoudre d'une maniere plus facile que celle qu'on lit dans le *Marquis* DE L'HOPITAL & dans SIMSON. Le quart du parametre donné détermine la poſition de la directrice, & eſt un des côtés du triangle à décrire pour trouver le foyer de la parabole; la perpendiculaire, tirée du point donné ſur la directrice, eſt le ſecond côté; & la diſtance entre les deux points en eſt le troiſieme. Pour le

probleme de Baliſtique, connoiſſant ces trois côtés, il n'eſt queſtion que de trouver l'angle que ces côtés font au point d'où la bombe part; la ſomme ou la différence de cet angle & de celui que le plan incliné fait avec l'horizon eſt l'angle ſous lequel il faut pointer le mortier. Je ſai que la trajectoire des projectiles dans un milieu réſiſtant eſt fort différente de la parabole. Mais on n'a pas juſqu'à préſent conſtruit des tables commodes pour la pratique de l'Artillerie, tirées de la vraye courbe; & je crois que ces tables ne différeroient pas beaucoup de celles qu'on employe dans la ſuppoſition du jet parabolique, non pas parce que la réſiſtance de l'air eſt peu de choſe, comme on l'a dit ſouvent, & même dans les livres modernes d'Artillerie, mais parce qu'il s'agit ſeulement de la différence entre la réſiſtance que la bombe éprouve dans le coup d'eſſai, & celle qu'elle ſouffre dans le coup qu'il faut ajuſter; & cette différence des réſiſtances eſt beaucoup moindre que la réſiſtance totale.

21. La propoſition & ſa conſéquence réſolvent ſans aucun calcul les problemes 4 - - 10. de l'Arithmétique Univerſelle de NEWTON. Elles contiennent auſſi le lemme de PAPPUS, le *Datum* qu'EUCLIDE démontre, & un autre qu'il auroit pû démontrer.

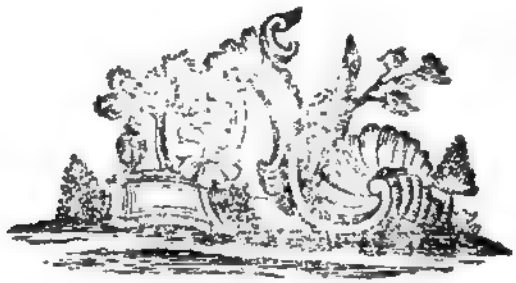


Fig. a.

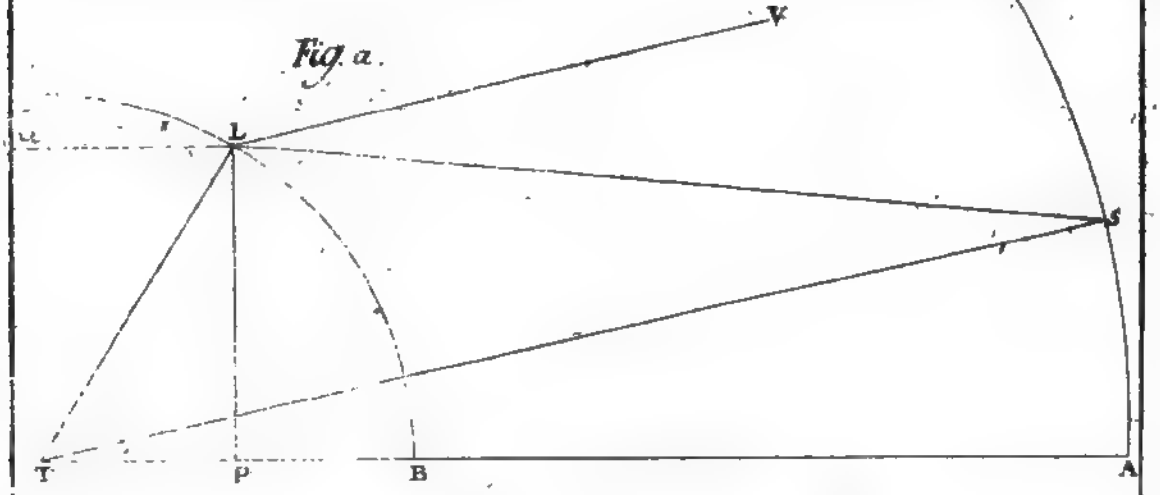


Fig. 1.

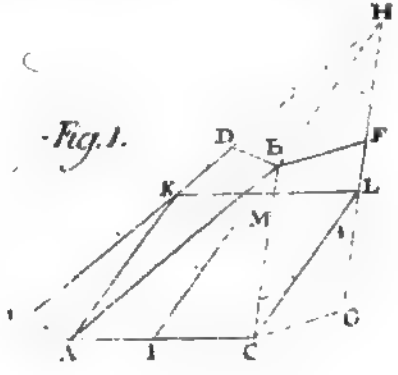


Fig. 2.

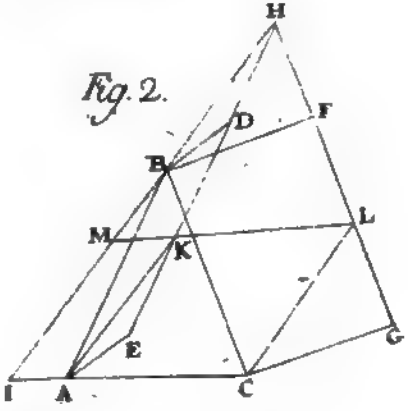


Fig. 3.

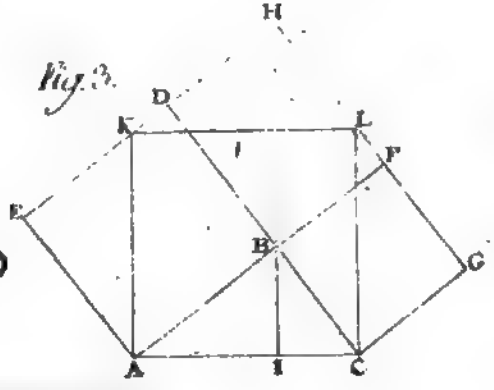


Fig. 4.

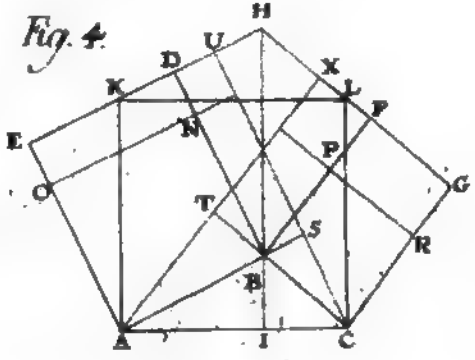


Fig. 5.

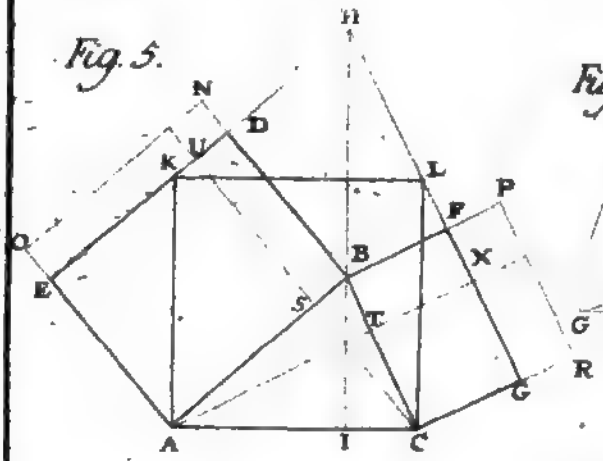


Fig. 9.

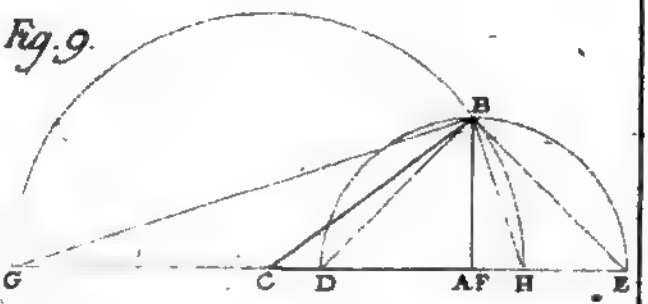


Fig. 6.

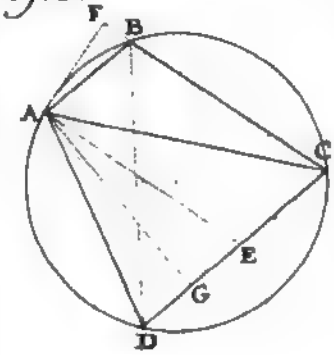


Fig. 8.

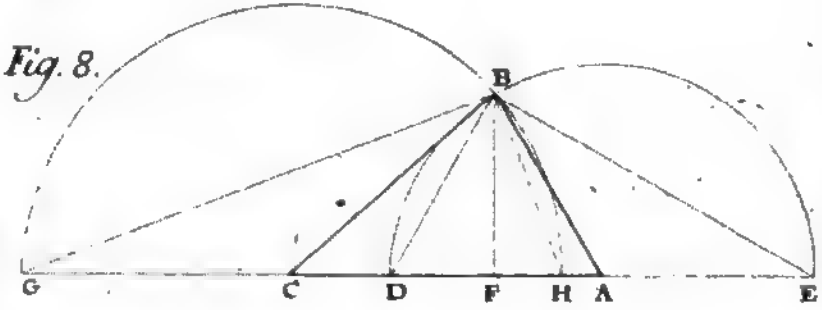


Fig. 7.

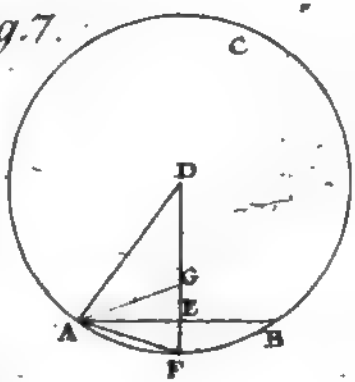
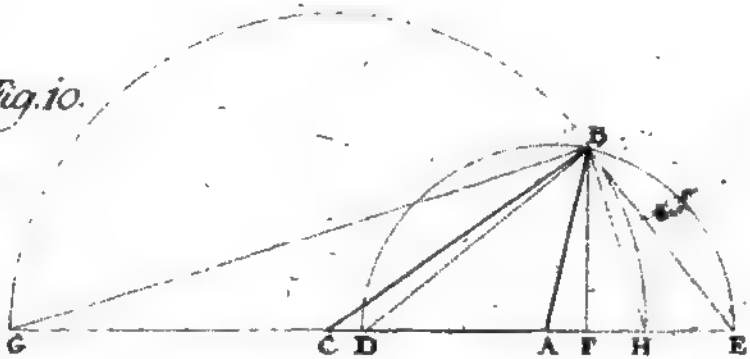


Fig. 10.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

ESSAI D'UNE CONCILIATION

DE LA

MÉTAPHYSIQUE DE LEIBNITZ AVEC LA PHYSIQUE DE NEWTON,

D'OÙ RÉSULTE L'EXPLICATION DES PHÉNOMENES LES PLUS GÉNÉRAUX ET LES PLUS INTÉRESSANS DE LA NATURE. (*)

PAR M. BEGUELIN.

Rien ne frappe nos ſens que ce qui eſt *corps;* & les corps n'ont point de propriété plus univerſelle, plus conſtante, & qui produiſe un plus grand nombre de phénomenes intéreſſants pour nous, que leur *Peſanteur.* Accoutumés dès la plus tendre enfance à voir des corps, à les toucher, nous croïons les connoitre; accoutumés à les voir tomber, leur chute ne nous étonne point; rien n'eſt cependant plus caché pour nous que la compoſition des corps, ſi ce n'eſt peut-être la cauſe de leur peſanteur, qui paroit encore plus difficile à découvrir.

Depuis la renaiſſance de la Philoſophie, depuis les *Galilées*, les *Képlers*, les *Bacons* & les *Gaſſendis*, on s'eſt occupé juſqu'à nos jours de ces deux grands problemes, & néanmoins les plus célebres Philo-

(*) Lû à l'aſſemblée publique de l'Académie le 30 Janvier 1766.

ſophes d'aujourd'hui s'accordent à dire qu'on n'en a point encore la ſolution.

Il ſemble qu'ici, comme dans la plûpart des matieres philoſophiques, il y a deux écarts à éviter qui ſeroient également nuiſibles aux progrès de nos connoiſſances : l'un c'eſt de croire avoir trouvé l'explication d'un fait, dès qu'on a imaginé une hypotheſe qui laiſſe entrevoir en gros la poſſibilité de ce fait, ſans fournir une raiſon préciſe de toutes les circonſtances qu'il renferme.

L'autre écart c'eſt de rejetter une hypotheſe qui ſatisfait à tous les phénomenes connus, par la ſeule raiſon que c'eſt une hypotheſe ; on s'imagine que les ſiecles futurs pourront être plus heureux que le nôtre, & découvrir encore de nouveaux moyens également poſſibles, d'expliquer ce même fait. Ou bien l'on donne dans des déclamations vagues ſur les bornes étroites de nos lumieres, & à la faveur de quelques lieux communs aſſez mal appliqués, on décide hardiment, ſous l'apparence d'une timide modeſtie, qu'il n'eſt pas donné aux hommes de remonter aux premieres cauſes.

Une ſage défiance, un ſcepticiſme raiſonné doivent, ſans doute, préſider à toutes les recherches philoſophiques ; mais ils ne doivent pas les interdire entiérement. L'audacieuſe témérité qui entreprendra de franchir les bornes les plus reculées des connoiſſances acceſſibles à l'eſprit humain, échouera toujours, il eſt vrai, mais elle échouera ſans inconvénient ; peut-être même que dans ſa marche elle aura fait des découvertes plus importantes, que celle qui faiſoit l'objet primitif de ſes efforts inutiles. Au lieu qu'une circonſpection outrée reſſerre néceſſairement le champ de nos connoiſſances, & nous en dérobe les véritables limites, que les deux flambeaux de la raiſon & de l'expérience indiqueront toujours, dès qu'on oſera tenter de pénétrer au delà.

Quand des recherches ont fait l'objet de la méditation des plus grands Génies des derniers ſiécles & de celui-ci ; qu'elles ſont de nature à n'admettre que deux ou trois ſolutions poſſibles ; que les phénomenes ſur leſquels ces problemes roulent ſont parfaitement connus, con-

conſtatés, énumérés; eſt-ce le cas d'eſpérer qu'un nouveau trait de lumiere viendra dans quelques ſiécles d'ici répandre un plus grand jour ſur ces queſtions aux yeux de la poſtérité qu'elles n'en ont aux nôtres? Auroit-on bonne grace de fonder cet eſpoir ſur l'exemple des découvertes modernes reſtées ſi longtems inconnues aux anciens, dans des circonſtances & ſur des objets d'une nature bien différente.

Pour me borner aux deux queſtions dont je me propoſe de parler aujourd'hui, elles ſont préciſément dans le cas, ou d'être actuellement décidées, ou de reſter à jamais inacceſſibles à la raiſon humaine:

La premiere, qui concerne la compoſition des corps, n'admet que trois ſolutions. Ou les premiers élémens de la matiere ſont des corps eux-mêmes, ou ils n'en ſont point: s'ils ſont des corps; ou la décompoſition ne finit jamais, & deſcend toujours de corpuſcules en corpuſcules plus petits, ſans qu'il y en ait un dernier qui ne permette point d'analyſe ultérieure; ou il y aura un dernier corpuſcule réellement inſécable: ſi au contraire les élémens des corps ne ſont pas des corps, ils ne ſont donc point compoſés à la façon de ceux-ci, ce ſeront des êtres ſimples. Il n'y a à opter qu'entre l'infinité réelle des corpuſcules, les atômes, & les monades. Dire que les corps ſont compoſés de petits corps, ce n'eſt pas répondre préciſément à la queſtion, où le volume ni la maſſe n'entrent pour rien. Dire qu'ils ſont compoſés de corps, qui, bien que compoſés auſſi, ne ſont cependant pas ſuſceptibles de décompoſition, c'eſt trancher le noeud plutôt que de le réſoudre. Dire enfin que les élémens des corps ne ſont pas plus des corps, que les voielles & les conſonnes ne ſont des Poëmes, ou que les tons & les ſemitons ne ſont des ſymphonies; ſoutenir que tout compoſé ſuppoſe des unités accumulées, c'eſt du moins tenir un langage philoſophique.

Il n'eſt pas plus difficile de faire l'énumération des moïens qui peuvent ſervir à réſoudre l'autre queſtion, celle qui roule ſur la cauſe de la peſanteur. Ou cette cauſe réſide dans le corps même qui tombe, ou elle eſt hors de lui. Si elle eſt en lui-même, elle eſt naturelle

au

au corps, & à chacune de ſes parties, ce n'eſt plus une cauſe mécanique; la gravitation ſera une propriété eſſentielle de la matiere, les corps s'attireront mutuellement, ou ſe porteront d'eux-mêmes les uns vers les autres, quelque diſtance, quelque interpoſition qu'il y ait entr'eux. Mais, ſi la peſanteur réſulte d'une impulſion du dehors, l'effet doit s'expliquer par les loix mécaniques du mouvement. Or il n'y a que deux moyens de pouſſer un corps vers la terre; l'un c'eſt de le frapper dans la direction verticale, l'autre c'eſt de le preſſer conſtamment dans le même ſens. Toutes les ſolutions ſe réduiſent donc manifeſtement à l'une de ces trois cauſes. Les attractionaires ſe ſont déclarés pour la premiere; les impulſionaires ſe partagent ſur les deux autres; quelques uns d'entr'eux ont recours au choc direct d'une matiere inviſible qu'ils font mouvoir de la circonférence au centre, ou même en ſens contraire. Le plus grand nombre adopte l'idée de la preſſion, & la fait réſulter, ou de la force centrifuge d'une matiere ſubtile, qui circule dans la vaſte étendue des airs, ou de l'inégale compreſſion de cette matiere circulante.

Le Syſteme des Newtoniens qui regardent l'attraction comme une propriété inhérente à chaque partie de la matiere, propriété dont il faut, ſelon eux, chercher la raiſon dans la volonté immédiate du créateur, ce ſyſteme, dis-je, réveille ſans doute l'idée des qualités occultes qu'on reprochoit aux Péripatéticiens. Recourir à la volonté immédiate de Dieu lorſqu'il s'agit d'expliquer les phénomenes de la nature, ce n'eſt plus philoſopher, c'eſt introduire des miracles perpétuels; c'eſt, comme le diſoit Leibnitz, attacher un ange conducteur à chaque planete, pour la repouſſer à tous inſtans vers un centre, dont le mouvement qu'elle a reçu tend ſans ceſſe à l'éloigner. A' cela près, il n'y a perſonne qui n'avoue que cette attraction, toute inconcevable qu'elle eſt, ſatisfait merveilleuſement bien aux phénomenes du ciel & de la terre. Elle les annonce, les prédit, les calcule, avant même qu'on les ait ſoupçonnés; mieux on obſerve, plus les obſervations ſe multiplient, plus auſſi on eſt forcé d'admirer l'accord ſurprenant qui régne entre l'hypotheſe & les faits.

Il en

Il en eſt tout autrement du ſiſteme des Impulſionaires. Leurs principes ſont pour la plûpart clairs, intelligibles, philoſophiques même; leur explication de la peſanteur eſt fondée ſur les loix les plus indubitables de la Mécanique; mais malheureuſement les effets qui en devroient réſulter, ne ſont pas préciſément ceux qu'on obſerve dans l'univers. Je ne ſaurois entrer ici dans un long détail; depuis *Gilbert* juſqu'à nos jours on n'a ceſſé de tourner dans tous les ſens imaginables cette impulſion qui doit produire la peſanteur. Chacun connoit ces fameux tourbillons de *Deſcartes*, attaqués avec tant d'avantage par Mrs. *Newton* & *Huygens*, ſoutenus par Mr. *Saurin*, renforcés par d'autres, & renverſés chaque fois par les loix de Képler, reproduits triomphans ſur la ſcene à l'aide d'un changement ingénieux par l'illuſtre *Jean Bernoulli*, & abandonnés quelques années après par le même comme des incurables, pour leur ſubſtituer un *torrent central*, des pelotons de raïons ſolaires, s'accrochant les uns aux autres ſur les frontieres de notre monde, & retombant de là vers le centre en forme de pluie impétueuſe. Perſonne n'ignore le ſyſteme de Mr. *Huygens*, qui fait tourner en tous ſens, & avec une rapidité étonnante une matiere ſubtile, dont le mouvement agité, le reſſort & la direction ſont plus difficiles à expliquer que le phénomene de la peſanteur qui doit en réſulter. Mr. *Bulfinger*, après avoir obſervé que les tourbillons de *Deſcartes* ſeroient aiſés à concevoir, mais qu'ils ne menent pas au but, que ceux de Mr. *Huygens* y conduiroient ſans doute, mais qu'ils ſont inconcevables, en imagine d'une troiſieme eſpece, qui tiennent des deux premiers. Il les fait tourner en double ſens, & varie leur denſité par intervalles, ſans que, de ſon aveu même, l'on puiſſe en dire la raiſon. Avant lui déjà Mr. *Leibnitz*, pour concilier les tourbillons avec la peſanteur actuelle s'étoit vû contraint d'y introduire de diſtance en diſtance des *circulations* qu'il appelloit *harmoniques*, enſorte que partout où il en eſt beſoin le tourbillon interrompt la loi de ſon mouvement, pour en ſuivre une autre, qu'il échange de nouveau contre la premiere dès que le beſoin eſt paſſé.

Je crois pouvoir ſupprimer ici l'énumération de divers autres expédiens auſſi ingénieux que forcés auxquels les plus habiles Phyſiciens ont inutilement eû recours pour accommoder l'hypotheſe de l'impulſion aux loix connues de la peſanteur. Tous ces ſiſtemes ſuppoſent gratuitement & contre l'expérience la plus univerſelle une matiere ſans peſanteur: une matiere fluide qui agit, non à la maniere des fluides ſur la ſurface des corps, mais dans la maſſe même, qui y pénetre juſqu'aux entrailles les plus profondes, à travers le rempart impénétrable que devroit lui oppoſer la ſubſtance des molécules: une matiere qui pouſſe avec la même force les corps en mouvement & ceux qui ſont en repos; une matiere enfin exceſſivement ſubtile, qui circulant avec une extrême rapidité juſques vers les confins de l'univers, devroit y rencontrer une croute plus compacte que le ciel criſtallin des anciens pour ne pas s'échapper par la tangente de ſon cercle.

De toutes les explications mécaniques de la peſanteur je n'en connois pas de plus plauſible, ni qui approche plus de cette belle ſimplicité qu'on obſerve dans les opérations de la nature, que l'hypotheſe propoſée en 1743 dans le dernier Volume des *Miſcellanea Berolinenſia*. L'auteur anonime de cette piece ingénieuſe adopte auſſi les tourbillons, mais ce n'eſt que comme cauſe éloignée de la peſanteur. De petits tourbillons produiſent, ſelon lui, le reſſort & la grande compreſſion de l'Ether; ſources de la dureté & de la cohéſion des corps. Le mouvement des grands tourbillons rend la compreſſion de l'Ether inégale: celle de la couche ſupérieure étant la plus grande, preſſe les corps vers le centre de chaque globe, & les y pouſſe, préciſément comme les phénomenes de la gravitation l'exigent, en raiſon renverſée du quarré de leur diſtance à ce centre.

Pour arriver à ce réſultat, l'auteur eſt obligé à la vérité de recourir à deux ſuppoſitions qui peuvent paroitre arbitraires, mais qui n'ont au moins rien de forcé, l'une, que le mouvement de la matiere ſubtile eſt plus grand à la ſurface des globes, qu'à une diſtance plus éloi-

éloignée de leur centre; l'autre, que la compreſſion de l'Ether augmente dans la proportion préciſe de cette diſtance.

A l'aide de ces deux ſuppoſitions on comprend très bien pourquoi les corps tombent perpendiculairement ſur la terre, ou ſur tout autre corps céleſte; mais on ne voit pas encore, ni comment leur chute s'accélere, ni pourquoi tous les globes gravitent les uns vers les autres. La compreſſion de l'Ether, qui iroit en augmentant depuis le centre du Soleil juſqu'au delà de Saturne, devroit, ſemble-t-il, renverſer l'ordre de cette compreſſion dans les couches du fluide éthéré qui environnent chaque planete, & par conſéquent la partie du globe qui eſt tournée vers le ſoleil n'auroit pas les mêmes loix dans la chûte des corps que la partie oppoſée.

Enfin cette hypotheſe a le défaut commun à toutes celles qui ſont fondées ſur l'impulſion d'un fluide, c'eſt qu'elle n'explique pas pourquoi la peſanteur eſt proportionnée à la maſſe, & non à la figure, ni au volume de la matiere.

Après le précis que je viens de donner de l'état actuel des deux queſtions ſur la nature des corps & ſur la cauſe de leur peſanteur, on conçoit bien que je n'entreprendrai pas d'ajouter mes foibles efforts à ceux de tant de grands hommes. Je ne prétens rien mettre du mien dans l'explication de ces deux intéreſſans problemes. Leur ſolution eſt toute trouvée dès qu'on réconcilie *Newton* avec *Leibnitz*.

Ces deux puiſſans génies, après avoir commencé à étudier la nature par des côtés très différens, ſemblent s'éloigner de plus en plus à meſure qu'ils avancent dans leurs recherches. *Newton* eſt amené, par ſes méditations ſur la marche des corps céleſtes, à admettre d'immenſes eſpaces vuides; *Leibnitz*, parvenu à la liaiſon univerſelle des Etres, en voit réſulter le plein abſolu. Il paroit qu'ils ne ſont d'accord que ſur les objets où il eſt impoſſible de ne pas l'être. La Géométrie ſeule les réunit; encore ce qu'elle a d'arbitraire, les ſignes, les dénominations, l'eſtimation des forces motrices, les ſépare de nouveau.

C'eſt envain qu'une Auguſte Princeſſe, aſſez éclairée pour rendre juſtice au mérite de l'un & de l'autre, daigne interpoſer ſa médiation pour rapprocher ces illuſtres rivaux; plus ils s'expliquent, plus ils ſemblent oppoſés.

Si deux génies de cet ordre, animés également du déſir de connoître la vérité, trop éclairés pour acquieſcer à des fictions, trop grands pour ſe plaire à en impoſer aux autres, ſi, dis-je, avec tant de conformité ils ſont parvenus à des concluſions oppoſées, ne ſeroit-ce point parce qu'ils s'occupoient d'objets différens, ou plutôt de recherches différentes ſur les mêmes objets? Quoique tous deux capables de s'ouvrir toutes les carrieres, il paroit que *Newton* ſe plaiſoit à remonter des phénomenes aux premieres loix de l'univers phyſique, tandis que *Leibnitz* tournoit ſes vues vers les premieres cauſes du monde intellectuel. Doués l'un & l'autre de cette ſagacité qui fait preſſentir de loin le vrai, qui y conduit par la route la plus droite, ne ſeroit-il pas probable qu'ils y fuſſent arrivés tous deux, & que l'oppoſition qui ſemble régner dans le réſultat de leurs recherches ne fût qu'une contradiction apparente, dont l'illuſion naitroit des diverſes faces ſous leſquelles ils ont conſidéré les mêmes objets? Plus on approfondit les diſputes qui s'élevent entre les hommes de toutes les claſſes, plus on s'apperçoit que chacun d'eux a raiſon dans ſon ſens. On ſe plait à concilier leurs opinions, & avec un peu d'indulgence on y réuſſit: il ſe trouve qu'elles ne different le plus ſouvent que par la maniere dont elles ſont énoncées.

Eſſaïons donc de concilier les ſentimens des deux Philoſophes qui ſeront pour longtems la gloire de l'Angleterre & de l'Allemagne. Leur différend ſur le calcul de l'infini eſt actuellement terminé à la ſatisfaction de l'un & de l'autre. On a reconnu auſſi qu'ils ont tous deux raiſon dans leurs diverſes manieres d'eſtimer la force motrice. Je ne crois pas qu'il fût mal aiſé de rapprocher leurs idées ſur le plein, l'eſpace & la durée. Il n'eſt queſtion ici que de l'attraction & des monades. Je ſai que le regne de celles-ci eſt paſſé. Tout juſqu'aux ſyſtemes eſt

ſoumis à la tirannie de la mode. Mais le nom de *Leibnitz* eſt aſſez reſpectable pour obtenir qu'elles reparoiſſent encore ſur la ſcene à la faveur d'un léger déguiſement; & notre Académie, quoique libre du préjugé de l'autorité, ne ſauroit leur refuſer un degré d'attention de plus, qu'on ne leur en accorderoit peut-être ailleurs.

S'il eſt vrai que tous les Etres de l'Univers forment enſemble une gradation harmonique, s'ils compoſent une eſpece d'échelle où chacun d'eux occupe ſon propre échelon, la chaine qui les embraſſe tous s'étendra depuis l'Etre le plus *ſpirituel*, je veux dire, celui qui aura le ſentiment le plus diſtinct de ſoi-même & de l'univers entier, juſqu'à *l'Etre* le plus *matériel*, auquel on ne ſauroit par conſéquent aſſigner *qu'un ſentiment très obſcur de ſoi-même & du reſte de l'univers.*

Ajoutons une ſeconde propoſition à cette premiere: c'eſt que *tous les Etres qui ont un ſentiment quelconque d'eux-mêmes & des autres, ont auſſi, par une ſuite de ce ſentiment, un penchant à s'unir aux autres Etres qui leur reſſemblent le plus.*

L'expérience prouve cette propoſition dans tous les cas où il ſuffit de l'expérience pour s'en convaincre; & ſi elle nous fait voir des exceptions, on découvre en même tems les obſtacles accidentels qui empêchent les Etres de ſe livrer à leur penchant naturel. L'obſervation eſt ſi générale & ſi ancienne qu'elle a paſſé en proverbe; on a dit dans toutes les langues: *Simili ſimili gaudet.* L'homme conſidéré comme un Etre ſpirituel eſt né pour la ſociété, il la cherche, il la déſire indépendamment des beſoins qui ont fait donner à cette ſociété une forme plus réguliere. Les nations ſauvages ſont des *nations*, c. a. d. des individus que le penchant raſſemble plus encore que le beſoin. S'il y a des Sauvages proprement dits, des Miſantropes, des Anachorêtes, c'eſt la crainte, ou la méchanceté des hommes, ou la ſuperſtition qui fait violence au déſir naturel, ſans jamais l'étoufer entiérement.

Quand des hommes nous paſſons aux brutes, nous y retrouvons encore ce penchant ſociable, & d'autant mieux caractériſé, qu'il n'eſt point combiné comme chez l'homme avec le beſoin d'un ſecours

mutuel & qu'il eſt plus difficile de démêler en quoi peut conſiſter le charme de la ſociété pour des animaux qui n'ont rien à ſe dire, nulle idée à ſe communiquer, peu ou point de projets à former, aucun conſeil, aucun éloge, à donner ou à recevoir. Attirés par ce penchant mutuel, on voit chaque eſpece d'animaux domeſtiques former des troupeaux ſéparés; on voit même les diverſes eſpeces d'un même genre ſe réunir. Les airs, les eaux, les forêts nous offrent conſtamment le même ſpectacle; il n'y a d'exception que celle qu'il eſt aiſé de prévoir: les animaux carnaciers n'attireront pas leur proie; mais ôtez la crainte d'un côté, & la voracité de l'autre, on verra renaître l'image de ce ſiécle d'Or chanté par les poëtes:

. . . *nec magnos metuunt armenta leones.*

Ce ſeroit démentir l'obſervation la plus générale, que de borner aux Etres que nous appellons animés l'inſtinct qui les rapproche de leurs ſemblables. La matiere la plus brute, celle qui en apparence eſt la moins organiſée, nous montre encore le même penchant, pour peu que ſa ſituation & ſa mobilité le lui permettent. D'où vient trouve-t-on ordinairement raſſemblées les productions d'un même genre dans le regne minéral comme dans le végétal. Pourquoi les parties d'un même fluide s'arrondiſſent-elles en forme de boule, même dans la machine du vuide? Deux goutes d'eau, deux globules de mercure, placés à une petite diſtance l'un de l'autre franchiſſent l'eſpace qui les ſépare, pour ſe réunir. Les vapeurs ſe rejoignent au haut des airs. Les ſels diſſous ſe rapprochent en ſe criſtalliſant. Le marbre s'attache au marbre, le verre au verre, malgré l'effort qui veut les ſéparer. La cohérence des corps ſolides, les coagulations, les précipitations, les ſublimations, les végétations chymiques, toute la nature en un mot préſente à l'oeil d'un obſervateur attentif les mêmes phénomenes, qui, bien que variés dans chaque eſpece par des circonſtances particulieres, concourent tous à prouver cette grande vérité, ce premier fait, ſource d'une infinité d'autres, la tendance de tout Etre exiſtant à ſe rapprocher de ſon ſemblable.

En

En réfléchiſſant ſur ce Phénomene primitif on s'apperçoit que plus les Etres de l'univers ſont brutes, ſi je puis me ſervir de cette expreſſion, moins ils mettent, & moins ils peuvent mettre de choix dans leur aſſociation. Un Etre intelligent, capable par cela même de diſtinguer des rapports & des différences qu'un Etre moins intelligent ne démêleroit pas, aura des penchants plus limités. Toute ſociété ne lui paroitra pas également déſirable; il s'iſolera, pour ainſi dire, à meſure que les degrés de ſon intelligence augmenteront: & l'on pourroit concevoir un Etre ſi parfait qu'il ſe ſuffiroit à ſoi-même, & qu'unique en ſon eſpece il n'auroit ni prédilection ni penchant de préférence qui l'attirât vers un objet plutôt que vers tout autre. C'eſt ce qu'on peut déjà obſerver dans le développement ſucceſſif de l'intelligence humaine. L'enfance & la jeuneſſe ſe livrent ſans beaucoup de choix au premier venu, par un effet du penchant ſociable. L'age mûr plus circonſpect, plus délicat, eſt auſſi plus difficile dans ſes liaiſons. De facheuſes expériences, une étude plus approfondie des hommes, mettent plus de réſerve encore dans le commerce des vieillards, & les font lutter chaque jour contre le penchant indeſtructible qui les rappelle vers la ſociété.

Il ſemble donc qu'à l'aide de l'Analogie on peut former cette regle générale, que plus un Etre eſt *ſpirituel*, c. a. d. plus le ſentiment dont il eſt doué eſt diſtinct, plus auſſi ſon penchant vers les autres ſera reſtraint à une claſſe particuliere d'Etres; plus au contraire il eſt matériel, & par conſéquent plus ſa faculté de ſentir eſt émouſſée, plus auſſi le penchant à s'unir aux autres Etres ſera général, indiſtinct, & embraſſera, ſans choix ni préférence, toutes les claſſes d'Etres qui exiſtent dans l'univers. Mais s'il s'étend à tout, chez les Etres qui occupent le bas de l'échelle, il s'étend auſſi dans toute ſa force vers chaque individu, puiſqu'il n'eſt reſtraint ni limité par aucune conſidération tirée de la diverſe nature des objets.

Comme c'eſt proprement de cette claſſe inférieure des Etres dont il s'agit ici, c'eſt à elle qu'il faut appliquer notre théorie, & voir ſi l'on

ſi l'on peut en déduire ſans le moindre effort l'explication des Phénomenes généraux de la nature.

Concevons donc deux maſſes de matiere, notre Terre & notre Lune, par exemple, placées à une diſtance quelconque l'une de l'autre, & demandons-nous ce qui doit en réſulter.

Il eſt clair premiérement que chaque Etre individuel, chaque élément qui entre dans la compoſition d'une de ces maſſes, ſera diſtinct de chaque autre élément, & qu'il aura ſa propre place à ſoi.

Il eſt également évident que chaque élément d'un même globe aura un ſentiment moins obſcur, & s'approchera par conſéquent plus intimément de chaque autre élément de ce globe, que de ceux de la planete qui en eſt éloignée.

Il réſulte encore troiſiémement que tous les élémens d'une même planete tendront vers tous les autres, & qu'ils ne ſeront en repos, que lorſque chacun d'eux ſe ſera rapproché du tout, autant que la loi de l'impénétrabilité & l'équilibre des tendances réciproques le lui auront permis.

Il n'en faut pas d'avantage pour expliquer tous les phénomenes de la peſanteur particuliere. On conçoit ſans peine, que tout corps élevé par quelque cauſe que ce ſoit au deſſus de la ſurface de ſon globe, tendra inceſſamment à s'en rapprocher par le plus court chemin, c. a. d. par la perpendiculaire, & qu'il s'en rapprochera en effet dès qu'il pourra vaincre l'obſtacle qui le retient ſuſpendu. On conçoit de même que ce corps placé ſur la ſurface du globe doit réſiſter à l'effort qu'on fera pour l'enlever, & que cette réſiſtance étant la même pour chaque élément, ſera le produit de la tendance élémentaire par le nombre des élémens, ou, ce qui eſt la même choſe en d'autres termes, le produit de la peſanteur par la maſſe; comme la peſanteur elle-même dans un élément terreſtre, par exemple, ſera la ſomme de ſes tendances reſpectives vers chacun des autres élémens, c. a. d. qu'elle ſera proportionnée à la maſſe totale de la Terre, combinée avec la diſtance de chacune de ſes parties.

Si

Si nous conſidérons maintenant qu'en vertu du principe de la raiſon ſuffiſante, tout Etre doit perſévérer dans ſon état actuel, à moins que quelque cauſe n'y produiſe un changement, nous aurons la célebre loi de la peſanteur découverte par le grand *Galilée*. En effet le corps élevé au deſſus de la terre, doit, dès que l'obſtacle qui le retenoit eſt détruit, commencer à ſuivre la tendance des élémens qui le compoſent; il s'approche donc dès le premier inſtant vers la terre. Cette deſcente eſt un état de mouvement vertical, qui ſubſiſteroit par conſéquent, quand même la tendance des élémens qui l'a produit viendroit à ceſſer tout à coup. Mais à chaque inſtant cette tendance continue d'agir, & elle produit un mouvement tout au moins égal au premier. Il en doit donc néceſſairement réſulter que les eſpaces parcourus en des tems égaux par la tendance égale des élémens, ſeront entr'eux comme la ſuite des nombres 1, 3, 5, 7 &c. ou ce qui revient au même, que les eſpaces entiers, depuis le commencement de la chûte, ſeront entr'eux comme le quarré des tems emploïés à les parcourir.

Une autre concluſion, ſuite néceſſaire de la précédente, & qui mérite d'être au moins indiquée ici, c'eſt que la tendance d'un élément vers ſon globe n'a qu'une force infiniment petite, comme en effet la repréſentation d'où elle tire ſa ſource ne peut être qu'extrêmement obſcure; mais les actes continuellement répétés de cette tendance, joints à la permanence des Etres dans chaque état actuel, rendent à l'aide d'un tems très court l'effet de cette force aſſez ſenſible. On ſait, par exemple, que les corps qui tombent ſur notre terre parcourent environ 16 pieds anglois dans la premiere ſeconde. Si une ſeconde de tems ne contenoit que 4 inſtans indiviſibles, la tendance d'un élément vers la Terre ſeroit donc exprimée par une force capable de parcourir 4 pieds en une ſeconde. Mais ſi chacun de ces inſtans ſe ſubdiviſe en quatre parties égales, la force de tendance ſera quatre fois plus petite; en continuant donc la ſubdiviſion des inſtans contenus dans une ſeconde, on réduira à chaque nouvelle diviſion la force de la peſanteur au quart de la force précédente. Ainſi dès la cinquantieme ſubdiviſion, pour

qu'un corps tombe réellement de 16 pieds dans la premiere ſeconde, il ſuffira d'aſſigner à ſes élémens une force de tendance à ſe rapprocher dans une ſeconde de la $\frac{1}{4^8}$ partie d'un pied, force qui feroit à peine parcourir au corps en cent millions de ſiécles un eſpace deux cent mille fois plus petit que la cent millieme partie d'un pouce.

Et puiſque le tems peut être conçu ſubdiviſé à l'infini, il eſt clair que dans un tems infiniment petit l'effort de la tendance ne ſauroit être qu'un infiniment petit du ſecond ordre, & qu'il ſera par conſéquent cenſé infiniment petit encore, lorsque le tems commencera déjà d'avoir une grandeur finie.

Le mouvement parabolique des corps lancés dans un fluide qui ne réſiſte pas; la tendance réciproque de la Terre vers le corps tombant en raiſon de la maſſe de celui-ci; l'égalité du tems de la chûte des matieres les plus denſes & les plus rares, de l'or & de la plume dans le vuide; la même égalité pour la deſcente des plus grandes & des plus petites maſſes; la ſphéricité des corps céleſtes; tous les phénomenes de la peſanteur en un mot, découlent ſi naturellement de la tendance de chaque élément vers chaque autre, en vertu du ſentiment obſcur dont il eſt doué, qu'il ſeroit ſuperflu de s'y arrêter davantage.

Juſqu'ici nous avons conſidéré le corps tombant, placé ſi près de ſon globe, que ſes diſtances au centre ſont ſenſiblement les mêmes pendant toute ſa chûte, ce qui eſt le cas de la loi de *Galilée*. Il reſte encore à examiner le cas de la gravitation univerſelle, où les corps s'attirent à des diſtances inégales.

Dès qu'on accorde que les élémens voiſins ont une tendance mutuelle, il eſt clair qu'il n'y a point d'intervalle aſſignable où cette tendance doive s'évanouir entiérement. Mais ſera-t-elle de la même force à toutes les diſtances? C'eſt ce qui choqueroit les principes de la ſaine Philoſophie: la tendance des Etres ſimples eſt proportionnée au degré de clarté des perceptions qui la produiſent. Un objet éloigné ne fait pas une impreſſion ſi forte, qu'un objet égal rapproché de moi-

tié. Toutes nos ſenſations s'affoibliſſent à meſure que la diſtance de ce qui les excite s'accroit. A dix pas de nous un objet ne paroit plus avoir que la moitié de la hauteur & de la largeur qu'il avoit à la diſtance de cinq pas; mais l'épaiſſeur reſte invariable; elle conſerve partout le même nombre de tranches, & n'entre ici pour rien. L'image de l'objet étoit donc 4 fois plus grande à la diſtance ſimple qu'elle ne l'eſt à une diſtance double, & 9 fois plus grande qu'à une diſtance triple. La même diminution a lieu dans les ſenſations, produites par les ſons & par les odeurs. Les perceptions s'obſcurciſſent donc en raiſon du quarré de la diſtance des objets apperçus; il faut donc que les élémens, & par conſéquent auſſi que les corps qui en ſont les compoſés, ſuivent la même loi dans leurs tendances. Or c'eſt là préciſément cette premiere loi de la nature, découverte par l'immortel *Newton*, & qui fait la baſe du ſiſteme du monde entier, ſavoir que toutes les parties de la matiere répandue dans l'univers s'attirent mutuellement en raiſon renverſée du quarré de leur diſtance. C'eſt à la faveur d'une loi ſi ſimple & d'un ſi petit degré de force dans chaque élément, que les Planetes du premier & du ſecond ordre, les Cometes, & les Soleils placés d'abord par le Créateur à des diſtances convenables les uns des autres, & en même tems lancés, ſi j'oſe me ſervir de ces expreſſions humaines, avec la viteſſe & ſelon la ligne droite qu'exigeoit leur deſtination, continuent dans toute la ſuite des ſiécles à exécuter le plan infiniment parfait de l'architecte ſuprême, en combinant par leur marche majeſtueuſe la belle ſimplicité, l'immenſe variété, l'harmonie raviſſante de l'Univers Phyſique, avec les beſoins, la perfection morale & le bonheur des Etres intelligens deſtinés à l'habiter.

Quand deux navigateurs partis d'un même port pour découvrir des régions inconnues cinglent vers des plages oppoſées, ils croient s'éloigner de plus en plus l'un de l'autre. Mais après avoir mis la diſtance d'un demi-cercle de la Terre entr'eux, chaque pas qu'ils font les rapproche; ils ſe rejoignent ſans qu'ils s'en doutent auprès d'un iſthme étroit, dont chacun d'eux ne peut reconnoitre que la côte où ſa courſe l'a fait aborder. C'eſt ce qui ſemble être arrivé aux deux grands

hommes dont j'ai eſſaïé de concilier les idées. *Newton* eſt conduit par la route des Phénomenes aux loix d'une attraction inconcevable à la raiſon, & qui montrée de ce côté-là révolte la Philoſophie de *Leibnitz;* celui-ci découvre par la voie du raiſonnement des Etres ſimples, qui paroiſſent autant de chimeres à l'eſprit géométrique du Philoſophe anglois. Il n'y a cependant que ces monades, qui puiſſent rendre intelligible l'attraction de la matiere, & c'eſt cette attraction vérifiée par la courſe de tous les corps céleſtes, qui fournit l'unique preuve palpable de l'exiſtence des monades. On pourroit donc dire que *Leibnitz*, en donnant la ſolution du probleme ſur la nature des corps, a trouvé d'avance la cauſe d'une attraction qu'il ne connoiſſoit point encore, & que *Newton*, en découvrant cette gravitation & ſes loix, a donné la démonſtration phyſique de l'exiſtence des Etres ſimples qu'il n'admettoit pas.

Je n'ajoute plus qu'un mot; mais c'eſt un mot qu'on ne ſauroit trop répéter, & qui doit fermer la bouche à tout Eſprit-fort aſſez modeſte pour ne ſe croire qu'autant de génie & de lumieres qu'en avoient nos deux Philoſophes; c'eſt que malgré la diverſité de leurs ſentimens *Newton* & *Leibnitz*, après avoir conſacré les forces de leur génie à contempler, à méditer, à calculer les merveilles de la nature, s'accordent parfaitement à y reconnoître (chacun du point de vue où il s'eſt placé) les caracteres les plus marqués de la ſageſſe, de la bonté & de la puiſſance infinie de ſon divin Auteur; que pénétrés pour lui d'une admiration d'autant plus vive, accompagnée d'une confiance d'autant plus inébranlable qu'ils avoient mieux entrevu la ſublimité du deſſein & la beauté de l'exécution de ſes ouvrages, ils ſe plaiſent dans toutes les occaſions à remonter eux-mêmes, & à élever leurs lecteurs juſqu'à ce Grand-Etre; & qu'ils raménent de cette maniere les ſciences à leur véritable but, d'éclairer l'eſprit pour conduire le cœur à la vertu, pour diriger les paſſions vers les biens ſolides, pour répandre la ſérénité dans l'ame au milieu des nuages inſéparables de ce premier inſtant de notre exiſtence, & pour guider ainſi l'homme par la perfection de toutes ſes facultés vers l'unique route qui conduiſe au bonheur.

SUR LA DURÉE ET SUR L'INTENSITÉ DU PLAISIR ET DE LA PEINE.

PAR M. MERIAN.

La durée de la Peine eſt-elle plus longue ou moins longue que celle du Plaiſir? L'intenſité de la Peine eſt-elle plus grande ou moins grande que celle du Plaiſir? Ce ſont les deux queſtions que je me propoſe d'examiner. Ecartons d'abord ce qu'elles ont de vague, & fixons le point de vue ſous lequel elles doivent être enviſagées.

Telle peine a plus de durée, ou une intenſité plus grande que tel plaiſir; tel plaiſir a plus d'intenſité, ou dure plus longtems que telle peine. Cela eſt connu; mais tant qu'on en demeure là, on ne fait que déclamer & diſputer en pure perte; on n'eſt d'accord ſur aucun principe, & l'on ne ſaiſit point l'état de la queſtion.

Pour nous en faire une idée nette, repréſentons-nous tous les plaiſirs & toutes les peines comme raſſemblés en deux maſſes ſéparées. Ce que je puis affirmer de chacune de ces maſſes, je l'affirme du Plaiſir & de la Peine en général. Or nous demandons dans laquelle des deux ſe trouve 1. la plus grande ſomme de Durée, 2. la plus grande ſomme d'Intenſité.

Il faudroit donc connoître chacune de ces ſommes en particulier. Pour les connoître il faudroit pouvoir évaluer la durée & l'intenſité individuelles des plaiſirs & des peines que nous conſidérons ici comme les ingrédiens des deux maſſes. Pour les évaluer il faudroit pouvoir les exprimer en nombres. Tout nombre ſuppoſe une unité

qui le forme en ſe repliant ſur elle-même. Il faudroit donc trouver ces unités. Or c'eſt ce qui juſqu'ici nous eſt impoſſible, comme je le ferai voir en ſon lieu; je dis impoſſible par rapport à la Durée auſſi-bien que par rapport à l'Intenſité, quoiqu'en y regardant ſuperficiellement, on pût s'imaginer le contraire.

Ni l'Intenſité, ni la Durée de nos ſenſations n'admettent une évaluation rigoureuſe & arithmétique; ni par conſéquent la grandeur de nos peines & de nos plaiſirs, laquelle s'eſtime par le produit de la Durée & de l'Intenſité, multipliée l'une par l'autre; car ſi les facteurs ne ſont pas des nombres, le produit ne ſauroit l'être.

Cependant il eſt inconteſtable qu'une ſenſation dure plus, ou qu'elle a plus d'intenſité qu'une autre ſenſation. Ainſi notre queſtion ſe réduit à ſavoir en général lequel des deux, du Plaiſir ou de la Peine, l'emporte ou pour l'Intenſité ou pour la Durée, ſans prétendre aſſigner la quantité préciſe de l'excédant.

Le moyen qui nous reſte pour parvenir à cette eſtimation ce ſeroit de faire des comparaiſons entre nos divers plaiſirs & nos diverſes peines; mais pour cela il ne ſuffiroit point de les comparer enſemble au hazard, & ſans choix; cela embrouilleroit le ſujet, au lieu de l'éclaircir. Ces comparaiſons ſeroient ſoumiſes à des regles & à des principes.

Le Plaiſir & la Peine conſtituent deux genres oppoſés de ſenſations ou de ſentimens, dont chacun comprend ſous ſoi des eſpeces, qui s'ébranchent à leur tour en de nouvelles eſpeces, ſubordonnées les unes aux autres, auſſi loin que la diviſion peut aller. Une diviſion complette n'embraſſeroit pas ſeulement les différences ſpécifiques, mais encore toutes les circonſtances individuelles & accidentelles par quoi chaque plaiſir & chaque peine peuvent être modifiés.

Or, comme le Plaiſir en général eſt oppoſé à la Peine en général, il y a la même oppoſition entre les différentes claſſes de plaiſirs & de peines. Ainſi, par exemple, le plaiſir phyſique eſt oppoſé à la dou-

douleur phyſique, les plaiſirs de l'eſprit aux peines de l'eſprit, la joie à la triſteſſe, l'eſpérance à la crainte &c. Ce rapport de contrariété, s'il ne regne pas par-tout, ou ſi nous ne le découvrons pas par-tout, ſe fait au moins ſentir dans les cas les plus importans, & deſcend fort loin à travers les diviſions & les ſubdiviſions de nos deux genres; il eſt même très marqué dans un grand nombre de cas individuels. Telle eſt, par exemple, la corrélation entre la joie que cauſe un gain conſidérable, & le chagrin occaſionné par une perte de même valeur.

Si l'on vouloit donc comparer les plaiſirs avec les peines, ſoit pour la Durée ſoit pour l'Intenſité, chaque eſpece de plaiſir devroit être comparée avec l'eſpece de peine qui y eſt corrélative, & chaque point de diviſion ou de ſubdiviſion dans l'une de ces eſpeces, avec le point correſpondant dans l'autre. Le réſultat de la comparaiſon ſeroit d'autant plus juſte qu'elle auroit été pouſſée plus loin, & que l'énumération ſeroit plus complette. Ce réſultat décideroit entre le Plaiſir & la Peine; en attribuant la plus grande durée à celui des deux dont la durée maintiendroit ſa ſupériorité ſur celle de l'autre dans toutes les eſpeces corrélatives, & dans toutes leurs ſubdiviſions, ou du moins dans les eſpeces principales; en attribuant la plus grande intenſité à celui dont l'intenſité remporteroit les mêmes avantages ſous les mêmes circonſtances. De cette maniere nos deux problemes ſe réſoudroient par Induction.

Mais comme une pareille Induction nous égareroit dans des détails immenſes, & que l'eſprit humain ne ſauroit épuiſer, cherchons une voie plus courte, qui ſoit comme le précis de cette méthode, & qui nous en offre, en ſubſtance, & les opérations, & leur réſultat. Nous atteindrons ce but, en nous attachant aux phénomenes les plus remarquables, à certaines expériences déciſives qui ſe rapportent, non ſeulement à une infinité de cas particuliers, mais à des eſpeces entieres, ſouvent même à pluſieurs eſpeces, ſinon à toutes à la fois; enfin en ſondant la nature même de la Peine & du Plaiſir, autant qu'elle ſe fait con-

connoître par ces phénomenes & par ces expériences. Voilà les ſources où nous allons puiſer nos concluſions générales.

I.

Quand je conſidere les deux genres de ſenſations que nous appellons Plaiſir & Peine, & que je me demande lequel des deux comporte le plus de durée en vertu de ſa nature; une expérience irréfragable me répond que c'eſt la Peine. Tout plaiſir que l'on s'obſtine à prolonger au-delà d'un certain point, ſe termine par la douleur, par la douleur corporelle, par l'accablement, par l'ennui, ou par quelque autre ſorte de peine, ſelon la claſſe où ce plaiſir appartient, ou ſelon les cauſes qui l'ont produit. Il n'en eſt pas ainſi de la Peine: elle ſe prolonge bien plus aiſément, & ſa prolongation ne lui fait point changer de nature. La douleur ajoutée à la douleur ne devient pas du plaiſir. Continuez de faire agir les cauſes qui l'ont excitée, loin de la diminuer, elles l'accroîtront juſqu'aux dernieres limites de la ſenſibilité. Et par où finira-t-elle? Encore une fois ce n'eſt pas par le Plaiſir, mais par l'extinction du ſentiment, par la mort: ſa durée ſe meſurera à la durée de l'homme.

C'eſt ici une vérité générale & qui s'étend à tous les cas, ſoit ſimples ſoit compliqués. Ce qui eſt vrai de chaque plaiſir & de chaque peine en particulier, eſt vrai de tout aſſemblage ou mélange de plaiſirs ou de peines. Il eſt encore vrai de toute ſérie de peines ou de plaiſirs, pris dans une ſucceſſion quelconque.

Où eſt l'homme qui durant deux-fois vingt-quatre heures pût ſoutenir une ſuite continue de plaiſirs, avec quelque intelligence qu'ils fuſſent variés, les ſoutenir, dis-je, ſans ennui, ſans dégoût, ſans ſe ſentir accablé, & ſans tomber dans les bras du ſommeil? Mais où eſt l'homme que l'on ne pût tourmenter durant un plus long eſpace de tems, de façon à lui interdire juſqu'au plus léger repos? & combien de fois la cruauté ingénieuſe des tyrans n'a-t-elle pas réuſſi dans cette barbare expérience? On a vu des maladies produire un effet analogue; que

que dis-je? pour l'opérer il n'eſt beſoin ni de douleurs trop aigües, ni de douleurs trop variées: ſouvent un remords, une crainte, une penſée chagrine y ſuffit.

Je conclus de là, que de ſa nature la Peine eſt plus durable que le Plaiſir. Or, ſi telle eſt la nature de ces deux genres de ſenſations, ſi telles ſont leurs propriétés reſpectives, elles doivent ſe manifeſter dans toutes les eſpeces paralleles, & dans toutes les diviſions correſpondantes de ces eſpeces: en un mot, dans tous les points de comparaiſon que nous avons établis plus haut, la durée de la Peine doit dominer ſur celle du Plaiſir. C'eſt auſſi ce qui arrive, & je ne penſe pas que l'on puiſſe nous montrer l'exemple du contraire; au lieu qu'il me ſeroit aiſé d'accumuler, en faveur de ma theſe, preuve ſur preuve; la vie humaine ne m'en offriroit qu'une moiſſon trop abondante. Mais je me borne à un fait général, connu, éprouvé de tout le monde, & dont le ſimple énoncé vaut une démonſtration: c'eſt que la Peine allonge le Tems, & que le Plaiſir l'abrege.

Les Métaphyſiciens ont beaucoup diſputé ſur la notion du Tems & de la Durée: heureuſement leurs diſputes ne nous regardent point. Les uns veulent une durée abſolue, indépendante des choſes qui durent; les autres n'admettent qu'une durée relative. Nous nous prêterons, tour à tour, à ces deux hypotheſes, & nous ferons voir que dans l'une & dans l'autre notre phénomene prouve également que la durée de la Peine ſurpaſſe celle du Plaiſir.

Suppoſons la Durée abſolue, commune à tous les êtres qui durent. Nous exiſtons tous dans cette durée; mais, comme elle eſt diviſible à l'infini, chacun la diviſe à ſa maniere, & la diviſe plus ou moins ſuivant les différentes ſituations par où il paſſe: je veux dire ſuivant les perceptions, les idées, les ſentimens dont il eſt affecté. Ces diviſions ſont le Tems. Si donc le Plaiſir fait couler le tems plus vîte, ſi la Peine le fait couler plus lentement; il faut de néceſſité que la Peine ſubdiviſe la Durée beaucoup plus que ne fait le Plaiſir; il faut que ſes ſecouſſes ſe faſſent ſentir dans des parties de la durée où les impreſ-

ſions du Plaiſir ne pénetrent pas; il faut qu'elle occupe plus de tems, ou ce qui eſt la même choſe, qu'elle dure plus long-tems.

Par là il paroît déjà, quand même il exiſteroit une Durée abſolue, que la durée de nos plaiſirs & de nos peines ne laiſſeroit pas d'être relative, je dis relative aux diviſions que ces ſentimens de mon ame font dans la Durée abſolue. Car, quoique le durable de mon être ſoit tout entier dans toutes les parties de la Durée qui s'écoulent pendant mon exiſtence, mes ſenſations, qui ne ſont que des modes tranſitoires, n'exiſtent que dans les portions de cette durée où je ſens quelque choſe, & n'exiſtent ni ne durent dans aucune des portions où je ne ſens rien.

Ainſi, à l'égard du ſujet de nos recherches, la premiere hypotheſe ſur la Durée rentre dans la ſeconde: & nous pouvons faire abſtraction de la Durée abſolue, ſujete d'ailleurs à des difficultés qui la font réprouver par un grand nombre de philoſophes.

Si la Durée n'eſt qu'une relation; ſi le Tems eſt l'ordre des choſes ſucceſſives, ou l'ordre dans lequel ſe ſuivent nos perceptions; dans cette hypotheſe, dis-je, nous avons chacun notre tems à nous: le tems d'un homme n'eſt pas celui d'un autre homme, & ne demeure pas toujours le même pour le même homme. Comme ce tems n'a aucune réalité conſtante, & qu'il n'eſt qu'un phénomene, qu'une apparence, fondée dans les changemens qui arrivent autour de nous & en nous, ou plutôt dans les repréſentations de ces changemens offertes à notre eſprit, il n'eſt jamais que ce qu'il paroît être, & ne dure que ce qu'il paroît durer.

Les meſures du Tems, naturelles ou artificielles, aſtronomiques ou civiles, ne forment ici aucun obſtacle. Le mouvement des corps céleſtes, les oſcillations du pendule, les tours de l'aiguille ſur le cadran ne ſont pas ce qui détermine la durée de mes ſenſations. Quoique ces mouvemens, à cauſe de leur uniformité apparente, ayent été heureuſement appliqués aux beſoins des ſciences & de la vie; ils ne ſont pourtant ni un Tems abſolu, ni une meſure abſolue du Tems. Diſons

ſons mieux; ces mouvemens uniformes ne meſurent ni ne diviſent, à proprement parler, le Tems, mais l'Eſpace, où ils décrivent ſucceſſivement des portions égales. Une ſenſation, ou une ſuite de ſenſations, coëxiſte avec un certain nombre de ces portions tandis qu'elles ſont décrites; mais ces portions coëxiſtent de même avec ma ſenſation, ou avec ma ſuite de ſenſations. Elles peuvent donc ſe meſurer les unes les autres & marquer le tems les unes des autres; le droit eſt égal des deux côtés: tout eſt relatif; l'on peut demander combien dure une heure avec autant de raiſon que l'on demande la durée de toute autre choſe: car en effet une heure m'aura duré telles ou telles ſenſations, perceptions, ou idées; de même que ces dernieres m'auront duré l'eſpace décrit par un mouvement uniforme que j'appelle une heure. Et au fond ces mouvemens ne ſauroient me marquer le Tems qu'en qualité de perceptions comparables ou commenſurables avec d'autres perceptions qui y coëxiſtent: & il eſt aiſé de voir que les unes ou les autres ſont la meſure ou la choſe meſurée, ſelon le but que je me propoſe.

Que conclure de ceci? C'eſt que ſi la Peine nous fait paroître le Tems plus long que le Plaiſir, ce tems eſt effectivement plus long; puiſqu'être & paroître ſont ici la même choſe.

Cette concluſion ne ſemblera étrange à aucun philoſophe, & ne peut le ſembler qu'à ceux qui s'imagineroient que ſans Soleil & ſans horloges il n'y a point de Tems. Je ſuppoſe que depuis ma naiſſance, enfermé en un lieu ſombre, je n'aye jamais rien appris des diviſions du Tems: je ne laiſſerai pas d'avoir un tems à moi, & je m'appercevrai fort bien que certains états me durent plus les uns que les autres. Or j'éprouve des ſenſations agréables, & les ſenſations déſagréables qui leur ſont oppoſées: me ferez-vous croire que celles-là ayent duré autant que celles-ci? Vous aurez beau me dire qu'un certain aſtre a fait le même chemin dans les cieux, ou qu'un pendule a fait le même nombre de vibrations. Cela ſe peut, répliquerai-je; mais lorsque je ſouffrois, votre aſtre & votre pendule ont mis plus de tems à faire leur chemin & leurs vibrations. Et il eſt inconteſtable

qu'ils y ont mis plus de ce tems qui m'appartient, le ſeul qui m'intéreſſe, & le ſeul qui faſſe l'eſtimation de la durée de mes plaiſirs & de mes peines.

Vous vous divertiſſez, je m'ennuie; le tems vous paroît court; il me paroît d'une longueur mortelle. Que font à vous & à moi tous les mouvemens de l'univers? Allongent-ils votre tems, raccourciſſent-ils le mien? Cette aiguille qui vous ſemble avoir volé ſur le cadran, me paroît s'y traîner avec une lenteur extrême: c'eſt à dire que pour vous elle emploie moins de tems que pour moi à achever ſon tour. Vous voyez donc que cela fait deux tems, dont la meſure n'eſt point ſur le cadran, mais en nous, dans les ſituations différentes où nous nous trouvons, & qui nous préſentent le phénomene de la Durée ſous différens aſpects. Et c'eſt d'après ces deux tems que chacun de nous évalue ce tems même qui ſemble s'écouler ſur le cadran. Eteignez tous les feux céleſtes, briſez toutes les horloges, troublez tous les mouvemens uniformes; nous dirons alors, vous que votre plaiſir a duré peu de tems, moi que mon ennui a duré très long-tems; & nous aurons raiſon l'un & l'autre.

S'il m'étoit permis d'égayer des matieres auſſi ſérieuſes, je produirois ici ſur la ſcene le berger de Fontenelle:

Quel ſiècle juſqu'au ſoir! Il meſure des yeux
Le tour que le Soleil doit faire dans les cieux.
Il faut que ſur ces monts ce grand aſtre renaiſſe,
S'éleve lentement, & lentement s'abaiſſe,
Et ſe perde à la fin derriere ces grands bois.
Il meſure ce tour, & frémit mille fois.
Le jour ſi ſouhaité, le jour enfin arrive;
Mais ſon impatience en eſt encor plus vive.
Ses déſirs, ſes tranſports, ſes divers mouvemens
Lui font de tout ce jour ſentir tous les momens.

Je

Je cite ces vers parce que l'idée en eſt très philoſophique, & confirme ce que nous venons d'obſerver. Car qu'eſt-ce qui fait ici le Tems? Ce n'eſt pas le tour du Soleil, mais la paſſion du berger. Ce ne ſont pas les heures qui meſurent l'amour; c'eſt l'amour qui meſure les heures: & pour ne point ſortir du ton de la Poëſie, ce n'eſt pas le vieillard ailé, c'eſt l'enfant ailé qui tient la Clepſydre.

Un ennui, une inquiétude, un déſir, il n'en faut pas d'avantage pour changer les heures en jours, les jours en mois, les mois en années: ce calcul ſe fait en rapportant les meſures uſuelles de la Durée à la meſure qui eſt en nous, qui varie ſelon les ſituations, mais qui marque la vraie durée de chacune de ces ſituations. Ce tems-là ſeul nous tient au coeur; tout autre eſt pour nous de peu d'importance. Quel fardeau pour un grand nombre d'hommes que ce Tems! C'eſt lui qu'ils ont en vue, lorſqu'ils parlent de *tuer le Tems*: expreſſion ſingulièrement énergique; ne diroit-on pas qu'ils le regardent comme un ennemi à combattre, comme un monſtre à détruire? Mais comment font-ils pour le tuer? Ils ne s'en prennent ni aux montres ni aux pendules; ils laiſſent rouler les aſtres en paix: c'eſt à leur propre tems qu'ils en veulent, & pour le tuer, ils cherchent à ſe défaire de l'ennui dont il tient ſon exiſtence. En effet le tems le plus heureux eſt celui que nous comptons le moins, c'eſt à dire celui qui eſt le moins tems pour nous.

Ainſi durer, & faire durer le Tems, eſt au fond la même choſe. Ici nous voyons que la durée de nos ſentimens agréables & déſagréables n'admet point de meſure préciſe, comme nous l'avions annoncé dès l'entrée de ce Mémoire. Car dans la durée même qui ſe meſure par nos inſtrumens ou par le cours des aſtres, chacune de nos ſenſations ſe crée, pour ainſi dire, une nouvelle durée, qui eſt ſon tems véritable, mais qui ne ſouffre point d'appréciation rigoureuſe. Tout ce que nous ſavons c'eſt que ce tems eſt tantôt plus long & tantôt plus court.

La Peine eſt plus durable de ſa nature que le Plaiſir, elle dure plus, elle fait plus durer le Tems. Nous avons démontré ces propoſi-

poſitions dans tous les ſens que l'on peut leur donner, & dans toutes les hypotheſes que l'on peut imaginer ſur la Durée.

II.

J'appelle Intenſité le degré de force avec lequel une ſenſation nous affecte.

Je l'ai déjà dit, nous n'avons point de meſure pour l'intenſité de nos ſenſations. On a trouvé le moyen de meſurer les degrés de chaleur, & les degrés de preſſion de l'atmoſphere, en les déterminant d'après l'effet que cette chaleur & cette preſſion produiſent ſur des liquides qu'elles font monter ou deſcendre dans des tuyaux. Mais ce ne ſont pas là des degrés de ſenſation. La chaleur indiquée ſur l'échelle du Thermometre n'eſt point la chaleur ſenſible; cette derniere dépend encore pour chacun de nous de ſon organiſation particuliere, de la conſtitution actuelle de ſon corps, & peut-être de la ſenſibilité originaire de ſon ame.

Il en eſt de même des ſentimens de Plaiſir & de Peine. Nous ſavons qu'ils ſont plus forts les uns que les autres, mais nous ignorons de combien: nous ne pouvons jamais dire, ce plaiſir eſt le double, le triple, la moitié, ou le tiers d'un autre plaiſir; & nous connoiſſons encore moins la proportion exacte qui eſt entre les plaiſirs & les peines. Ces connoiſſances tiennent à une ſcience qui nous manque, mais qui ſera le chef-d'œuvre de l'eſprit humain, ſi jamais il peut y atteindre, & que nous appellerons *Pſychométrie* lorſqu'elle ſera découverte.

Quand nous comparons l'intenſité de la Peine avec celle du Plaiſir, il faut que la comparaiſon tombe ſur quelque choſe qui eſt commun au Plaiſir & à la Peine. Or ils n'ont de commun entr'eux que d'être des ſenſations ou des ſentimens de l'ame, & nous demandons par lequel des deux l'ame eſt le plus fortement ébranlée. Il faut ſe ſouvenir que l'Intenſité en général, ſur quoi roule la queſtion, eſt la ſomme de toutes les intenſités particulieres, priſes ſur toutes les eſpeces corrélatives, & ſur toutes les diviſions correſpondantes de ces eſpeces.

ces. Il y aura donc une ſomme d'intenſités pour la Peine & une pour le Plaiſir: ces deux ſommes étant déduites l'une de l'autre, nous montreroient de quel côté ſe trouve l'excédant de l'Intenſité.

Pour rendre ceci auſſi clair qu'il eſt poſſible, figurons-nous une échelle graduée où ſeroient rangés tous nos ſentimens agréables & déſagréables dans l'ordre de leurs intenſités. Que verroit-on ſur cette échelle?

On y verroit dans quelle dégradation ſe ſuivent nos plaiſirs & nos peines; & quel eſt pour chaque eſpece le plus haut période d'intenſité. Nous pourrions comparer à cet égard les eſpeces corrélatives. En connoiſſant les limites de l'intenſité de chaque plaiſir & de chaque peine, il nous ſeroit facile de meſurer la diſtance qui eſt entre ces limites. Nous ſaurions ſi c'eſt un plaiſir ou une peine qui occupe le plus haut degré dans l'échelle. Enfin, en ſommant les intenſités de part & d'autre, nous réſoudrions la queſtion générale, ſi l'Intenſité du Plaiſir ou celle de la Peine eſt la plus grande; & la ſouſtraction nous indiqueroit de combien elle eſt plus grande.

Quoique juſqu'ici cette échelle n'ait pas été dreſſée, & ne le ſoit peut-être jamais, il ne faut pas la regarder abſolument comme une fiction. Elle exiſte confuſément dans tous les eſprits; c'eſt ſur elle que nous réglons tous les jours nos jugemens & notre conduite. C'eſt donc ces jugemens & cette conduite qu'il nous faut conſulter au défaut d'une meſure plus exacte: & en attendant que quelque génie heureux vienne défricher ce terroir inculte de la Philoſophie, ce ſont les ſeules données pour la ſolution de notre probleme.

Pour commencer par une vue philoſophique, jettons d'abord un coup-d'oeil ſur la nature du Plaiſir & ſur le mécaniſme de l'homme. Le plaiſir corporel réſulte d'un ébranlement modéré du ſyſteme nerveux, le plaiſir de l'eſprit d'un exercice ni trop fort ni trop foible de ſes facultés. C'eſt par ces bornes que l'intenſité de chaque eſpece de plaiſir eſt circonſcrite; ce qui eſt au-delà n'eſt plus du plaiſir, mais de la peine ou de la douleur. Il eſt donc évident que la Peine occupe un

plus

plus haut échelon dans l'échelle des Intenſités; elle n'a d'autres bornes que celles de la ſenſibilité même. Le ſentiment du bien a ſon terme, qu'il ne ſauroit paſſer; mais tant que l'ame eſt capable de ſentir, elle eſt capable de ſentir le mal.

Il n'eſt pas beſoin, pour prouver notre theſe, de remonter fort haut dans les régions intellectuelles. Deſcendons plutôt dans la vie commune: les preuves s'offriront en foule à nos regards.

Voulez-vous comparer l'intenſité de la Peine avec celle du Plaiſir? Il y a pour cela un moyen bien court. Mettez-les aux priſes l'un avec l'autre, & voyez de quel côté demeurera la victoire.

Une douleur violente s'eſt emparée de votre corps: une affliction profonde regne dans votre ame. Quels ſont les plaiſirs qui puiſſent vous diſtraire de ces maux? Il n'en eſt plus pour vous: les objets que vous recherchiez avec le plus d'empreſſement, & qui captivoient tous vos déſirs, ont perdu leurs charmes, ſont devenus inſipides, ou même vous ſont odieux. Loin de pouvoir goûter aucune ſorte de plaiſirs, vous ſeriez trop heureux ſi un ſommeil bienfaiſant vous accordoit l'oubli de vos peines. (*)

Mais d'un autre côté, quel eſt le plaiſir aſſez vif, la ſituation aſſez délicieuſe pour réſiſter un inſtant aux atteintes de la Douleur? Il n'eſt point de moment ſi fortuné qui nous en mette à l'abri; & elle n'a preſque qu'à ſe montrer pour tarir le Plaiſir juſques dans ſa ſource. Connoiſſez-vous un plaiſir qui puiſſe me délivrer de la Douleur phyſique? Mais je connois des douleurs qui à coup ſûr vous délivreront du Plaiſir phyſique. Trouvez-moi un plaiſir qui me guériſſe du mal de dents; mais de quelque eſpece, & de quelque grandeur que ſoit le plaiſir dont vous vous enivrez, je m'engage à trouver des peines

(*) *Diſtrictus enſis cui ſuper impiâ*
Ceruice pendet, non Siculæ dapes
Dulcem elaborabunt ſaporem,
Non auium citharæque cantus
Somnum reducent.

HORAT. Lib. III. ode 1.

nes qui le feront évanouir comme une vapeur légere, & qui en effaceront juſqu'au moindre veſtige. Enfin il n'eſt point de plaiſir qui puiſſe nous garantir de la Douleur pour le reſte de nos jours; tandis qu'il y a des exemples de maux qui ont preſque totalement émouſſé le goût du Plaiſir, & ont frappé des coups ſi terribles ſur l'eſprit que la vie entiere de l'homme en eſt demeurée en proie à la langueur & à la triſteſſe. Telle eſt l'impuiſſance du Plaiſir, tel eſt le pouvoir de la Douleur.

Ce pouvoir ſe manifeſte dans tout le cours de la vie. Nos plus beaux jours ſont mêlés d'ombres; la triſteſſe eſt à côté de la joie; il y a peu même de plaiſirs où ſes traces ne ſoient imprimées. Nos affections les plus douces, nos ſentimens les plus généreux, les plus nobles, les plus humains, ſources des voluptés les plus pures, l'amour, l'amitié, cette aimable ſympathie qui nous intéreſſe au ſort d'autrui, ne laiſſent pas d'avoir quelque choſe d'attendriſſant & de triſte. La douleur ne fait pas rire; mais la joie fait pleurer.

La Mémoire, en réveillant le ſouvenir de nos ſenſations paſſées, y attache l'idée de plus ou moins de force ou de foibleſſe, en raiſon de ce que nous en avons éprouvé. L'expérience ſe forme en nous par le ſouvenir des biens & des maux qui nous ont affectés: elle ſe groſſit de l'expérience des hommes avec qui nous vivons, de ceux même qui vivent loin de nous, & de ceux qui ont vécu avant nous. De cette maſſe d'expériences ſe compoſe l'échelle des Intenſités, que nous avons dit exiſter confuſément dans notre eſprit. Et de là partent les jugemens naturels & habituels, que nous portons ſans preſque nous en appercevoir, & qui ſemblent être de nouvelles ſenſations, nées de la réunion de nos ſenſations précédentes; mais qui ſe reglent conſtamment ſur la profondeur des traces que les biens & les maux de la vie ont laiſſées dans la mémoire. Dans ces jugemens la vérité paroît ſans nuage: c'eſt la Nature elle-même qui parle; écoutons ſa voix.

Toute la conduite des hommes ne prouve-t-elle pas que la Peine fait ſur eux de bien plus fortes impreſſions que le Plaiſir? Les menaces n'ont-elles pas plus de pouvoir que les promeſſes, ſoit pour les contenir dans l'ordre, ſoit pour les y ramener? Si elles entrent dans la ſanction des loix divines, ſi elles ſont toute la ſanction des loix humaines; n'eſt-ce pas pour obtenir, par la crainte du mal, ce que l'eſpérance du bien ne ſuffit point pour opérer? Quelle que ſoit notre avidité pour le Plaiſir, nous nous montrons bien autrement actifs, nous faiſons bien d'autres efforts, lorſqu'il s'agit de nous ſouſtraire à la Douleur.

Il s'enſuit de là que nous ſommes beaucoup plus fortement affectés par la crainte que par l'eſpérance. Or l'eſpérance & la crainte que ſont-elles? Nos biens & nos maux paſſés, que nous revoyons comme projettés dans l'avenir. Nous nous ſouvenons donc que les maux que nous avons ſoufferts ont eu plus d'intenſité que les biens dont nous avons joui.

Je voudrois que chacun ſe demandât de quelle douleur il achéteroit ce qui lui paroît le plus grand des plaiſirs A' intenſités égales de part & d'autre, ce plaiſir devroit valoir la plus cruelle de toutes les douleurs; j'ai cependant lieu de douter que perſonne voulût l'acquérir à ce prix. L'homme le plus éperdument amoureux ſe ſentiroit bientôt refroidir, ſi on lui promettoit toutes les faveurs de l'amour, à condition ſeulement de ſubir la queſtion extraordinaire, ou de ſe laiſſer, pendant une minute ou deux, appliquer des tenailles ardentes.

Je n'ignore pas que les hommes font tous les jours un bien plus mauvais marché: ils immolent leurs biens, leur ſanté, leur repos à de courts & de frivoles plaiſirs, qui ſouvent leur préparent de longs regrets. Mais c'eſt qu'alors ils ne voient point le péril qu'ils courent: la paſſion les aveugle ſur les ſuites de leurs démarches, en les préſentant dans le lointain, en les enveloppant dans l'ombre de l'incertitude, ou en les cachant à leurs yeux. Le Pere Malebranche a dit que perſonne ne s'enivreroit ſi le mal de tête précédoit l'ivreſſe au lieu de la ſuivre:

ſuivre: pour nous détourner des plaiſirs nuiſibles, il ſuffiroit que les maux qu'ils traînent après eux, fuſſent auſſi préſens à notre eſprit, & ſe peigniſſent en couleurs auſſi vives que le bien que nous nous y promettons. Mais la paſſion groſſit ce bien, diminue les maux, ou les fait diſparoître.

Voyez ces mêmes hommes lorſqu'ils ſe rappellent de ſang froid ces plaiſirs funeſtes, & en meme tems les peines dont ils les ont payés; ils ſeront bien éloignés de vouloir les racherer au même prix. C'eſt ainſi qu'ils jugent toutes les fois que la raiſon leur luit, dans cette aſſiette tranquille de l'ame qui ſeule leur donne le droit de juger. Pour les ramener vers ces plaiſirs, il faut que leur eſprit perde de nouveau ſon équilibre, & que leur jugement ſoit de nouveau troublé par les paſſions. Il n'y a que les vrais ſages, & leur nombre eſt petit, qui ſachent, en tout tems, évaluer leur gain & leur perte. Et ceux-ci n'héſiteront jamais à ſacrifier ces faux biens, qui ſe réduiſent à zéro, ou deviennent même des quantités négatives dans le calcul du Bonheur.

Pourquoi plaignons-nous les hommes d'un caractere trop ſenſible? Si l'intenſité du Plaiſir étoit plus grande que celle de la Peine, il n'y auroit qu'à gagner à cette ſenſibilité exceſſive.

Pourquoi fait-on ſi fort l'éloge de la vie ſimple & réduite à peu de beſoins? Quelque éloignés que nous ſoyons de cette vie, nous nous y ſentons attirés par un penchant ſecret. La Poëſie paſtorale, qui retrace les beaux jours de Saturne & de Rhée, les plaiſirs champêtres, l'innocence du premier âge, enchante tous les eſprits: nous aimons encore dans nos livres cette belle ſimplicité qui n'eſt plus dans nos mœurs. Mais les philoſophes mêmes ne nous exhortent-ils pas, d'une commune voix, à cacher notre vie, à fuir les plaiſirs bruyans, le tumulte du monde, le faſte des cours, à borner nos déſirs, à nous rapprocher de la Nature? Et n'eſt-ce pas reconnoître qu'il n'y a point d'avantage pour nous à donner trop d'exercice à notre ſenſibilité, & qu'il

eſt plus de notre intérêt de diminuer la force des peines que d'augmenter celles de plaiſirs? Car encore une fois, ſi le Plaiſir avoit plus d'intenſité que la Peine, il faudroit ſuivre des maximes entièrement oppoſées: il faudroit élargir le cercle de la vie, au lieu de le reſſerrer, nous répandre ſur les grands théatres, & rechercher les grandes ſenſations.

Le ſouvenir de nos plaiſirs augmente nos peines; le ſouvenir de nos peines augmente nos plaiſirs. Je ne crois pas qu'il y ait ici compenſation; mais je laiſſe à des philoſophes plus profonds à voir en quelle proportion eſt l'accroiſſement du Plaiſir contre celui de la Peine dans ce double acte de réminiſcence. Je n'obſerve qu'une choſe. C'eſt que le ſouvenir agréable de nos peines paſſées eſt bien ſujet à être affoibli par un triſte retour ſur la fragilité de notre conſtitution, qui ſans ceſſe nous expoſe aux mêmes dangers. Nous avons échappé au naufrage; mais nous ne ſommes pas dans le port: de nouvelles tempêtes, de nouveaux écueils nous attendent, & nous devons échouer contre un de ces écueils.

De tous les plaiſirs le plus pur eſt celui que donne la vertu; & il paſſe avec toute ſa pureté dans la Mémoire, où il prend le nom de bonne conſcience. Cependant ce plaiſir, dans ſon plus haut période, n'égale point les remords que cauſe le crime, ni dans un degré inférieur les regrets que nous font ſentir nos vices, notre inconduite, nos fauſſes démarches. Servons-nous ici de la même épreuve dont nous avons fait uſage plus haut. La bonne conſcience, malgré ſon prix infini, ne peut rien contre la douleur phyſique: elle nous conſole; mais elle ne ſauroit faire ceſſer nos ſouffrances: au lieu que la mauvaiſe conſcience, toutes les fois qu'elle ſe réveille, eſt deſtructive, non-ſeulement du plaiſir ſenſuel, mais de tous les plaiſirs: elle flétrit les roſes de la volupté, empoiſonne nos momens les plus délicieux, fait ſuccéder l'inquiétude & la terreur à nos plus douces émotions.

Je ne parle pas des cauſes accidentelles qui peuvent modérer la ſatisfaction que procure une bonne conſcience. Il n'eſt point d'hom-

me

me de bien qui n'ait des foibleſſes à ſe reprocher; & c'eſt aux ames vertueuſes, aux conſciences délicates que ces reproches ſont le plus ſenſibles. L'image de leurs imperfections leur eſt toujours préſente; & pour peu que les idées religieuſes s'y joignent, on ne croira pas avoir expié ſes imperfections par ſes vertus: les Saints du premier ordre n'ont pas cru trop faire en paſſant le reſte de leurs jours à laver dans les larmes de la Pénitence quelques erreurs de leur jeuneſſe.

Mais, ſans aller ſi loin, l'honnête homme fait le bien par habitude: on ne lui voit pas ces folles extaſes dont ſe parent les charlatans de vertu, ou les charlatans de dévotion; ſon plaiſir conſiſte dans un calme intérieur, dans une douce ſérénité d'eſprit. Mais comparera-t-on ce calme heureux aux orages qu'excite le remords, la confiance à la déſolation, l'eſpérance au déſeſpoir, en un mot, le contentement tranquille de l'homme vertueux aux ſupplices du ſcélérat flagellé par les Furies, & qui porte l'Enfer dans ſon cœur?

Parmi les jugemens naturels fondés dans le ſouvenir & dans l'expérience, il en eſt un qui porte ſur l'enſemble de nos biens & de nos maux, & qui embraſſe la vie entiere; mais comme il pourroit être formé d'après le nombre & la durée de nos peines & de nos plaiſirs, auſſi bien que d'après leur intenſité, je ne ſais ſi c'eſt ici le lieu le plus propre pour en faire mention. Ce qui cependant m'y engage, c'eſt que l'influence de l'Intenſité m'y paroît être la plus forte.

Or c'eſt une vérité conſtatée par d'habiles obſervateurs, qu'il n'y a preſque perſonne qui après de ſérieuſes réflexions ſouhaitât de repaſſer par la même chaîne d'événemens dont ſa vie a été compoſée,

Nul de nous ne voudroit recommencer ſon cours.

Cela feroit voir que dans le tableau de notre vie la Peine eſt marquée en traits bien plus ſaillans que le Plaiſir; & niera-t-on que la prépondérance de la Peine, qui détermine ici le jugement, ne ſoit dûe, ſinon en tout, au moins pour la plus grande partie, à ſon intenſité?

Mais ce jugement n'eſt-il pas en contradiction avec l'amour de la vie qui ſemble être ſi naturel à l'homme. Eſſayons de les concilier.

Il n'eſt pas ſurprenant, ſans doute, que le choix que nous faiſons d'un eſprit libre, & par un acte réfléchi de l'entendement, ſoit contraire à celui que nous faiſons lorſque notre eſprit eſt mis hors de ſon aſſiette par le déſir, par l'averſion, ou par quelque autre agitation plus ou moins violente. Le choix de la Raiſon eſt conſtant & immuable; celui de la paſſion ſe borne au moment préſent; & de là toutes nos inconſéquences.

Ce qu'on nomme amour de la vie, n'eſt certainement pas un choix réfléchi, une préférence raiſonnée. Nous venons de voir que la réflexion nous fait juger & choiſir tout autrement. Quelle ſeroit d'ailleurs la vie que nous aimerions par un choix réfléchi? Ce n'eſt pas au moins la nôtre; nous ne la connoiſſons pas. Pour ſavoir ſi aux yeux de la Raiſon elle eſt digne d'amour ou de haine, il faudroit pouvoir en rapprocher les deux bouts, & la contempler dans ſa totalité. Déjà nous ne ſommes pas ſatisfaits de notre vie paſſée, puiſque nous n'en voulons pas une ſeconde fois. Ainſi nous n'aimons pointce que nous connoiſſons de notre vie; & à meſure que nous y avançons, nous refuſons également de reprendre les portions qui s'en ſont écoulées.

Si l'on y prend garde, on obſervera en effet que les ſymptomes qui ſemblent déceler l'amour de la vie, ne ſe déclarent que par intervalles, dans des tems de criſe, & lorſqu'une émotion extraordinaire, en nous ôtant le pouvoir de réfléchir, nous entraîne à un choix que le jugement libre eût condamné. Et lorſqu'on a érigé en maxime que les hommes aiment à vivre, ou qu'ils aiment leur vie, on a abſtrait cette maxime d'un grand nombre de ces circonſtances critiques où l'eſprit, vivement agité, n'eſt pas à lui-même, & où de grands biens ou de grands maux donnent de fortes ſecouſſes à l'imagination. Encore cette maxime n'eſt elle pas univerſellement vraie: les agitations qui produiſent ces ſymptomes de l'amour de la vie, ont ceci de commun

mun avec les autres; qu'elles ſont ſouvent ſurmontées par des paſſions plus impérieuſes, comme par le déſeſpoir, par l'enthouſiaſme de la vertu, par l'amour de la patrie, par l'amour de la gloire & de l'immortalité.

A bien analyſer les cas où l'amour de la vie paroît ſe manifeſter, on verra qu'ils ſe réduiſent preſque tous à l'eſpérance & à la crainte; l'une nous fait aimer le bien qui n'exiſte pas encore, & qui peut-être n'exiſtera jamais; l'autre nous fait fuir le mal qui nous menace de près, ou ce qui peut-être n'eſt pas un mal; mais pour exciter notre averſion, il ſuffit que nous nous le figurions comme tel.

Quoique l'eſpérance ne ſoit, la plupart du tems, qu'une illuſion, elle eſt, ou peu s'en faut, le bien le plus ſolide de l'homme. Toute eſpérance éteinte, à quoi tient l'amour de la vie? Lorſqu'on en eſt là, il n'eſt pas même fort rare qu'on ſouhaite ſincèrement la mort ou qu'on ſe la donne. Quelle eſt donc ici la vie que nous aimons? Une vie imaginaire, que nous nous peignons, à notre gré, ſur la ſombre toile de l'avenir. Nous ne voulons pas recommencer notre vie paſſée, parce que par rapport à elle tout eſt dit, & qu'il n'y a rien à attendre au-delà de ce que nous ſavons; mais nous voulons continuer de vivre, parce que nous continuons d'eſpérer. Les hommes les plus indifférens pour la vie ſont ceux qui apprécient l'avenir par le paſſé.

Mais plus ſouvent encore l'amour de la vie n'eſt que la peur de mourir. L'ignorance de ce que c'eſt que la Mort, l'appareil lugubre qui l'environne, l'incertitude de notre deſtinée future, voilà l'épouvantail qui nous fait friſſonner, & nous attache à notre exiſtence préſente, à peu près comme un enfant, à la vue d'un objet qui lui cauſe de l'effroi, ſe rejette en arriere, & ſe ſerre contre le ſein de ſa nourrice. C'eſt de cet amour négatif, ſi je puis m'exprimer ainſi, que des vieillards infirmes, des malades dont la guériſon eſt déſeſpérée, aiment encore leur vie miſérable; ou plutôt c'eſt avec cette crainte poſitive qu'ils redoutent la mort.

Si donc, au bout de notre carriere, on nous propoſoit de la fournir de nouveau, je ne doute point que la frayeur du moment ne fît accepter cette propoſition à la plupart d'entre nous, à ceux-mêmes qui de ſens raſſis l'auroient conſtamment refuſée. C'eſt que la frayeur ne raiſonne point; car enfin ſi leur refus étoit fondé, ce n'eſt rien gagner ici que de gagner du tems: ſi vous êtes mécontent de votre vie paſſée, vous ne faites que doubler la ſomme de vos mécontentemens; & après tout, il en faudra revenir au même terme, & vous expoſer une ſeconde fois aux mêmes terreurs.

Je ne doute pas non plus que dans cet inſtant critique bien des gens ne conſentiſſent à revivre au hazard, & à courir les riſques d'un ſort quelconque, ſans ſonger ſi les bons lots ſont rares ou communs dans cette grande lotterie, & s'il eſt fort apparent qu'ils leur tomberont en partage. On prendroit ce parti par une impulſion mécanique de la crainte; mais ſeroit-ce le choix d'un homme ſage? Les Anciens ne le penſoient point: leurs philoſophes & leurs poëtes, qui après le trépas font remonter nos ames ſur la terre pour animer de nouveaux corps, ont ſoin de les évoquer auparavant ſur les rives du Léthé, & de leur faire boire, à longs traits, l'oubli de leur vie paſſée. *Veniet iterùm qui nos in lucem reponat dies, quem multi recuſarent, niſi oblitos reduceret*, dit Séneque: & le héros de Virgile s'écrie,

- - *Quæ lucis miſeris tam dira cupido?*

Pour prouver que l'intenſité de la Peine ſurpaſſe celle du Plaiſir, j'avois d'abord tiré un argument de la durée même de la Peine. Je me ſuis apperçu depuis que cet article demandoit plus de développement. Je le renvoie à un autre Mémoire, où je traiterai de la liaiſon qu'il y a entre la Durée & l'Intenſité, matiere très épineuſe, & qui exige les plus profondes diſcuſſions.

RÉFLEXIONS SUR LE PRESSENTIMENT.

PAR M. DE BEAUSOBRE. (*)

Une perception que j'ai eue ſe préſente de nouveau à mon eſprit, je me la rappelle: je reconnois que cette perception eſt la même que celle que j'ai eue: voilà la reminiſcence & la mémoire. Lorsqu'on ſimplifie ces idées, il ſemble qu'on ne trouve dans les actes de ces facultés de notre ame qu'une ſenſation continuée, mais obſcurcie pendant un intervalle plus ou moins long. Qu'en ſeroit-il de cet acte de l'ame qui ſe repréſente une ſenſation future? Cet acte ne ſeroit-il pas, à proprement parler, une ſenſation prévenue ou anticipée qui ne différe d'une ſenſation réelle, rélativement à l'ame, que par le jugement qu'on en porte.

Nous avons vu ailleurs qu'il y a un point où la folie touche au bon ſens, comme il y en a un où le ſommeil touche au réveil, qu'un fou eſt un homme qui reve pendant qu'il veille, c'eſt à dire, qui ne diſtingue pas les ſenſations des phantomes de ſon imagination: ici nous conſidérerons l'homme enviſageant une repréſentation quelconque comme une ſenſation future, qu'il ſait fort bien n'être point actuelle, mais qu'il regarde comme auſſi certaine.

L'homme juge de ſon état préſent & de ſon état paſſé avec un degré preſque égal de clarté & de certitude: mais comment peut-il ju-

(*) Lues à l'Académie le 24. Avril 1766.

juger de même de ſon état à venir ou d'une partie de cet état? Ce qui eſt à venir eſt ſans doute une ſuite de ce qui eſt, de même que ce qui eſt doit être une ſuite de ce qui a été. Cette chaine de cauſes & d'effets, qu'on ne peut détruire ſans y ſubſtituer un fataliſme mille fois plus obſcur, quelque difficile qu'elle ſoit à concilier avec la liberté, eſt ſi néceſſaire, qu'il faudroit renoncer à tout raiſonnement ſi elle pouvoit être conteſtée.

Il eſt même quelquefois aſſez aiſé de montrer comment le préſent eſt lié au paſſé; quelque forte & extravagante que ſoit l'imagination d'un homme, il ne lui eſt pas bien difficile, s'il y fait attention, de découvrir la liaiſon de ſes idées préſentes avec ſes idées paſſées. Nous avons ſur cette matiere une excellente diſſertation de M. Beguelin; elle ſe trouve dans le VI Volume des Mémoires de cette Académie: où pourrois-je renvoïer à plus juſte titre celui qui voudroit approfondir ce ſujet?

Si donc la même chaine qui lie mon état actuel à tous les états précédens, le lie encore à tous les états futurs, il eſt bien ſûr que ſi mon état préſent étoit différent de ce qu'il eſt, tous les états futurs par où je dois paſſer ſeroient autres qu'ils ne ſeront effectivement. Donc mon état actuel, *gros* de tous mes états futurs, doit avoir en lui des raiſons de tout ce qui compoſera mon avenir. Si je voïois mon état actuel en entier, & l'état actuel de tous les êtres qui agiſſent & qui agiront ſur moi, je verrois mon état futur entierement déterminé.

Parmi les cauſes qui concourent à déterminer les différens états par où je paſſe, il y en a de plus compoſées les unes que les autres. Un même effet produit par le concours de pluſieurs cauſes pourroit, avec d'autres circonſtances, l'être par une ſeule ou par le moyen d'un plus petit nombre de cauſes. Plus ces cauſes productrices ſont compoſées, moins auſſi eſt-il aiſé de juger de l'effet qui en réſultera. Voilà pourquoi l'événement trompe les hommes les plus prudens: la complication des cauſes eſt trop grande; l'état d'un être quelconque, ſur-

tout

tout d'un être raiſonnable, eſt un état ſur lequel influe un trop grand nombre de cauſes. Un homme tient à tout.

Cependant il y a des cauſes prépondérantes; il y en a qui agiſſent ſi fortement que les cauſes concomitantes n'y influent pas beaucoup: s'il arrive alors que ces cauſes concourent à produire un même effet, il ſemble qu'il n'y en ait eu qu'une ſeule entr'elles qui ait été active: ſi au contraire elles tendent à produire des effets oppoſés, la prépondérance de l'une de ces cauſes eſt aſſez grande pour que l'activité des autres ſoit imperceptible. Il ſuffira donc en pareil cas de connoître cette cauſe prépondérante pour prévoir l'effet. C'eſt ainſi que le ſentiment l'emportant ſur le raiſonnement, que les paſſions ſubjuguant les goûts & les penchants naturels, il nous eſt aſſez aiſé de juger ce que feront dans de certaines circonſtances des hommes que nous connoiſſons beaucoup.

Ce que nous prévoïons, en nous repréſentant clairement l'effet & les cauſes, eſt un raiſonnement; c'eſt prévoïance; l'habitude de conformer nos actions à cette maniere de prévoir, c'eſt prudence: ici c'eſt la raiſon, aidée de l'expérience, qui faiſant attention aux circonſtances actuelles devine ou prévoit l'événement qu'elles préparent ou amenent. Mais il en eſt bien autrement de ces ſoupçons, qui ſont ou des eſpérances ou des craintes; ils ne ſont pas l'effet d'un raiſonnement, ce ne ſont pas des idées diſtinctes qui les ont fait appercevoir, ce ſont des idées confuſes, enfans de l'imagination, qui les ont produits. Ce ſoupçon qu'on a de quelque événement futur, ſans qu'on puiſſe en déterminer les cauſes, eſt le fruit d'un penchant plus ou moins décidé à s'occuper de l'avenir.

Il n'eſt pas difficile de concevoir comment les hommes, toujours occupés de deſirs, toujours gouvernés par les paſſions, & toujours trop pareſſeux ou trop foibles pour tâcher de rendre diſtinctes ces idées confuſes qui les inquietent, il n'eſt pas difficile, dis-je, de concevoir comment ces hommes prennent pour preſſentiment l'appréhenſion ou le deſir confus d'un événement poſſible. Ce ſont des enfans qui s'occupent d'un phantome, dont ils n'oſent s'approcher:

ils deſirent, ils eſperent, ils craignent ſans en ſavoir la véritable cauſe: éprouvent-ils après cela quelque choſe d'extraordinaire, ils ont deviné juſte, ils ont eu un preſſentiment de ce qui leur eſt arrivé, c'étoit une inſpiration; chimere dont il eſt difficile de faire revenir ceux qui ne ſe ſont pas familiariſés avec un certain raiſonnement, que je ſerois tenté d'appeller froid, c'eſt à dire avec cette maniere de raiſonner qui écarte les images que préſente l'imagination. Il eſt bien naturel que ceux qui s'occupent beaucoup de l'avenir ſe contentent de ſe repréſenter des événemens futurs, ſans ſonger aux cauſes qui peuvent les produire, & à la nature de ces cauſes, pour juger de la probabilité: ici l'imagination ne fait que peindre. Je comparerois volontiers ces hommes appliqués à deviner l'avenir, à des gens qui fixant les yeux ſur un ciel couvert de nuages y croient découvrir des figures de toute eſpece; elles n'y ſont que pour eux.

Ce ſeroit encore une erreur bien groſſiere que de croire avoir eu un preſſentiment toutes les fois qu'un événement qu'on a craint ou eſpéré vient à avoir lieu: un homme qui ne vit que dans les momens où il eſpere de vivre encore, ne doit pas croire qu'il ait eu quelque preſſentiment, ſi entre une foule de conjectures frivoles il a deviné juſte une fois.

Les extrêmes ſe reſſemblent quelquefois: je dirai de ceux qui écartent conſtamment l'avenir de leur eſprit ce que j'ai dit de ceux qui s'en occupent trop, s'il reſte dans leur ame une repréſentation confuſe d'un événement à venir, malgré les ſoins qu'ils ſe donnent pour l'écarter, qu'ils ne diſent pas que c'eſt un preſſentiment. Un jeune homme qui s'eſt aveuglé autant qu'il lui a été poſſible, auroit-il eu un preſſentiment des maux qui viennent l'accabler, ſi s'étant efforcé de s'étourdir ſur les ſuites funeſtes de ſes égaremens, il n'étoit jamais parvenu à étouffer entierement toute eſpece de crainte de l'avenir.

J'appelle *preſſentiment* la repréſentation d'un événement à venir, dont les cauſes, qui pourroient le produire, ſont ou obſcurément ou clairement apperçues, & qu'un ſentiment intérieur nous fait regarder comme

comme prochain: quelquefois la crainte, quelquefois l'eſpérance, quelquefois même l'indifférence accompagne ce ſentiment. Cet état ſe diſtingue de celui, où l'on prévoit un événement par une connoiſſance exacte du préſent, à peu près comme l'eſpérance frivole d'un joueur qui attend & eſpere un coup de dez heureux, ſe diſtingue de l'eſpérance bien fondée d'un habile joueur d'échecs qui conduit ſon adverſaire là où il le veut avoir. Aux échecs l'habile joueur peut ſe rendre raiſon de ce qui lui perſuade qu'il gagnera la partie: aux dez le joueur ne peut avoir aucune raiſon pour croire que le hazard aménera le coup qu'il attend.

Il n'eſt pas bien difficile de ſe faire une idée de la maniere dont notre ame peut preſſentir l'avenir. L'ame eſt une force repréſentative de l'univers rélativement à la place qu'elle y occupe: elle ſe repréſente une foule d'événemens poſſibles; ces poſſibles, pour être actuels ou le devenir, ont beſoin d'être déterminés de toute maniere, & les déterminations doivent avoir des cauſes qui les produiſent. L'ame ſe repréſente, il eſt vrai, bien des cauſes différentes, mais ces cauſes peuvent être ſuffiſantes ou inſuffiſantes.

Pour les diſtinguer nous n'avons qu'un certain calcul de probabilité, que nous faiſons quelquefois fort vite & même ſans nous en appercevoir. Ces cauſes clairement ou obſcurément apperçues font impreſſion ſur nous, elles déterminent le degré de foi que nous ajoutons à l'eſpece de prédiction que nous nous faiſons. Cette impreſſion ne nous doit point paroître étrange: ne nous arrive-t-il pas dans le ſommeil d'être frappé vivement, & de croire quelquefois même après le réveil que ce que nous avons vu en ſonge exiſte réellement?

Combien de repréſentations obſcures & confuſes qui agiſſent ſur nous! Mille obſtacles empêchent qu'elles ne deviennent claires & diſtinctes: des ſenſations trop vives, une méditation profonde, une idée dont l'eſprit eſt trop occupé, tant d'autres raiſons font évanouir des repréſentations très claires en les obſcurciſſant: des intervalles de tranquilité pourront peut-être les mettre dans un plus grand jour;

mais ſi ces intervalles ſont courts, ce ne ſera plus qu'un tableau qui paſſera rapidement, qu'on aura vû, qu'on ſe rappellera à peine, & qu'une nuit profonde nous dérobera de nouveau. Cependant ces repréſentations qui n'ont point été clairement apperçues, ou qui ne l'ont été qu'un inſtant, agiſſent ſur nous, ſouvent même avec une force étonnante: faut-il en alléguer des exemples? Parlez de ſpectres à des ames foibles, ou à un poltron qui doit coucher ſeul dans un endroit reculé; allez à la honte de l'eſprit humain entendre quelques ſermons de Capucin, & voïez ces eſprits frappés, étonnés, ſaiſis, préſenter le triſte ſpectacle des foibleſſes de l'eſprit humain. Quand le fort de l'impreſſion eſt paſſé, l'ame eſt comme un homme éveillé qui ne ſe rappelle un ſonge qu'imparfaitement: la tranquillité renait. Mais, ſi une ſemblable impreſſion a été accompagnée de l'idée d'un événement à venir, prochain ou éloigné, alors l'ame conſerve un ſentiment d'eſpérance ou de crainte, ſuivant que cet événement eſt à deſirer ou à craindre.

Lors donc qu'on a une repréſentation d'un événement auquel on s'attend plus ou moins, ſans qu'on puiſſe donner d'autres raiſons de cette attente que l'attente même, ou le ſentiment de crainte ou d'eſpérance qui l'accompagne, on a ce qu'on appelle preſſentiment. Là où l'ame ceſſe de prévoir en raiſonnant, là où l'eſprit ceſſe de voir avec une certitude morale, là commence le preſſentiment.

L'avenir n'eſt point entierement caché à l'homme dans le tems qu'il raiſonne, il ne l'eſt pas même à l'homme lorſqu'il ne raiſonne pas: celui qui raiſonne, voit quelquefois dans la liaiſon du paſſé avec le préſent ce qui ſera préſent à ſon tour: s'il le voïoit avec une certitude complette, il le verroit avec un degré de clarté ſupérieur, il connoitroit les différens chainons d'une partie de la chaine immenſe des futurs contingens, il ſeroit prophete, ſon ame exaltée s'approcheroit en quelque façon de l'eſprit divin; mais l'homme ne peut voir ainſi l'avenir. Réduit aux conjectures, faute de connoitre parfaitement le paſſé

& le

& le préſent, il n'a que cette prévoïance humaine ſi fort ſujette à nous égarer.

L'homme qui ne raiſonne pas, obſédé de repréſentations confuſes, n'a qu'un ſentiment confus d'un événement poſſible; & ſi ce ſentiment eſt l'effet d'idées qui repréſentent les vraies cauſes de cet événement, cet événement doit arriver néceſſairement.

Je comparerois aſſez volontiers le preſſentiment à ce qu'on appelle ſens moral, comme auſſi à ce que nous appellons tact dans les affaires de goût, adreſſe, ſavoir faire & talent par rapport à l'exécution; je m'explique. On juge le plus ordinairement de la moralité des actions par un ſentiment confus, plus vif ou plus fréquent dans les uns que dans les autres, ſuivant que les idées claires ſur la nature, l'importance & la néceſſité de nos devoirs, ont été plus ou moins préſentes à l'eſprit, & y ont fait plus ou moins d'impreſſion. Si ces idées ont été fréquemment retracées dans notre ame, l'impreſſion n'a pu s'en effacer, elle renait à chaque occaſion: c'eſt une voix baſſe, mais ſi connue, qu'on la diſtingue ſans peine: c'eſt le regard d'un ami qui d'un coup d'oeil nous découvre ſa penſée. Ce ſens moral eſt foible dans les hommes qui ont peu penſé à leurs devoirs; les motifs qui doivent nous porter à les obſerver ont été rarement apperçus, ou ne l'ont été qu'avec des correctifs qui ont anéanti une partie de leur force: il eſt foible dans les hommes qui n'ont pas trouvé dans la vertu cette beauté & cette grandeur que l'honnête homme y voit toujours, ni dans le vice cette laideur & cette baſſeſſe qui révoltent une belle ame; il n'y a point eu d'impreſſion favorable aux bonnes actions, ou il n'y en a eu que de foibles. C'eſt ainſi qu'il en eſt à peu près de ceux qui ont des preſſentimens; accoutumés à s'occuper des événemens à venir, ayant obſervé peut-être que certaines cauſes avoient ſouvent certains effets, portés peut être à croire que ce qu'ils deſirent ou craignent beaucoup arrivera ſûrement, jugeant peut-être toujours de ce

que

que les autres hommes feront par ce qu'ils auroient fait eux-mêmes, il leur eſt naturel de choiſir parmi les événemens poſſibles, & ce choix eſt bientôt accompagné de la perſuaſion qu'ils ont deviné juſte.

J'ai dit que l'on pouvoit de même comparer le preſſentiment à ce qu'on appelle ſavoir faire, adreſſe. En effet un habile ouvrier agit & travaille quelquefois ſans être en état ni de s'expliquer à lui-même ni d'expliquer à d'autres ce qu'il faut faire, pour atteindre à cette perfection où il parvient dans les ouvrages qui ſortent de ſes mains: ce ſont des repréſentations tantôt confuſes tantôt obſcures qui le guident: c'eſt le coup d'oeil, le trait du pinceau ou du burin, thréſor de l'habitude, qui a donné le *fini* à ces chefs-d'oeuvre que nous admirons.

Mais dans ces chefs-d'oeuvre celui qui les admire comment apperçoit-il ſouvent les perfections & les beautés qui s'y trouvent? Je ne parle pas de ces beautés que la connoiſſance de l'art nous met en état d'analiſer, & qu'il faut même poſſéder pour les voir, mais de celles dont on a de la peine à ſe rendre compte: c'eſt ce qu'on appelle *tact*, c'eſt ce goût qui dirige l'écrivain dans le choix de ſes expreſſions, qui fait diſcerner ſur le champ le grand du bourſouflé, le ſimple & le naturel du bas.

Enfin, & c'eſt encore une comparaiſon que je ne veux qu'indiquer, le jugement que l'on porte ſur les motifs de certaines actions n'eſt ſouvent fondé que ſur des idées confuſes: des juges habiles, des hommes qui connoiſſent le monde devinent la vérité au lieu de la découvrir: c'eſt un regard perçant, talent des grands politiques, qui dévoile les miſteres, & ce regard eſt l'affaire d'un moment.

Pénétrer l'avenir avec un retour ſur ſoi-même c'eſt donc *preſſentir*. Mais que dirons-nous de cette eſpece de preſſentiment, où on

on ne s'attend à aucun mal comme à aucun bien, mais où l'on ſe trouve dans un état non ordinaire de crainte ou d'eſpérance, dont on ne ſauroit ſe rendre raiſon. Il y a peut-être peu de perſonnes à qui il n'arrive de ſe trouver dans une pareille ſituation: il n'y a ſouvent rien qu'on ſache devoir appréhender ou eſpérer, & cependant une crainte ſecrete trouble notre repos, une joie inattendue s'éleve dans notre ame. Voici comment je m'explique ce phénomene.

Il y a des hommes qui ſont nés avec un ſi grand degré de ſenſibilité, que la moindre choſe les affecte: ils reſſemblent à une corde tendue, qui réſonne ſans être touchée. Ces hommes ſont des eſprits douillets, qu'on me paſſe l'expreſſion, à qui il eſt ſi naturel d'être affectés, que même les repréſentations obſcures les agitent: pour ces hommes vivre & penſer ce n'eſt que craindre & eſpérer.

Une cauſe plus fréquente & plus connue de cette eſpece de preſſentiment ſe trouve dans le corps. Lorſqu'on a joui aſſez longtems d'une bonne ſanté & d'un uſage libre des organes, quelques obſtructions dans les vaiſſeaux, ou une foibleſſe dans les reſſorts du mouvement, rallentiſſant l'action ou la rendant plus pénible, ſont très-capables d'inſpirer une eſpece de crainte: ce mal-aiſe devient inſupportable par la comparaiſon qu'on fait de l'état préſent à l'état paſſé; cette ſituation, nouvelle pour nous, nous inquiete & nous ne nous donnons pas la peine de chercher la raiſon de notre inquiétude. C'eſt ainſi que ces corps ſenſibles, qui ſouffrent à l'approche de l'orage, & ſemblent revivre au milieu de la tempête, pourroient prendre pour preſſentiment cet état d'inquiétude, s'ils ne l'éprouvoient pas ſi ſouvent, & que la cauſe ne leur en fût pas connue. Le contraire arrive à ces hommes foibles, malingres, ou à qui de longues maladies ont appris à ſouffrir; s'ils recouvrent la ſanté, ſi à cet état de douleur ſuccede un état de reconvaleſ-

cence, ils éprouvent ce qu'ils avoient presque oublié; ce ſentiment de joie & de contentement eſt le premier pas qu'ils font vers des eſpérances flateuſes; les événemens poſſibles qui ſe préſentent à leur eſprit ne peuvent gueres paroître vraiſemblables s'ils ne ſont agréables, & la joie qui eſt dans leur cœur eſt très-propre à faire naître en eux des preſſentimens qui leur font plaiſir. C'eſt ſurtout dans le paſſage rapide du mal au bien, de la maladie à la ſanté, que cet état de l'homme qui attend du bien ou du mal, ſans trop ſavoir pourquoi, devient bien naturel.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

TROISIEME MÉMOIRE
SUR TARSCIS,
POUR
FAIRE VOIR LA CONFORMITÉ OU LE RAPPORT DES COUTUMES DES NEGRES DE LA GUINÉE À CELLES DES JUIFS. (*)

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

J'ai lû à l'Académie deux Diſſertations, l'une ſur l'ancienne Isle de *Tarſcis*, que j'ai dit être l'Isle de *Taſſe*, ſituée au haut de la Mer Egée ou de l'Archipel, du côté de la Thrace; & l'autre ſur les fameuſes Navigations de la Flotte de *Tarſcis*, par le moyen deſquelles Salomon Roi des Juifs recevoit une fois en trois ans de l'Or, de l'Argent, de l'Yvoire, des Singes & des Paons, ou ſelon quelques Interpretes des Perroquets; & je croi avoir démontré avec toute la probabilité & l'évidence dont une pareille matiere eſt ſuſceptible, que ces Navigations ſe bornoient aux Côtes d'Afrique dont la Flotte faiſoit le tour, comme celles de la Flotte d'Hiram qui partoit d'Herziongueber ſur la Mer Rouge pour Ophir, ſe bornoient à la Cher-

(*) Lû à l'Académie le 16 Octobre 1766.

ſonneſe d'or des Anciens, qui étoit la Presqu'Isle de l'Inde au-delà du Golfe de Bengale.

J'entreprends de répandre aujourd'hui de nouvelles lumieres ſur ces mêmes Navigations de Tarſcis, en cherchant parmi les Negres des Côtes d'Afrique les traces de Judaïſme que peuvent y avoir laiſſées les Juifs qui y avoient des Comptoirs, non ſeulement du tems de Salomon, mais auſſi avant lui dès le tems de David & peut-être encore plus anciennement. Car rien de plus naturel, que des Juifs habitant parmi des Negres, leur euſſent communiqué une partie de leur Religion, de leurs Loix, de leurs Uſages & de leurs Coutumes. Et par la raiſon que ces Negres ſont un Peuple aborigene qui ne s'eſt point tranſplanté hors de ſa premiere demeure, comme ont fait la plûpart des Peuples de l'Aſie & de l'Europe, ces anciennes notions de Judaïſme peuvent bien à la vérité depuis ſi longtems avoir été altérées & corrompues par un mélange d'Idolatrie, mais il peut auſſi s'en être conſervé des traces qui ſe ſeront tranſmiſes de pere en fils, ſans que ces Peuples ſtupides & ignorans ſachent pourquoi, ni d'où elles leur ſont venues.

La Relation que je ſuivrai, eſt celle du Voyage du Chevalier de Marchais en Guinée fait en 1725, 1726 & 1727, & qu'a donnée au public le Pere Labat. Je ne connois point de Relations où l'on ſoit entré dans un détail plus circonſtancié de la Religion, des Mœurs & des Coutumes des Peuples de la Guinée: & l'Edition dont je me ſers eſt celle d'Amſterdam, 1731. in 12.

Il faut avant tout que je prévienne une difficulté qu'on me pourroit faire, en ſuppoſant que les traces de Judaïſme qui ſe rencontrent peut-être ſur les Côtes d'Afrique, y auroient été apportées par des Juifs modernes ou par des Mahométans. Mon Auteur me fournit lui-même la réponſe à cette objection, ou plutôt c'eſt lui qui va la faire pour moi.

Tom. I. p. 102. 1°. Dans la Deſcription du Cap Meſurado, il dit: „Le terme „de Marabou, qui eſt le nom qu'on donne aux Docteurs Mahométans „(ainſi

„(ainſi qu'au Grand-Prêtre de ce Royaume) ſembleroit marquer que „le Mahométiſme a eu quelque entrée dans le pays. Cette conjecture „eſt pourtant très-fauſſe. Jamais cette fauſſe Loi n'y a été préchée ... „Il faut que quelques Européens ayent appellé Maraboux ceux qu'ils „voyoient faire l'office de Prêtres chez ces Peuples, & que ceux-„ci ſe ſoient parés de ce nom, qu'ils ont cru plus honorable que celui „qu'ils portoient auparavant."

2°. Dans le chapitre des Mœurs & des Coutumes des Peuples de la Côte d'Or, il dit: „Le Chriſtianiſme n'a pas fait de grands pro-„grès dans ce pays, la pluralité des femmes y ſera toujours un obſta-„cle invincible. Le Judaïſme ni le Mahométiſme n'y ont pas encore „pénétré." Tom. I. p. 296.

Le P. Labat le répete encore en termes équivalens dans pluſieurs autres endroits, que je me diſpenſe de tranſcrire ici, parce que ces paſſages trouveront leur place dans la ſuite, parmi ceux que j'en vais extraire pour faire voir la conformité ou le rapport des Coutumes des Negres avec celles des Juifs.

§. I. *Les Negres de Serrelionne répetent très-ſouvent dans leurs prieres & au commencement de toutes leurs actions, les noms d'Abraham, d'Iſaac & de Jacob. On n'a pû juſqu'à préſent ſavoir d'où leur eſt venue la connoiſſance des noms vénérables de ces anciens Patriarches. On pourroit ſoupçonner que quelque Juif a voulu introduire le Judaïſme chez eux; c'eſt une conjecture qui n'eſt pas mal fondée. La pluralité des femmes n'auroit pas été un obſtacle pour les empêcher d'embraſſer cette Religion, puiſque la loi tolere la poligamie. On ſait d'ailleurs que la Circonſion eſt pratiquée chez tous les peuples de la Côte de Guinée depuis Serrelionne juſqu'à Benin.* Ce premier paſſage eſt ſi favorable à mon opinion, & ſi clair qu'il n'a pas beſoin d'explication. Tom. I. p. 57.

§. II. *Abrambou eſt un Royaume qu'on prétend être dépendant de celui d'Axim ſur la Côte d'Or.* Le nom de ce Royaume confirme Tom. I. p. 276.

ce

ce qui a déja été dit, que les Negres ont eu connoiſſance du nom d'Abraham.

Tom. I. p. 280. §. III. *La barbe ne vient que tard aux Negres; ils n'ont pas ſur cela un uſage univerſel, car les uns, comme ſont ceux qui demeurent ſur la Côte, ſe font honneur d'avoir une barbe longue. Il faut qu'ils ſoient bien vieux avant qu'elle ſoit blanche. Une barbe blanche & longue comme celle d'un Provincial Capucin, ſeroit un ornement qui feroit reſpecter un Negre plus qu'on ne peut dire. A l'égard de leurs cheveux (ou plutôt de la laine cotonnée qui couvre leur tête), les uns les laiſſent croître, les autres les raſent aſſez ſouvent; leurs uſages là-deſſus ſont différens.* Comme les Juifs Facteurs de Salomon n'avoient leurs comptoirs que ſur la Côte, auſſi voit-on dans ce paſſage qu'il n'y a que les Negres de la Côte qui ſe faſſent honneur d'avoir une longue barbe; & l'on ſait combien cet ornement étoit précieux aux anciens Juifs, ſuivant ces paroles du Lévitique XIX. 27. *Vous ne couperez point vos cheveux en rond, & vous ne raſerez point votre barbe:* & ſuivant ce qui eſt dit au ſecond Liv. de Samuel X. 4 & 5. *Hanon fit donc prendre les ſerviteurs de David & leur fit raſer la moitié de la barbe . . . Ce qu'ils firent ſavoir à David, & il envoya au devant d'eux: car ces hommes-là étoient dans une grande confuſion: & le Roi leur donna cet ordre: demeurez à Jérico juſqu'à ce que votre barbe ſoit crue, & alors vous reviendrez.* Quant aux cheveux, les anciens Juifs, de même que les Negres d'aujourd'hui, ou les laiſſoient croître, ou les coupoient au beſoin, comme on le voit dans l'exemple d'Abſalon (*II Samuel* XIV. 26.) & dans ce que dit St. Paul (*I Corinth.* XI. 14 & 15.). *La nature même ne vous enſeigne-t-elle pas que ſi l'homme nourrit ſa chevelure, ce lui eſt du déshonneur? Mais ſi la femme nourrit ſa chevelure, ce lui eſt de la gloire, parce que la chevelure lui eſt donnée pour couverture.*

Tom. I. p. 280. §. IV. *Les Negres ſont extrêmement propres & ſe lavent tout le corps pluſieurs fois le jour, quand ils en ont la commodité. C'eſt pour cela qu'ils bâtiſſent leurs maiſons & leurs villages ſur les bords de la mer ou des rivieres.* Ils doivent avoir tiré des Juifs l'uſage de

de ces ablutions comme les Mahométans l'ont auſſi de la même ſource.

§. V. *Ils ne lâchent jamais en préſence les uns des autres des vents par la bouche & autre part, & quand ils ſe trouvent en compagnie de quelques Blancs à qui cela arrive, ils ſe retirent en donnant toutes ſortes de marques d'horreur d'une telle incivilité.* D'où peut leur être venu ce ſentiment d'horreur ſi peu naturel à un Peuple groſſier, ſinon de ce que c'étoit une ſuite de l'extrême pureté qui étoit recommandée aux Juifs par leur Loi tant écrite qu'orale? Tom. I. p. 281.

§. VI. *Quoique les Negres puiſſent avoir autant de femmes qu'ils en peuvent acheter & nourrir, il eſt certain que la premiere eſt la maîtreſſe, ſurtout quand elle a un enfant mâle. Il y a même des pays où le mari ne peut pas prendre d'autres femmes ſans le conſentement de la premiere; encore ne paſſent-elles que pour des concubines, qui reſtent aſſez maîtreſſes d'elles-mêmes, & dont le mari ſe met peu en peine. Les prérogatives de la premiere ſont, d'avoir les clefs & la diſpoſition de tout ce qu'il y a dans la maiſon, de diſtribuer aux autres & aux eſclaves le travail, & de leur en faire rendre compte.* Les Juifs ſectateurs de Salomon trouvoient dans leur Hiſtoire des exemples de tout cela: la pluralité des femmes de David & de Salomon; le conſentement de Sara donné à Abraham pour mettre Agar dans ſon lit; la ſupériorité que Sara conſerve enſuite ſur Agar qu'elle fait chaſſer, &c. Tom. I. p. 286.

§. VII. *Les Marchés & les Foires ne ſe tiennent jamais les jours qui leur tiennent lieu de Dimanche, qui eſt notre Mardi. Ces jours-là perſonne ne travaille; les payſans n'apportent rien au marché: tout commerce eſt interdit, à moins qu'il ne ſe faſſe à bord des vaiſſeaux qui ſont en rade.* Voilà donc un jour de Sabbath établi toutes les ſemaines chez ces Negres, & ſans doute depuis bien des ſiécles: car s'ils l'euſſent pris de quelque Peuple moderne, ils l'auroient fixé ou au Dimanche avec les Chrétiens, ou au Vendredi avec les Mahométans, ou même au Samedi avec les Juifs: mais l'ayant pris de ceux-ci dès le tems de Salomon, ils ont pu dans la ſuite changer le jour ou à deſſein ou par ignorance. Tom. I. p. 295.

Tom. I. p. 295. §. VIII. *Le Chriſtianiſme n'a pas fait de grands progrès dans ce pays* (la Côte d'or), *la pluralité des femmes y ſera toujours un obſtacle invincible. Le Judaïſme ni le Mahométiſme n'y ont pas encore pénétré. Une idolatrie mêlée d'une infinité de ſuperſtitions que l'avarice des Marabous (qui ſont leurs Prêtres) entretient, eſt la religion dominante du pays. Il eſt difficile de donner une idée un peu diſtincte de leur culte. Ils ſavent en gros qu'il y a un Dieu Créateur du Ciel & de la Terre, qui eſt bon & qui comble de biens ceux qui le connoiſſent & qui l'adorent, ils l'appellent le Dieu des Blancs. Ils croyent que les ames ne meurent pas; mais leurs ſentimens ſur la nature des ames ſont des plus groſſiers, puiſqu'ils ſuppoſent que les ames ont faim & ſoif, & qu'elles ſouffrent encore les beſoins de cette vie; du reſte leur ignorance fait pitié.* Le P. Labat, convaincu que le Judaïſme ni le Mahométiſme n'avoit pas encore pénétré chez ces Negres, laiſſe ignorer d'où pouvoit leur être venue cette connoiſſance d'un Dieu Créateur & le reſte: mais, ſi l'on veut ſuppoſer avec moi que les Juifs Facteurs de Salomon avoient des comptoirs ſur cette Côte, on reconnoîtra aiſément que ce ſont les Juifs qui ont communiqué cette connoiſſance aux Negres, puiſque la premiere idée que l'Hiſtoire des Juifs donne de Dieu, eſt celle d'un Dieu Créateur du Ciel & de la Terre. Cette Hiſtoire n'eſt auſſi proprement qu'un Tableau des biens dont Dieu promet de combler ſon Peuple, s'il accomplit fidelement ſes Loix. Et quant à l'idée que ces Negres ont des ames, en quoi eſt-elle différente de celle qu'en ont eu de tout tems les Juifs? „puiſque (ſuivant Buxtorf dans ſa *Synagogue* ch. 49. & Mr. „Basnage dans ſon *Hiſtoire des Juifs*, Tome III. p. 418.) leurs Rab„bins enſeignent que ſi le Vendredi au ſoir on entonne muſicalement „une certaine priere, toutes les ames ſortent du Purgatoire pour aller „chercher de l'eau, où elles ſe rafraîchiſſent pendant quelque tems: „que par cette raiſon les Rabbins défendent ſévérement d'épuiſer tou„te l'eau qui eſt dans un puits, ou dans les creux de la terre, de peur „que quelque ame ne ſoit privée de ce ſoulagement, après lequel el„le a ſoupiré pendant toute la ſemaine." Il eſt donc viſible que c'eſt des Juifs, non de ces derniers tems, puiſqu'il n'y en a point d'établis

à la

à la Côte, comme le P. Labat en convient, mais du tems de Salomon, que les Negres ont pu recevoir cette notion des ames, ainſi que celle d'un Dieu Créateur du Ciel & de la Terre.

§. IX. *La plupart des Negres ne laiſſent pas aller leurs femmes aux villages voiſins, qu'ils ne leur faſſent jurer ſur leurs Fétiches (qui ſont leurs Idoles domeſtiques) qu'elles leur ſeront fideles; & pour les y engager encore plus étroitement, ils leur font boire une calebaſſe de vin de palme dans laquelle on a trempé les herbes qui ſervent à la compoſition des Fétiches; ils font la même choſe au retour. Si cette imprécation étoit de bon alloy, on enterreroit bien des femmes; elles vivent cependant & n'en ſont pas plus fideles à leurs maris.* Je n'irai point chercher l'origine des Fétiches des Negres dans les Téraphim ou Dieux Lares que Rachel déroba à ſon pere Laban, parce que je ſuis perſuadé que les Juifs n'en avoient point du tems de Salomon: mais pour ce breuvage de probation, il me paroît qu'il a quelque rapport à ces eaux très-ameres, à ce breuvage de jalouſie, compoſé de l'eau ſainte jointe à un peu de terre du pavé du Tabernacle, & le tout chargé de malédictions, qu'on faiſoit avaler aux femmes Juives ſoupçonnées d'adultere, comme il eſt dit au Livre des Nombres ch. V. A propos des Fétiches dont j'ai parlé, ce que dit le P. Labat de celle du Roi d'Acare mérite d'être remarqué. Elle eſt devant ſa porte, & conſiſte en un morceau d'or, tiré de la montagne de Tafou. Il eſt maſſif, pur & plus gros qu'un muid. Il ſert de grande Fétiche à tout le pays. Tout ce qui a été dit ci-deſſus ne regarde que la Côte d'or.

Tom. I. p. 305.

Tom. I. p. 333.

§. X. *Les Hollandois appellent Fida, le Royaume que nous appellons JUDA ou JUIDA. Il eſt difficile de décider qui a plus de raiſon des deux. Il eſt certain que cet Etat faiſoit partie du Royaume d'Ardres, dont il releve encore à préſent . . . Le Royaume de Fida ou de JUDA commence à cinq ou ſix lieues du Village de Popo . . . Il n'a que 14 à 15 lieues d'étendue le long du bord de la mer; il eſt par les ſix degrés vingt minutes de latitude ſeptentrionale . . . Sa largeur ou ſon étendue dans les terres n'eſt que de 8 à 9 lieues.* Je ne m'arrête

Tom. II. p. 9. & 10.

qu'au nom de ce Royaume, qui eſt *Juda* ou *Juida*, & par corruption *Sida* ou plutôt *Vida*. Ce nom ne peut lui avoir été donné que par des Juifs, & non par des Juifs modernes qui n'y ont point encore pénétré, ſuivant le P. Labat: ce ne peut être donc que par des Juifs très-anciens, c'eſt à dire par les Facteurs de Salomon, qui lui auront donné ce nom pour marquer qu'ils y avoient leur principal comptoir.

Tom. II. p. 10. §. XI. *Il n'y a que deux rivieres aſſez conſidérables dans tout cet Etat, pour mériter ce nom... Elles viennent toutes deux du Royaume d'Ardres, ſoit qu'elles y ayent leurs ſources, ſoit qu'elles n'y faſſent que paſſer. Celle qui eſt la plus voiſine du bord de la mer, dont elle n'eſt qu'à une demi-lieue ou environ, ſe nomme la riviere de JACQUIN, parce qu'elle paſſe par la ville de ce nom qui eſt dans le Royaume d'Ardres, & le lieu du plus grand commerce de cet Etat. L'eau en eſt jaunâtre; elle ne peut porter que des canots, parce qu'il y a pluſieurs endroits où elle eſt guéable, n'ayant qu'environ trois pieds d'eau & ſouvent moins.* Le nom de *Jacquin* qu'on vient de lire ici, eſt le même que celui de *Jakin* ou *Jachin*, l'une des deux colonnes d'airain, haute de 18 coudées, que Salomon plaça au veſtibule du Temple à main droite. (*I des Rois ch. VII. v.* 15. & 21.) Se peut-il une rencontre plus heureuſe? Car enfin les Facteurs de Salomon, après avoir déſigné leur principal Comptoir par le nom Juda ou Juida, n'avoient-ils pas raiſon de donner celui d'une colonne de cuivre à une petite riviere dont l'eau eſt jaunâtre, & qui eſt droite en cours? Il ne manquoit pour completter l'allégorie, que de donner à la ſeconde Riviere le nom de *Boaz*, qui étoit celui de l'autre colomne d'airain: mais peut-être la même raiſon ne militoit pas à ſon égard. Voyons donc quel nom ils lui donnerent.

Tom. II. p. 11. §. XII. *On a donné le nom d'EUFRATE à la ſeconde; elle paſſe par la ville d'Ardres, & elle eſt éloignée d'environ une demi-lieuë de la Ville capitale du Royaume de Juda . . . Cette riviere eſt plus conſidérable que la prémiere, elle a beaucoup plus de profondeur, ſon eau eſt excellente, elle porteroit d'aſſez gros Bâtimens ſi elle n'avoit des hauts-fonds, qui la rendent guéable en quelques endroits.* Rien de plus naturel

rel pour des Juifs Facteurs de Salomon, que de donner à la plus grande Riviere qu'ils euſſent dans le voiſinage de leur principal Comptoir, le nom du plus grand Fleuve qu'ils connoiſſoient, d'autant plus que leur tranſplantation en Afrique reſſembloit aſſez à leur premiere ſervitude dans la Méſopotamie que le véritable *Euphrate* arroſe.

§. XIII. *Le Royaume de Juda eſt héréditaire; l'aîné ſuccede à ſon pere, à moins que les Grands n'ayent de très-fortes raiſons pour priver l'aîné de la Couronne & la mettre ſur la tête d'un de ſes freres.* Tom. II. p. 41. Cet article n'eſt remarquable qu'en ce que, dans le Sénégal & les autres Royaumes de l'Afrique Occidentale, comme l'obſerve au même endroit le P. Labat, le Trône eſt à la vérité toujours occupé par un Prince du ſang Royal; mais pour être aſſuré qu'il en eſt, du moins du côté de ſa mere, les enfans des Rois en ſont exclus, & on y éleve les enfans de ſa ſœur, à moins que le Roi n'ait eu pour femme la Princeſſe dont les enfans auroient été Rois, quand même elle n'auroit pas été femme du Roi. Or cette Loi étant reçue dans toute la Guinée juſqu'à la Riviere de Volta qui ſert de frontiere au Royaume de *Juda*, on ne peut regarder l'exception qui s'en trouve dans ce Royaume que comme un uſage ancien qui y a été apporté par des Etrangers; & ces Etrangers ne peuvent-ils pas avoir été les Juifs Facteurs de Salomon, puiſque cet uſage avoit lieu dans leur Gouvernement?

§. XIV. *C'eſt donc le fils aîné du Roi qui eſt héritier préſomptif de la Couronne, mais il faut que ce ſoit celui qui eſt né depuis que le Roi eſt couronné; car ceux qu'il a eûs avant d'être monté ſur le Trône, n'ont rien à y prétendre. On les regarde comme de ſimples particuliers, à qui leur pere, devenu Roi, peut faire du bien & donner des emplois, mais qui ſont regardés comme exclus par les loix de pouvoir prétendre à la Couronne.* Tom. II. p. 42. Cette Loi eſt trop recherchée pour avoir été imaginée par un Peuple auſſi groſſier que les Negres. Elle venoit d'ailleurs, & ſans doute de ces mêmes Juifs Facteurs de Salomon qui l'avoient vu introduire par David même. David avoit eu ſix fils d'autant de femmes avant que d'être Roi (*II Samuel ch. III. v.* 2--5.). Il lui en étoit mort

cinq, mais il lui en reſtoit le quatrieme nommé Adonias, lorſqu'il voulut pourvoir à ſa ſucceſſion. Adonias prétendant que la Couronne lui devoit revenir, comme à l'aîné des enfans de ſon Pere vivans alors, fit un parti à la tête duquel étoient le Grand-Prêtre Abiathar, Joab & quelques autres perſonnes conſidérables. Cependant David, ſans égard pour ſon droit d'aîneſſe, lui préféra Salomon, né d'une ſeptieme femme, mais né à Jéruſalem lorſqu'il étoit Roi (*II Samuel V.* 12). Il eſt donc évident que les Rois Negres de Juda ne font que ſuivre un uſage qui avoit lieu chez les Rois des Juifs au tems où les Facteurs de Salomon vinrent établir leurs Comptoirs ſur cette Côte d'Afrique.

Tom. II. P. 50.

§. XV. *Au ſacrifice pour le Couronnement, les animaux qui ſervent de victimes, ſont égorgés dans le Palais, & enſuite portés en cérémonie au milieu de la Place publique, & poſés proprement ſur des nattes. On met à côté des victimes neuf petits pains de mil bien frotés d'huile de palme.* Si je ne me trompe, ce ſacrifice reſſemble fort à ceux des anciens Juifs car outre les victimes qu'on y égorgeoit, le plus ſouvent il y entroit des oblations de gâteaux, & toujours ces gâteaux étoient imbibés ou arroſés d'huile. Voyez ce qui eſt dit au Lévitique ch. II. v. 1 & ſuivans: „Lorſqu'un homme préſentera à l'Eternel une „oblation en ſacrifice, ſon offrande ſera de pure farine, ſur laquelle il ré„pandra de l'huile, & il mettra de l'encens deſſus." (Il ne croit point d'encens en Afrique.) „Il la portera aux Prêtres enfans d'Aaron: & „l'un deux prendra une poignée de la farine, & de l'huile, &c. . . . „Mais, lorſque vous offrirez un ſacrifice de farine cuite au four, ſavoir „des pains ſans levain, dont la farine aura été mêlée d'huile, & de „petits gâteaux ſans levain arroſés d'huile par deſſus, ſi votre oblation „ſe fait d'une choſe frite dans la poële, ſavoir de fleur de farine dé„trempée dans l'huile & ſans levain, vous la couperez par petits „morceaux, & vous répandrez de l'huile par deſſus. Que ſi le ſacri„fice ſe fait d'une choſe cuite ſur le gril, vous mêlerez auſſi la fleur de „farine avec l'huile . . . Que ſi vous préſentez à l'Eternel une obla„tion des prémices de vos grains, des épis qui ſont encore verds, vous

„les

„les ferez rôtir au feu, vous les briſerez ainſi que le bled mûr, & vous „offrirez ainſi les prémices à l'Eternel, répandant l'huile deſſus, &c.“ Et au chap. VII. v. 12. „Si c'eſt une oblation pour l'action de graces, on „offrira des pains ſans levain mêlés d'huile, des gâteaux ſans levain ar„roſés d'huile par deſſus, de la plus pure farine qu'on aura fait cuire „& des petits tourteaux mêlés & arroſés d'huile. Or c'étoit préciſément le cas du ſacrifice dont parle le P. Labat. Il eſt donc viſible que c'eſt des Juifs que les Negres de Juda ont appris à arroſer d'huile les pains qu'ils offrent en ſacrifice, & ces Juifs étoient vraiſemblablement les Facteurs de Salomon, au tems deſquels ces ſortes de ſacrifices avoient lieu parmi eux.

§. XVI. *Si un homme eſt ſurpris avec une femme du Roi (de Juda) il en coûte la vie à tous les deux, rien ne peut les en délivrer . . . Lorſque la femme d'un Grand eſt ſurpriſe en adultere, il eſt permis au mari outragé de la faire mourir . . . Mais, comme il n'a point de pouvoir ſur l'homme qui l'a déshonoré, à moins qu'il ne l'ait pris en flagrant délit, auquel cas il peut le tuer avec ſa femme ſans autre forme de procès, il faut, quand il ne l'a pu prendre, qu'il demande juſtice au Roi, qui ne manque jamais de condamner le coupable à la mort.* Ce crime eſt donc puni en ce pays-là, comme il l'étoit chez les Juifs, ſuivant ce paſſage du Lévitique XX. 10. „Si quelqu'un abuſe de la femme d'un autre & „commet adultere avec elle, que l'homme & la femme meurent tous „deux.“ La même Loi eſt répétée au Deutéronome XXII. 22. Tom. II. p. 65. p. 68.

§. XVII. *Cette Loi dure & raiſonnable n'eſt que pour les femmes mariées. Les filles n'y ſont point ſujettes; on ne court aucun riſque quand on eſt ſurpris avec une fille; ſon pere, ſa mere, ſa famille entiere n'ont rien à lui dire, parce qu'elle eſt maîtreſſe de ſon cœur & de ſon corps.* Cet uſage ne differe en rien de celui des Juifs; car il n'y avoit chez eux aucune Loi contre les filles qui ſe proſtituoient volontairement, mais ſeulement pour les vierges fiancées & non fiancées, & contre ceux qui les ſubornoient ou leur faiſoient violence. Tom. II. p. 70.

§. XVIII.

Tom. II. P. 74

§. XVIII. *La coutume du pays étant de renverſer de fond en comble le Palais où le Roi eſt décédé, on employe les trois mois qui ont ſuivi ſa mort à en bâtir un autre où le nouveau Roi doit faire ſa réſidence, & on y tranſporte toutes les femmes du Roi défunt; le nouveau Roi en hérite, elles deviennent les ſiennes. Il n'y a que la mere du défunt, & celle du Roi régnant qui ſoient exemptes de cette Loi.* La Loi des Juifs au Lévitique chap. XVIII. & XX. leur défendoit de découvrir 1°. la nudité de leur mere, 2°. celle de la femme de leur pere, & 3°. celle de leur ſœur, fille de leur pere, ou de leur mere, ou fille de la femme de leur pere. Au premier cas, l'on voit auſſi que le Roi Negre de Juda ſe conforme à cette Loi. Au ſecond cas, il paroît qu'il n'y contrevient pas non plus; car comme la femme du pere, ou la ſeule réputée telle, eſt la mere du nouveau Roi, toutes les autres femmes du Roi défunt ne ſont que des concubines auſquelles ne s'étend point la défenſe de la Loi des Juifs. De là vient qu'on lit au ſecond Livre de Samuel ch. XVI. v. 21. qu'Abſalon abuſant publiquement des Concubines de David ſon pere ſe rendit odieux à lui, mais n'encourut pas la peine de mort que la Loi avoit prononcée contre celui qui auroit découvert la nudité de la femme de ſon pere. C'eſt auſſi pour cette raiſon que les femmes de Saül, c'eſt à dire ſes Concubines, avoient pu paſſer ſans crime à David, quoiqu'il fût ſon gendre; comme le Prophete Nathan le lui rappelle de la part de Dieu dans ce paſſage du ſecond Livre de Samuel ch. XII. v. 7. 8. 11. „Voici ce que dit l'Eternel „le Dieu d'Iſraël: je t'ai ſacré pour être Roi ſur Iſraël, & je t'ai délivré „de la main de Saül: même je t'ai donné la maiſon de ton Seigneur, „& j'ai mis les femmes de ton Seigneur en ton ſein.“ Enfin, c'eſt encore pour cette raiſon qu'Adonias frere de Salomon ne contrevenoit point à la Loi, en lui faiſant demander pour femme la Sunamite de David, qu'il croyoit devoir lui revenir comme aîné, mais que Salomon lui refuſa, diſant à Bethſabée ſa mere qui lui en faiſoit la propoſition, ces paroles remarquables, qu'on lit au I. des Rois ch. II. v. 22. & ſuivans: „*Pourquoi demandez-vous Abiſag de Sunam pour Adonias? „Demandez donc auſſi pour lui le Royaume, car il eſt mon frere aîné, & „il*

„*il a déja pour lui le Grand-Prêtre Abiathar & Joab fils de Tſeruia.* „Salomon jura donc par le Seigneur, & dit: *Que Dieu me traite dans* „*dans toute ſa ſévérité, s'il n'eſt vrai qu'Adonias par cette demande a* „*parlé contre ſa propre vie. Et maintenant je jure par le Seigneur qui* „*m'a aſſuré la Couronne, qui m'a fait aſſeoir ſur le Trône de David mon* „*pere, & qui a établi ma maiſon comme il l'avoit dit, que certainement* „*Adonias ſera mis à mort aujourd'hui.* Et le Roi Salomon ayant en- „voyé Benaja fils de Jehojada pour exécuter cet ordre, il perça Ado- „nias & le tua.“ On voit donc par là que même chez les Juifs la poſſeſſion des femmes d'un Roi défunt, loin d'être un péché contre la Loi, devenoit un acte de priſe de poſſeſſion du Royaume; & comme c'eſt préciſément ce même uſage qui a lieu chez les Rois Negres de Juda, il y a toute apparence qu'ils l'ont tiré des Juifs, c'eſt à dire, de ces anciens Juifs Facteurs de Salomon, & que c'eſt auſſi à ſon exemple que ces Rois Negres ont pu introduire cette pluralité de femmes, de quoi je ne vois pas que ni lui ni ſon pere David ayent été repris, mais ſeulement de l'idolatrie dans laquelle ces femmes étrangeres pour la plupart l'entraînerent. Je pourrois ajouter, en troiſieme lieu, que quoiqu'il fût défendu par la Loi Judaïque de découvrir la nudité de ſa ſœur, fille de ſon pere ou de ſa mere, ou fille de la femme de ſon pere, on lit cependant au ſecond Livre de Samuel ch. XIII. v. 13. qu'un frere & une ſœur, du même pere mais non de la même mere, pouvoient ſe marier enſemble: *Demande-moi plutôt*, dit Thamar à Amnon, *demande-moi au Roi mon pere en mariage, il ne te refuſera pas de me donner à toi.* Mais il ſeroit inutile d'inſiſter ſur cet article, puiſqu'il ne paroît point que les Rois Negres de Juda ſoient dans l'uſage d'épouſer leurs ſœurs.

§. XIX. *La couleur rouge eſt tellement affectée au Roi qu'il n'y a que lui, ſes femmes & ceux de ſa famille qui la puiſſent porter.* Le Rouge ou l'Ecarlate étoit auſſi la couleur Royale des Juifs. Le premier indice que j'en trouve, eſt du tems même de Salomon: car il eſt dit au Cantique des Cantiques, ch. III. v. 9. & 10. „Le Roi Salo- Tom. II. p. 77.

„mon s'eſt fait un lit de bois du Liban: il en a fait les piliers d'argent, „la couche d'or, & le ciel d'Ecarlate.“ Le ſecond indice eſt dans ces paroles au ch. LXIII. v. 1. du Prophete Eſaïe, contemporain de Hoſias, Jotham, Achaz & Ezéchias, Rois de Juda: „Qui eſt celui-ci qui vient „d'Edom, ſavoir de Boſra, ayant les vêtemens teints en rouge? ce„lui-ci magnifiquement paré dans ſa vêture, marchant ſelon la gran„deur de ſa force?“ Le troiſieme ſe tire du ch. X. v. 9. de Jérémie, du tems de Joſias Roi de Juda & de ſes fils Jehojakin & Sédécias: „L'argent qui eſt étendu en lingots eſt apporté de Tarſcis & l'or d'U„phaz, pour être mis en œuvre par l'ouvrier & par les mains du fon„deur: & la Pourpre & l'Ecarlate eſt leur vêtement:“ ce qu'on ne peut entendre que du vêtement des Rois ci-deſſus nommés. Le quatrieme indice réſulte de ce qu'après la mort de Juda, Jonathan ſon frere étant devenu Prince & chef des Juifs, ſous la domination des Syriens qui s'étoient emparés de la Judée, Alexandre fils d'Antiochus Epiphanes, & ſon couſin germain Démétrius Soter, fils de Seleucus Philopator, leſquels ſe diſputoient la Couronne de Syrie, recherchant à l'envi l'amitié de Jonathan, Alexandre lui écrivit cette Lettre qu'on lit dans le premier Livre des Maccabées, ch. X. v. 18 & ſuivans, & en même tems lui envoya une couronne d'or & la *robe d'Ecarlate* dont il ſe vêtit. Enſuite Alexandre ayant été ſupplanté par Démétrius, & Démétrius par Antiochus le jeune, ce dernier, ſuivant le même Liv. ch. XI. v. 57 & 58. „écrivit auſſi à Jonathan, lui envoya des vaiſſeaux d'or „pour le ſervice, & lui donna pouvoir de boire dans de l'or, & de *ſe* „*vêtir d'Ecarlate* & d'avoir une ceinture d'or.“ Après Jonathan, Simon ſon frere rendit la liberté à la Judée de l'aveu même de Démétrius; „les Juifs & leurs Sacrificateurs conſentirent qu'il fût leur chef, & leur „ſouverain Sacrificateur perpétuel; qu'il fût obéi de tous; que toutes „les écritures de la contrée fuſſent écrites en ſon nom, & qu'il fût *vê*„*tu d'Ecarlate* & d'or: & qu'il ne fût permis à aucun du peuple, ni „des Sacrificateurs, de renverſer aucune de ces choſes, ni de contre„dire aux choſes qu'il diroit, ni de convoquer aucune aſſemblée dans „le pays ſans lui: ni de ſe vêtir d'*Ecarlate*, ou de ſe ceindre d'une

„cein-

„ceinture d'or.“ Le cinquieme indice eſt qu'Antipater s'étant intrus dans le gouvernement de la Judée, ſous la ſouveraine Sacrificature d'Hircan, & ayant établi ſon fils Hérode ſur la Galilée, ce dernier fut cité devant Hircan & le Sénat des Juifs pour ſe juſtifier du meurtre d'Ezécias & de pluſieurs autres: il comparut, mais par le conſeil de ſon pere, avec un cortege & dans un équipage de Souverain plutôt que d'accuſé: de quoi Saméas l'un des Juges fut ſi indigné qu'il ne put s'empêcher de dire, comme le rapporte Joſephe au XIV. Livre de ſes Antiquités Judaïques: „Pour moi je n'ai jamais vu qu'un homme ap„pellé ici pour défendre ſa cauſe devant nous ait comparu d'une telle „façon; ni vous auſſi ne pourriez, je penſe, produire un pareil exem„ple. Quiconque s'eſt préſenté devant une telle aſſemblée pour être „jugé, y eſt toujours venu avec humilité, & en habit & contenance „d'un homme craignant le danger & cherchant miſéricorde & grace, „vêtu de noir & ayant les cheveux pendans. Mais cet Hérode, cou„pable de meurtre & chargé de crimes fort énormes, eſt ici devant „vous vêtu d'*Ecarlate*, avec les cheveux bien peignés, & grande „compagnie de gens bien armés,“ &c. Le ſixieme indice ſe trouve dans ce que dit Joſephe Liv. XVII. en parlant des funérailles de ce même Hérode, qui étoit devenu Roi des Juifs. „On préparoit, dit-il, les „obſeques du Roi: Archélaüs n'oublioit rien pour les rendre magnifi„ques, & lui-même dans la pompe funebre voulut accompagner le „corps, qui fut porté dans une litiere d'or enrichie de pierres précieu„ſes, & couverte d'*Ecarlate:* le corps étoit auſſi vêtu d'*Ecarlate*, „ayant ſur la tête une Couronne Royale & un ſceptre en la main droi„te.“ Enfin les Soldats, à qui Pilate livra le Sauveur, ne le vêtirent, par dériſion, d'un manteau ou d'une robe d'*Ecarlate*, que dans la fauſſe idée qu'il avoit voulu ſe faire Roi des Juifs, & auſſi le ſaluerent-ils comme tel, ſuivant l'Evangile de St. Matthieu, ch XXVII. v. 28 & 29; de St. Marc, ch. XV. v. 17 & 18, & de St. Jean, ch. XIX v. 2. & 3. De tout cela il réſulte évidemment que le rouge ou l'*Ecarlate* étoit la couleur Royale des Juifs, qui ayant eu lieu dès le tems de Salomon a pu par le moyen de ſes Facteurs parvenir à la connoiſſance des Rois Ne-

gres de Juda ; & rien n'empêche de croire que l'uſage en a été tranſmis ſans interruption à ceux d'aujourd'hui, puiſque les Negres d'aujourd'hui n'ayant point été ſujets à des tranſmigrations comme les Peuples Blancs, doivent être deſcendus des Negres qui habitoient l'Afrique du tems de Salomon.

Tom. II. p. 127. §. XX. *On feroit aſſurément tort aux Negres de Juda, ſi on les accuſoit de n'avoir point de Religion ; ils en ont, non pas une, mais pluſieurs, & quoiqu'elles ne ſoient que des ſuperſtitions ridicules & ſans fondement, ils y ſont attachés & s'acquittent des devoirs de leurs cultes avec une exactitude qui devroit faire rougir ceux qui, étant éclairés des lumieres de l'Evangile & connoiſſant le ſeul & vrai Dieu, vivent comme s'il n'y en avoit point, ou qu'il ne méritât aucun culte.* Il n'eſt pas naturel qu'un Peuple ſauvage, ſtupide & groſſier, ait différentes Religions, à moins qu'il n'en ait pris quelqu'une d'autres Peuples. Voyons donc ſi, dans ces différentes Religions, nous ne trouverions pas quelques traces de celle des Juifs, mais fort altérée ſans doute & défigurée par beaucoup de ſuperſtitions.

Tom. II. p. 127. §. XXI. *Ils pratiquent la Circonciſion ſans être Juifs ni Mahométans ; il eſt vrai qu'ils n'y font pas grande façon ; il s'en faut bien qu'ils la faſſent avec les cérémonies que les Negres Mahométans du Sénégal & de quelques autres endroits de l'Afrique la pratiquent. Les plus habiles & les plus ſpirituels ne ſavent point qui en a établi l'uſage chez eux, encore moins le tems & les raiſons de cet établiſſement. Quand on les preſſe ſur cet article, ils répondent que leurs peres & leurs grands-peres l'ont vu pratiquer à leurs ancêtres, & que puiſqu'ils l'ont pratiquée, ils la doivent auſſi pratiquer après eux. Rien n'eſt plus ſimple que leur maniere de circoncire leurs enfans. Quand ils les jugent aſſez forts pour ſouffrir l'opération, ils les conduiſent chez le chirurgien Negre le plus en réputation pour cela, ou bien ils le font venir chez eux. Le pere prend l'enfant ſur ſes genoux, l'opérateur prend le prépuce & l'ayant bien dégagé du gland, il le lui coupe & le laiſſe ſaigner pendant quelques momens, après quoi il le lave d'eau fraîche, juſqu'à ce que le ſang ceſſe de*

de couler. Voilà toute la cérémonie, & tout le remede qu'on applique ſur la playe; en deux ou trois jours elle eſt guérie. La Circonciſion qu'ils pratiquent pourroit faire ſoupçonner qu'ils ont eu quelque connoiſſance de la Religion des Juifs. J'en donnerai encore quelques conjectures dans la ſuite; mais il paroît que le Mahométiſme ne s'eſt point étendu de ces côtés-là; il y ſeroit encore à préſent, s'il y avoit été autrefois; peut-être y ſeroit-il auſſi défiguré qu'il l'eſt au Sénégal, mais on en verroit encore des traces, au lieu qu'on ne trouve rien qui puiſſe nous faire ſoupçonner qu'il y ait jamais été. Qu'on ne s'y trompe point; c'eſt du P. Labat qu'eſt tiré tout ce long paragraphe mot pour mot; & l'on conviendra qu'il n'a pas beſoin de commentaire pour juſtifier l'opinion où je ſuis que cette circonciſion des Negres a pu être introduite chez eux par les Juifs Facteurs de Salomon: la forme en peut avoir été changée, mais le fond reſte, & c'eſt aſſez. Il n'y a même en cela rien de ſi ſuperſtitieux, quoi qu'en diſe le P. Labat.

§. XXII. *Les Grands de Juda les plus ſpirituels ont quelque idée confuſe de l'exiſtence & de l'unité d'un Dieu; ils le placent dans le Ciel & diſent qu'il récompenſe les bons & punit les méchans, & que c'eſt lui qui fait gronder le tonnerre.* Cette idée d'un ſeul Dieu, confuſe à la vérité à cauſe de l'ancienneté de la tradition, eſt conforme à celle que les Facteurs de Salomon devoient avoir apportée de Jéruſalem aux Côtes d'Afrique, & qui ſubſiſte encore aujourd'hui parmi les Juifs. Je ne parle point du culte idolâtre que les Negres rendent à une ſorte de Serpent, aux Arbres, à la Mer & à un vilain petit Magot de terre noire qu'il nomment Agoye, ou Dieu des Conſeils: parce que je ne vois rien dans le Judaïſme qui ait pu y donner lieu. Tom. II. p. 128.

§. XXIII. *Lorſqu'un pere de famille, qui a pluſieurs enfans mâles, vient à mourir, c'eſt l'aîné qui hérite des qualités & des dignités dont le pere a joui; il hérite encore des femmes de ſon pere, & s'en ſert comme de celles qu'il peut avoir épouſées; il n'y a que ſa propre mere & la mere de ſon pere qui ſoient exemptes de cette Loi, qui ſe pratique parmi les Grands comme parmi le Peuple.* Les Negres de Juda ont enco- Tom. II. p. 167.

re tiré cette coûtume, plus politique que naturelle, des Juifs. Car le droit d'aîneſſe avoit lieu chez eux. Dans la Geneſe ch. XXV. Iſaac, fils de Sara premiere femme d'Abraham, & ayant par cette raiſon le droit d'aîneſſe ſur tous ſes freres, même ſur Iſmaël quoique plus âgé que lui, parce que celui-ci n'étoit fils que d'une Concubine, Iſaac, dis-je, recueillit tout l'héritage de ſon pere, ſuivant la diſpoſition qu'Abraham en avoit faite avant ſa mort, s'étant contenté de faire des préſens aux fils de ſes Concubines & les ayant ſéparés, lui vivant, de ſon fils Iſaac, & envoyés vers les contrées Orientales. A la fin du même chapitre, Eſaü fils aîné d'Iſaac vend ſon droit d'aîneſſe à Jacob ſon cadet pour une bagatelle à la vérité, pour un potage; mais c'eſt qu'Eſaü mouroit de faim, & qu'on fait tout pour racheter ſa vie. Malgré cela, il y a apparence que cette vente n'auroit pas empêché Eſaü de recevoir, comme aîné, la premiere & plus abondante bénédiction de ſon pere, qui faiſoit partie du droit d'aîneſſe, ſi Jacob ne la lui eût enlevée par l'artifice que Rebecca ſa mere lui ſuggéra. Au même livre chap. XLIX. Ruben fils aîné de Jacob eſt par lui déclaré déchu de ſa prééminence, c'eſt à dire de ſon aîneſſe, pour avoir monté ſur le lit de ſon pere & l'avoir ſouillé en y montant. Enfin Moïſe au ch. XXI. du Deutéronome, voulant conſtater ce droit d'aîneſſe & le mettre à l'abri de toute équivoque, fit cette Loi qu'on lit aux verſets 15. & ſuivans: „Si un homme a deux femmes dont il aime l'une & n'aime pas l'autre, „& que ces deux femmes ayant eu des enfans de lui, le fils de celle „qu'il n'aime pas ſoit l'aîné, lorſqu'il voudra partager ſon bien entre „ſes enfans, il ne pourra pas faire ſon aîné le fils de celle qu'il aime, „ni le préférer au fils de celle qu'il n'aime pas; mais il reconnoîtra pour „l'aîné le fils de celle qu'il n'aime pas & lui donnera double portion de „tout ce qui lui appartient, parce que c'eſt lui qui eſt le premier de „ſes enfans, & que le droit d'aîneſſe lui eſt dû." Voilà donc comment les Facteurs de Salomon avoient lieu d'introduire ce même droit d'aîneſſe chez les Negres de Juda. A l'égard de l'héritage des femmes ou concubines, je renvoye à ce que j'en ai dit plus haut au §. XVIII.

§. XXIV.

§. XXIV. *Ce qu'ils obſervent inviolablement à la mort de leur pere, c'eſt d'être douze Lunes entieres ſans habiter la maiſon du défunt, & de s'abſtenir, pendant le même tems, de jouir de ſes femmes. Pendant ce tems ils vont loger autre part, ils quittent les habillemens qu'ils ont accoutumé de porter, & ne ſe couvrent que de pagnes d'herbes ſans aucuns bijoux, c'eſt à dire qu'ils ne portent ni bagues, ni colliers, ni braſſelets. C'eſt là leur deuil; il n'eſt permis à qui que ce ſoit de donner atteinte à cette Loi ou en diminuant le tems du deuil, ou en le diſtinguant en grand & petit deuil.* Cette Loi n'eſt nullement d'un Peuple barbare. Ils pourroient l'avoir tirée des Juifs chez qui le deuil étoit des plus profonds, & l'eſt encore. A la vérité on ne voit pas bien clairement dans l'Ecriture le nombre de jours que le deuil d'un pere devoit durer; mais il y a toute apparence que cela pouvoit aller à une année, comme l'uſage en eſt encore aujourd'hui non ſeulement parmi les Juifs, mais auſſi chez les Chrétiens en France & dans d'autres Etats de l'Europe, qui doivent l'avoir tiré originairement de la même ſource. Tom. II. p. 168.

§. XXV. *Les Negres de Juda ne brûlent point les corps des morts, mais les enterrent.* Ils ſuivent donc en cela l'uſage le plus ancien qui ait été établi parmi les Nations de la Terre, & qui avoit lieu particulierement chez les Juifs, comme on le voit en quantité d'endroits de l'Ecriture. La coutume de brûler les morts eſt plus moderne. Tom. II. p. 75. 169. &c.

§. XXVI. *Il y a dans ce pays d'auſſi mauvais payeurs qu'ailleurs. Les Princes ont tâché d'apporter remede à ce mal, en permettant de prendre ſon débiteur & de le vendre, & même ſes femmes, & ſes enfans ſi ſes femmes ne ſuffiſent pas pour faire la ſomme dont il eſt redevable. Cette Loi, toute dure qu'elle paroiſſe, eſt très-ancienne; elle étoit en uſage chez les Juifs & chez bien d'autres Nations.* Je me contente de cet aveu du P. Labat pour en conclure que les Facteurs de Salomon peuvent avoir été les introducteurs de cette Loi, qui étoit à tous égards auſſi avantageuſe aux Negres qu'à eux-mêmes, puiſqu'elle ne tendoit qu'à établir une égale ſûreté dans leur commerce réciproque. Tom. II. p. 169.

§. XXVII.

Tom. II. p. 171. §. XXVII. *La peine du Talion eſt fort en uſage dans ce pays; œil pour œil, dent pour dent; il ſemble qu'ils ayent emprunté cette Loi des Juifs. Les meurtriers ſont punis de mort; il arrive très-rarement que le Roi, à force de ſollicitations, commue leur peine en celle du banniſſement perpétuel hors de l'Etat, c'eſt à dire à être vendus aux Blancs . . . La peine des criminels s'étend ſur tous leurs biens, qui de droit ſont confiſqués au profit du Roi; & comme leurs femmes & leurs enfans en font partie, & ſouvent la plus conſidérable, ces pauvres gens ſe trouvent punis pour un crime auquel ils n'ont point de part.* La Loi du Talion & de la peine de mort contre les meurtriers chez les Juifs, eſt écrite dans l'Exode ch. XXI. au Lévitique ch. XIV. & dans le Deutéronome ch. XIX. Il n'étoit pas permis de faire mourir le fils pour le pere ni le pere pour le fils (*ibidem*). Auſſi cette injuſtice n'a-t-elle pas lieu chez les Negres. Mais la confiſcation des biens des criminels qui eſt en uſage chez ceux-ci l'étoit auſſi chez les Juifs, comme le prouve celle de la vigne de Naboth lapidé ſur un crime ſuppoſé, *au I. Liv. des Rois ch. XI.* Il y a donc bien de l'apparence que c'eſt encore une Loi qui a été portée chez les Negres de Juda par les Juifs Facteurs de Salomon.

Tom. II. p. 171. §. XXVIII. *Si on faiſoit mourir les voleurs, il y a longtems que le pays n'auroit plus d'habitans; car tout le monde s'en méle, & on eſt fort expert dans l'art de voler, de cacher le vol & de ſe ſauver . . . On ne laiſſe pas cependant de châtier les voleurs, quand ils ſont aſſez bêtes pour ſe laiſſer prendre. La peine ordinaire qu'on leur inflige eſt l'eſclavage.* Je ne veux pas dire que les Juifs Facteurs de Salomon ayent été leurs maîtres à cet égard: le vol leur étoit également défendu par la Loi *Exode XX.* 15. Mais il eſt vrai que chez eux comme chez les Negres le voleur n'étoit pas puni de mort: la Loi le condamnoit à reſtituer ou l'équivalent ou le double ou le quadruple ou le quintuple ſelon les cas: ſi ce n'eſt qu'ayant fait effraction & étant pris en flagrant délit il vînt à être frappé à mort, auquel cas il étoit bien tué: *Exode XXII.* 1. *& ſuiv.* Et enfin, faute à lui de pouvoir ſatisfaire à la reſtitution, il étoit vendu pour ſon larcin (*ibidem v.* 3.): punition qui, comme on

on voit, eſt tout à fait conforme à celle que le Roi Negre de Juda inflige aux voleurs de ſon pays.

§. XXIX. *A l'égard des incendiaires, ils ſont brûlés vifs.* C'eſt une ſuite de la Loi du Talion, tranſmiſe aux Negres de Juda par les Juifs Facteurs de Salomon; ſans cela il faudroit dire qu'un Juif qui auroit brûlé de deſſein prémédité la moiſſon de ſon voiſin, n'auroit pas mérité une punition plus rigoureuſe qu'un autre qui auroit eu le malheur d'y mettre le feu involontairement. Car la ſeule Loi de Moyſe que je trouve au ſujet des incendies, eſt celle-ci tirée de l'Exode *ch. XXII. v. 6.* „Si le feu gagnant peu à peu trouve des épines, & ſe „prend enſuite à un tas de gerbes de bled ou aux bleds qui ne ſont „point encore coupés dans les champs, celui qui aura allumé le feu „payera la perte qu'il aura cauſée.“ Cette Loi ne regarde manifeſtement que les incendies involontaires. Ainſi il y a apparence que les Juifs avoient dans leur Loi orale une autre peine plus grieve contre les incendiaires de propos délibéré, & que cette Loi étoit la même que celle qui a lieu non ſeulement chez les Negres du Royaume de Juda, mais même en Europe & notamment en France, c'eſt à dire la Loi du Talion, exercée non ſur le champ ou la maiſon de l'incendiaire, mais ſur ſa perſonne. Tom. II. p. 172.

§. XXX. *Les Negres de Juda ſont ſi ignorans qu'ils ne ſavent pas ſeulement leur âge ni celui de leurs enfans: mais il faut dire à leur louange qu'il y a peu de gens qui ſachent auſſi bien qu'eux leur négoce, qui le faſſent avec plus d'habileté & de fineſſe, qui y voyent plus clair, qui ſachent mieux ſe prévaloir du tems & des occaſions. Sans ſavoir les regles de l'arithmétique, ils ſavent ſupputer dans leur tête le prix de leurs marchandiſes, & ils le font pour le moins auſſi vîte qu'un habile arithméticien le pourroit faire avec la plume ou les jettons; & il ne faut pas craindre qu'ils ſe trompent, ni qu'ils oublient la moindre choſe, non plus que dans les commiſſions dont on les charge.* Si ces Negres ſont ſi ignorans à certains égards, c'eſt une marque que ce qu'ils ſavent très-bien à d'autres égards, n'eſt pas de leur invention, mais qu'ils l'ont appris de Tom. II. p. 176.

gens plus habiles qu'eux. Et par rapport au négoce en particulier, de qui leurs ancêtres pouvoient-ils en apprendre mieux les fineſſes que des Facteurs Juifs que Salomon & d'autres Rois ſes ſucceſſeurs avoient chez ces Negres? Le P. Labat dit ailleurs,* „qu'ils ont la mémoire „excellente, quoiqu'ils ne ſachent ni lire ni écrire; ils n'oublient jamais „rien, ils ne ſe trompent jamais dans leurs comptes, les moindres „circonſtances leur ſont auſſi préſentes au bout de pluſieurs années que „les faits les plus conſidérables le ſont aux autres au bout de quelques „heures." Avec de telles diſpoſitions dans un Peuple aborigene, il eſt aiſé de concevoir comment des coutumes Judaïques du tems de Salomon ont pu venir & ſe perpétuer de ſiécle en ſiécle juſqu'à eux, comme il faut néceſſairement le ſuppoſer dès-là que le Judaïſme ni le Mahométiſme n'y ont point pénétré de tems immémorial.

* Tom. I. p. 288.

Tom. II. p. 177.

§. XXXI. *Les Negres de la Côte Occidentale ſont riches, quand ils ont bien des filles à marier . . . Les peres les vendent chérement.* Sichem, dans la Geneſe ch. XXXIV. dit à Jacob & à ſes fils freres de Dina: „Que je trouve grace devant vous, & je donnerai tout ce que „vous me direz. Impoſez-moi un grand douaire & de grands pré„ſens, je donnerai ce que vous voudrez, moyennant que vous m'ac„cordiez la jeune fille pour femme." Les Loix de Moïſe ne preſcrivent rien à cet égard. Cependant Mr. Jurieu dans ſon *Hiſtoire des Dogmes & des Cultes &c.* Partie I. ch. 18., D. Calmet dans ſon *Dictionnaire de la Bible* au mot *Nôces*, & Seldenus dans ſon *Uxor Hebraica* nous apprennent que le Mari doroit ſa femme indépendamment de certains préſens que ſon pere lui faiſoit pour ſes ajuſtemens, à ce que prétendent les Rabbins, ce qui étoit fixé ſelon eux à 50 zuzims, piece de monnoye d'environ 10 dreyers ou 8 ſols de France. Les Fiançailles ſe faiſoient ou par écrit ou par une piece d'argent que l'on donnoit à la fiancée en lui diſant: *Reçoi cet argent pour gage que tu deviendras mon épouſe:* ou par la cohabitation & le commerce charnel, ce que les Docteurs croyoient être permis par la Loi, mais qui étoit ſagement défendu par les Anciens pour empêcher les mariages clandeſtins.

tins. La formule d'un écrit d'engagement contenoit ce qui ſuit: „Tel „jour, tel mois de telle année, N. fils de N. a dit à N. fille de N. „*Soyez mon épouſe ſuivant la Loi de Moïſe & des Iſraëlites, & je vous „donnerai pour la dot de votre virginité la ſomme de deux cent zuzims, „qui eſt ordonnée par la Loi.* Et la dite N. a conſenti de devenir ſon „épouſe ſous ces conditions, que le dit N. a promis d'exécuter au „jour du mariage. C'eſt à quoi le dit s'oblige, & pourquoi il engage „tous ſes biens, juſqu'au manteau qu'il porte ſur ſes épaules. Il pro„met de plus d'accomplir tout ce qui eſt ordinairement porté dans les „contrats de mariage, en faveur des femmes Iſraëlites. Témoins N. „N. N." Le mari achetoit donc en quelque maniere ſa femme chez les Juifs, comme le Negre achete la ſienne ſur la Côte Occidentale d'Afrique.

§. XXXII. *Il eſt vrai*, continue le P. Labat, *que ſi la fille ne ſe trouve pas vierge, celui qui l'a achetée eſt en droit de la renvoyer, & le pere de la fille obligé de rendre le prix qu'il en a reçu. Cette coutume oblige les parens de veiller ſur leurs filles.* La Loi des Juifs étoit beaucoup plus rigoureuſe que ne l'eſt à cet égard celle des Negres, puiſqu'elle condamnoit la fille à être lapidée : (*Deutéronome ch. XXII. v.* 20. & 21.) Mais les Negres peuvent avoir eu leurs raiſons pour la mitiger; le naturel des Négreſſes étant plus porté à l'incontinence, que celui des femmes blanches, la peine de mort, infligée contr'elles, en auroit peut-être avec le tems dépeuplé le pays. En effet, c'eſt pour cette raiſon que la coutume pratiquée ſur la Côte Occidentale n'a pas même lieu chez les Negres du Royaume de Juda, comme le P. Labat l'obſerve immédiatement après: „Rien de ſemblable, dit-il, ne ſe pratique „à Juda. Comme les femmes n'y ſont pas pour l'ordinaire fort fécon„des, une fille qui a donné des marques de fécondité avant d'avoir „été recherchée en mariage, eſt plus eſtimée qu'une autre qu'on prend „au hazard, mais auſſi ſes parens ne retirent rien de celui qui s'en veut „bien charger." Voilà donc pourquoi ceux-ci ſe ſont tout à fait éloignés en ce point des Loix Judaïques dont je ſuppoſe qu'ils ont eu Tom. II. P. 177.

connoiſſance: car je ne prétends pas dire qu'ils ſoient en tout point de fideles & parfaits obſervateurs de ces Loix.

Tom. II. p. 178. §. XXXIII. *La coutume ne permet pas aux femmes de manger avec leurs maris.* Outre que cette coutume eſt encore celle de tous les Peuples d'Aſie, on en trouve quelques traces chez les Juifs. Sara n'étoit point du repas qu'Abraham donna aux trois Anges: elle le prépara & reſta dans ſa tente. (*Geneſe ch. XVIII.*) Quand Iſaac deſira de manger du gibier de la chaſſe d'Eſaü, & que Rebecca y ſubſtitua deux chevreaux, elle les apprêta, les fit porter par Jacob à ſon mari, mais n'en vint point manger avec lui. (*Geneſe ch. XXVIII.*) Au repas que Joſeph donna à ſes freres, il y avoit des Egyptiens, mais il n'y avoit point de femmes, quoiqu'il fût marié & qu'il eût deux enfans. (*Geneſe ch. XLIII. v.* 32. *& ch. XLVI. v.* 27.) Je ne croi pas avoir vu dans tout l'Ancien Teſtament un ſeul exemple, où une femme Juive ait mangé avec ſon mari, ni en général des Juives avec des hommes. Et encore aujourd'hui, dans leurs nôces, les hommes ſont ſéparés des femmes, ſoit pour manger, ſoit pour danſer, ce qu'ils appellent la *Danſe des Commandemens.*

Tom. II. p. 178. §. XXXIV. *Lorſque la fille accordée n'eſt pas en âge d'être mariée, le futur époux la laiſſe dans la maiſon de ſes parens ſans lui rien donner, & ſans que cela empêche les parens de la donner à un autre, s'il ſe préſente quelqu'un qui ſoit plus de leur goût que celui à qui ils l'avoient promiſe.* Cette coutume paroît être encore tirée des Juifs, qui fiançoient leurs filles avant qu'elles fuſſent en état d'être mariées. Le cas n'eſt pas clairement expoſé dans la Loi: car il n'y eſt parlé que de fiancées auſquelles on a fait injure ou violence, ce qui ſuppoſe en elles un âge nubile. (*Exode ch. XXII. v.* 16. *Deutéronome ch. XXII. v.* 23. *& ſuiv.*) Mais Mr. Jurieu, D. Calmet & Seldenus, que j'ai déja cités, remarquent que les Juifs ont fait de tout tems un grand cas du mariage, dans la penſée qu'une femme n'eſt qu'une demi-femme ſans un mari, comme l'homme qui n'a point de femme n'eſt que la moitié d'un homme; & que celui qui néglige le précepte de la multiplication du genre

genre humain eſt homicide. Ainſi les anciens Juifs marioient leurs enfans de très-bonne heure. L'âge nubile des garçons, ſuivant les Rabbins, eſt 18 ans ou même plutôt, mais pas plus tard: ils peuvent ſe marier à 13 ans accomplis. Quant aux filles il eſt permis de les fiancer dès leur bas âge, mais non de les marier avant douze ans accomplis. Pour l'ordinaire les filles avant leur mariage reſtoient enfermées & cachées chez leurs parens. Cependant la Loi ſuppoſe qu'elles pouvoient ſortir, puiſqu'un homme qui auroit trouvé une jeune fille vierge non fiancée & en commerce avec elle, devoit l'épouſer & donner au pere 50 pieces d'argent. (*Exode XXII.* 16. *&* *Deutéronome XXII.* 28 *&* 29.) A l'égard d'une fiancée, il eſt à croire qu'elle pouvoit auſſi non ſeulement aller en ville, mais même aux champs, puiſqu'au premier cas elle & celui qui la déshonoroit, étoient punis de mort tous deux, tandis qu'au ſecond cas l'homme étoit le ſeul qu'on faiſoit mourir, parce que la Loi ſuppoſoit qu'aux champs perſonne n'étoit venu à ſes cris pour la ſecourir, au lieu qu'en ville elle n'avoit pas été ſecourue faute d'avoir crié. Au reſte on voit par là que les Juifs fiançoient leurs filles avant qu'elles fuſſent nubiles, comme font aujourd'hui les Negres du Royaume de Juda.

§. XXXV. *Si dans la ſuite la femme abandonne ſon mari, car elle eſt toujours maîtreſſe de le faire, ſes parens ſont obligés de rendre au mari les frais qu'il a faits.* C'eſt auſſi le ſentiment des Docteurs Juifs, ſuivant Mr. Jurieu, D. Calmet & Seldenus, que des femmes Juives pouvoient & peuvent, non pas toujours, mais lorſqu'elles ſont mariées au-deſſous de l'âge de puberté qui eſt douze ans & demi, ſe ſéparer de leurs maris, ſans autre raiſon que celle du dégoût ou de l'averſion qu'elles ont pour eux. Bien entendu que ces femmes ou leurs parens reſtituoient aux maris la dot qu'elles en avoient reçue. Tom. II. p. 178.

§. XXXVI. *Mais ſi le Mari répudie ſa femme, ce qui ſe fait ſans autre cérémonie que de la mettre hors de ſa maiſon, il faut qu'il paye aux parens de ſa femme le double de ce qu'il a dépenſé pour le feſtin des nôces.* Voilà encore une imitation du divorce qui étoit permis aux Juifs par la Tom. II p. 179.

Loi au *Deutéronome ch. XXIV. v.* 1. „Quand quelqu'un aura pris une „femme & ſe ſera marié avec elle, s'il arrrive qu'elle ne trouve pas grace „devant les yeux de cet homme, parce qu'il aura vu quelque choſe de „mal-honnête en elle, il lui écrira une lettre de divorce & la lui ayant „miſe entre les mains, il la renvoyera hors de ſa maiſon." Cette Loi ne parle point de dédommagement pour la femme, parce que ſi le mari l'avoit trouvée vierge, elle gardoit ce qu'il lui avoit donné d'avance pour la dot de ſa virginité: & s'il la renvoyoit faute de l'avoir trouvée telle, elle étoit lapidée. (*Deutéron. ch. XXII. v.* 20. *&* 21.)

Tom. II. p. 180.

§. XXXVII. *Si un Eſclave a envie d'épouſer une fille eſclave d'un autre Particulier que ſon Maître, il la demande au Maître ſans être obligé d'en parler au pere de la fille; on la lui accorde ſur le champ: mais les enfans mâles qui proviennent de ce mariage appartiennent au Maître de la fille, & les filles au Maître de l'époux.* Voyons ce que dit la Loi des Juifs dans l'*Exode ch. XXI.* „Si vous achetez un eſclave Hébreu, „il vous ſervira durant ſix ans, & au ſeptieme il ſortira libre ſans vous „rien donner. S'il eſt venu avec ſon corps ſeulement, il ſortira avec „ſon corps: s'il avoit une femme, ſa femme auſſi ſortira avec lui. Si „ſon Maître lui a donné une femme qui lui ait enfanté des fils ou des „filles, ſa femme & ſes enfans ſeront à ſon Maître, mais il ſortira avec „ſon corps. Que ſi l'eſclave dit: j'aime mon Maître, ma femme & „mes enfans, je ne veux point être mis en liberté: alors ſon Maître „le fera venir devant ſes Juges & le fera approcher de la porte ou du „pôteau, & ſon Maître lui percera l'oreille avec un poinçon, & il de„meurera ſon eſclave pour toujours." Toute la différence qui ſe trouve entre cette Loi & l'uſage des Negres de Juda, vient de deux choſes: l'une que ces derniers n'ayant point adopté l'année Sabbathique des Juifs de ſept en ſept ans, ſont perpétuellement eſclaves; & l'autre que le cas marqué par le P. Labat n'eſt pas le même que celui dont parle la Loi. Car n'eſt-il pas vrai que dans le premier cas le partage des enfans des deux eſclaves n'a lieu entre les deux Maîtres que parce que la femme n'appartient point au Maître du mari: au lieu que la Loi adjuge

tous

tous les enfans & même la femme au Maître du mari, parce qu'elle ſuppoſe que c'eſt lui qui lui a donné cette femme, ſoit qu'il l'ait achetée pour la marier avec lui, ou qu'elle fût déja auparavant eſclave dans ſa maiſon. Ainſi qu'on ôte la différence qui ſe trouve entre les deux cas, on verra que la Loi des Juifs & l'Uſage des Negres reviennent au même, c'eſt à dire, ou que le Maître de deux eſclaves Negres homme & femme, devient le ſeul Maître de leurs enfans, comme le Maître de deux eſclaves Juifs mariés devenoit auſſi le ſeul Maître de leurs enfans; ou bien que le Maître d'une eſclave Juive mariée avec un eſclave Juif appartenant à un autre Maître, partageoit avec ce dernier Maître les enfans des deux eſclaves, comme le Maître de l'eſclave Négreſſe les partage auſſi avec le Maître de l'eſclave Negre qu'elle épouſe. Et quant à la maniere dont ce partage d'enfans ſe fait entr'eux, je le trouve ſi ſagement imaginé, que je ne ſaurois croire qu'il ſoit de l'invention des Negres, ignorans & groſſiers comme ils ſont. L'inſtinct naturel pouvoit leur dicter, que les fils devoient appartenir au Maître du pere, & les filles à celui de la mere: mais c'eſt tout le contraire, & cela ſans doute dans la vue d'avantager le Maître de l'eſclave Négreſſe, pour obliger l'eſclave Negre à ne prendre une femme que dans la maiſon de ſon propre Maître. Chez les Juifs, avant la Loi écrite, l'exemple d'Agar chaſſée de la maiſon d'Abraham avec ſon fils Iſmaël, montre que le fils de l'eſclave ou de la ſervante étoit à elle & non pas au pere. Depuis, par cette même Loi, le Maître du mari eſclave, en l'affranchiſſant, gardoit ſes enfans, mais c'eſt qu'il gardoit auſſi la mere eſclave qu'il lui avoit donnée pour femme; & cela prouve encore que les enfans nés dans l'eſclavage, s'ils n'appartenoient pas entiérement au Maître, étoient cenſés du moins appartenir plus à la mere qu'au pere. C'eſt tout ce que je trouve dans la Loi écrite à ce ſujet. Mais on ſait qu'outre la Loi écrite, les Juifs avoient & ont encore la Loi orale, beaucoup plus étendue & ſelon eux plus ancienne que l'autre. Or il eſt poſſible que ce ſoit de cette ſource que les Negres ont tiré l'uſage dont il s'agit par leur commerce avec les Juifs Facteurs de Salomon. Si cela n'eſt point, je ne ſai de quel Peuple ils l'ont tiré. Ce devroit être

aſſu-

assurément des François qui ont été les premiers des modernes à aller commercer & même s'établir sur cette Côte d'Afrique dans le XIV Siécle. Mais les François y auroient porté les usages de leur Nation, & n'y auroient point introduit tant de coutumes qu'on a vu & qu'on verra encore ci-après avoir été tirées des Juifs. Du moins est-il sûr qu'ils n'y ont pas introduit un partage d'enfans qui est tout à fait contraire à leur jurisprudence. Car comme ils suivent cet axiome du Droit Romain, *partus sequitur ventrem*, un pere libre ou le Maître d'un pere esclave n'ont jamais eu aucun droit sur les enfans d'une mere esclave appartenant à un autre Maître. Tel étoit le sort des serfs lorsqu'une partie de la France étoit esclave de l'autre, & tel est encore celui des Negres leurs esclaves en Amérique. Ecoutez ce que porte le *Code Noir*, fait par Louis XIV. au mois de Mars 1685 pour les Isles Françoises & confirmé par Louis XV. au mois de Mars 1724 pour la Louisiane. „Les enfans qui naîtront des mariages entre les esclaves, „seront esclaves & appartiendront aux Maîtres des femmes esclaves, „& non à ceux de leurs maris, si les maris & les femmes ont des Maî„tres différens. Voulons si le mari esclave a épousé une femme li„bre, que les enfans, tant mâles que filles, suivent la condition de „leur mere, & soient libres comme elle, nonobstant la servitude de „leur pere, & que si le pere est libre & la mere esclave, les enfans „soient esclaves pareillement.“ Voilà tout ce que j'avois à dire sur cet article; & si cela ne suffit pas pour prouver que l'usage des Negres de Juda par rapport au partage des enfans nés de leurs esclaves est tiré des Juifs, j'espere au moins qu'il n'en sera pas de même de l'article qui suit.

Tom. II. p. 180.

§. XXXVIII. *Les Négres de Juda semblent avoir emprunté des Juifs la Loi qui sépare de tout commerce les femmes qui ont leurs infirmités ordinaires. Elles sont obligées, sous peine de la vie, de se retirer de la maison de leurs maris ou de leurs parens dès qu'elles s'apperçoivent de cette infirmité; elles ne peuvent avoir aucun commerce avec personne pendant que cela dure. Selon le nombre des femmes ou filles qui sont dans*

dans une famille, il y a une ou plusieurs cases au bout de l'enceinte où elles demeurent sous la conduite de quelques vieilles femmes qui ont soin d'elles, qui les servent, qui ont soin de les bien laver, avant qu'elles rentrent dans la maison & dans le commerce du monde. Cette coutume est visiblement tirée de la Loi des Juifs; personne n'ignore ce qui en est dit au Lévitique ch. XV. & je me croi dispensé de le transcrire ici. Toute la différence qu'il y a entre les Juifs & les Negres à cet égard, c'est que la peine de mort établie contre les Négresses n'avoit pas lieu contre les Juives. Mais ce n'est pas le seul article où les Negres me paroissent avoir renchéri en matiere de pureté sur les Juifs. On a déja vû plus haut qu'ils l'ont fait par rapport aux vents qui sortent du corps par la bouche ou autre part.

§. XXXIX. *La plûpart des Européens qui ne connoissent les Royaumes d'Afrique que par des Relations peu véritables & encore moins sensées, croyent que les Negres vendent leurs enfans. C'est une fable, c'est une fausseté: il n'y a point de peuple au monde qui les aime plus tendrement . . . Il est vrai qu'ils vendent leurs femmes, mais ils mettent une différence infinie entr'elles & leurs enfans. Ils regardent les premieres comme leurs esclaves ou peu moins, & comme ils en peuvent avoir autant que bon leur semble, ils les retiennent dans leur devoir par la crainte de ce châtiment politique . . . Ils vendent aussi les enfans de leurs esclaves, ils sont partie de leurs biens, ils en peuvent donc disposer; mais pour leurs propres enfans, quand même ils les auroient eu de leurs esclaves, ils les regardent comme libres & ne mettent aucune différence entr'eux & ceux qu'ils ont eu de leurs femmes légitimes, si tant est qu'on puisse donner ce nom aux femmes des Negres de Juda. Voilà encore un article qui augmente la conformité des Loix de Juda avec celles des Hébreux.* Qu'on ne s'y trompe point, ce n'est pas moi, c'est le P. Labat qui parle ainsi. Et *ces regles*, ajoute-t-il, *sont générales pour tout le monde, depuis le Roi jusqu'au dernier de ses sujets.* Or puisqu'elles sont conformes, de l'aveu du P. Labat, aux Loix des Juifs, & qu'il est convenu plus haut que le Judaïsme n'a point pénétré en ce Tom. II. p. 186.

pays-là, c'eſt à dire, qu'il n'y a point d'habitans de la Nation Juive, n'eſt-il pas viſible que les Negres n'ont pu tirer cet uſage comme tant d'autres, que de ces anciens Juifs qui alloient commercer chez eux pour le compte de Salomon?

Tom. II. p. 211. §. XL. *On y voit un très grand nombre de Perroquets; ils ſont tous gris avec quelques plumes rouges à la tête, au bout des aîles, & à la queue: ils s'apprivoiſent aiſément & apprennent facilement à parler . . . C'eſt auſſi le pays des Singes: on en voit de pluſieurs eſpeces . . . Il y en a aux environs de Jaquin qui ſont très-jolis; ils ſont dociles, ils retiennent les leçons qu'on leur donne & apprennent une infinité de choſes . . .* Voilà d'aſſez bonnes raiſons pour avoir engagé Salomon à préférer ces Singes & ces Perroquets de Juda à ceux des Indes, quand bien même ces derniers, comme tous les animaux en général, n'auroient pas été adorés en ce pays-là, & par conſéquent non vendables aux étrangers.

Tom. II. p. 215. §. XLI. *Le Chevalier des Marchais a remarqué dans les différens voyages qu'il a faits en Juda, que les Negres . . . malgré la vénération ſi marquée qu'ils ont pour le grand Serpent & pour ſa très-nombreuſe famille, reconnoiſſent un Etre ſuprême, Créateur de toutes choſes, infiniment plus grand & plus puiſſant que le Serpent. Ils diſent qu'il habite dans le Ciel, d'où il gouverne tout l'Univers, qu'il eſt tout puiſſant & infiniment bon & juſte. Ils ont recours à lui dans les grandes calamités publiques, ou pour obtenir la ſanté de quelque perſonne conſidérable. Il eſt vrai pourtant que ce n'eſt qu'après qu'ils ont inutilement invoqué le Serpent, & ont tout mis en œuvre pour en obtenir ce dont ils ont beſoin. Ils s'adreſſent alors au grand Dieu, ils le prient, ils paſſent les jours entiers & les nuits à chanter & à danſer à ſon honneur, & après lui avoir ſacrifié toutes ſortes d'animaux, ils lui immolent enfin des hommes & de jeunes enfans des deux ſexes. On ſe ſouvient encore* * en 1726. *que le Capitaine Aſſou qui vit encore aujourd'hui * offrit au Dieu du Ciel un ſacrifice d'hommes & d'enfans pour obtenir la ſanté à ſon pere.* On voit dans ce paſſage des idées très-ſaines d'un ſeul Dieu tel qu'il étoit connu des Juifs, avec un mélange monſtrueux de ſacrifices impies

pies & des plus barbares. Cela prouve, ce me ſemble, qu'ils ont été inſtruits juſqu'à certain point, & non par des Chrétiens, mais par des Juifs, & apparemment par ceux que Salomon y envoya, tant parce qu'il n'y a point de Juifs dans le Pays & qu'on ne ſe ſouvient pas qu'il y en ait eu, qu'à cauſe que ces ſacrifices d'hommes & d'enfans étoient alors plus communs parmi les Nations idolâtres qu'ils ne l'ont été depuis.

§. XLII. *Les Mœurs, les Coutumes & la Religion des Negres du Royaume d'Ardres ſont preſque les mêmes de celui de Juda, excepté qu'ils n'adorent pas le Serpent. Au contraire ils cherchent les Serpens doux, les tuent & les mangent.* Le Royaume d'Ardres eſt voiſin de celui de Juda. La conformité des Mœurs, des Coutumes & de la Religion dans leſquelles le Judaïſme, comme on l'a vu, entre pour beaucoup, marque qu'il a été introduit dans l'un & dans l'autre Royaume plus anciennement que le culte du Serpent qui ne leur eſt pas commun à tous deux; & c'eſt ce qui continue de me confirmer dans l'opinion que ce Judaïſme y a été introduit par les Facteurs de Salomon. Tom. II. p. 230.

§. XLIII. *Le Sr. d'Elbée étant hors de table, fit ſelon la coutume jetter au Peuple pluſieurs poignées de Bouges, c'eſt la monnoye du pays comme à Juda.* Si l'on pouvoit découvrir depuis quel tems cette monnoye eſt en uſage chez les Negres d'Ardres & de Juda, ou du moins prouver que l'uſage en eſt plus ancien que la découverte du Cap de Bonne-Eſpérance par les Portugais, j'en pourrois tirer une nouvelle induction bien favorable à mon opinion. Car ces Bouges, nommées autrement *Cauris*, ſont des coquilles blanches qui ne ſe pêchent qu'aux Isles Maldives, où les Negres n'ont jamais ſongé à les aller chercher, mais pour leſquelles ils donnent en échange tout ce qu'on peut traiter chez eux. Et je concevrois comment ces Coquilles auroient pu commencer à être introduites chez eux par la Flotte de Tarſcis qui les y apportoit aux Facteurs de Salomon, les ayant priſes à Hetziongueber des retours de la Flotte d'Hiram, qui pouvoit les prendre aux Maldives devant leſquelles elle paſſoit pour aller à Ophir. Tom. II. p. 241.

Tom. II. p. 242. & 227.

§. XLIV. *Ils arriverent aſſez tard à Offra. Bien des gens confondent Jaquin avec Offra, & ils n'ont pas tout à fait tort, car ces deux lieux ſont très-voiſins, & la ville d'Offra s'étant augmentée conſidérablement depuis 50 à 60 ans, elles ſe ſont trouvées unies & ne faire qu'une ville, que les Européens nomment indifféremment Offra ou Jaquin, & plus communément Jaquin qu'Offra. C'eſt dans cette ville que demeure le Viceroi du Royaume, & où les Européens qui trafiquent ordinairement dans le pays, ont leurs comptoirs & leurs magaſins.* Je parlois tout à l'heure d'*Ophir* que j'ai ſuppoſée dans mes Diſſertations précédentes avoir été la Cherſonneſe d'Or ſituée au delà du Golfe de Bengale en Aſie, & voici à préſent une ville d'*Offra* ſituée dans le Royaume d'Ardres en Afrique. N'étoit-ce pas plutôt celle-ci qui étoit la véritable Ophir? Non, car la Flotte d'Hiram en rapportoit de l'or & il ne s'en trouve point dans le Royaume d'Ardres: elle rapportoit auſſi des pierres précieuſes, & il ne s'en trouve pas même ſur aucune Côte d'Afrique, au lieu qu'on trouve abondamment ces deux choſes dans la Preſqu'Isle au delà du Gange. Mais, comme le nom de *Jaquin*, qui eſt celui d'une riviere d'où la ville a tiré le ſien, paroît avoir été donné à cette riviere, & celui d'*Eufrate* à une autre riviere voiſine, l'un par alluſion à l'une des deux colomnes qui étoient au parvis du Temple de Salomon, l'autre par analogie avec le véritable *Euphrate* d'Aſie; de même le nom d'*Offra* aura été donné, non pas d'abord à la ville qui n'eſt peut-être pas fort ancienne, mais à toute l'Isle ou Preſqu'Isle où elle eſt ſituée, pour faire alluſion à la véritable *Ophir* qui étant, comme j'ai dit, la Cherſonneſe d'or des Anciens, ſituée au delà du Golfe de Bengale, étoit auſſi par cette raiſon une Preſqu'Isle.

Tom. II. p. 266.

§. XLV. *Le Roi d'Ardres, les grands Seigneurs, & généralement tous ceux qui le peuvent, ont pluſieurs femmes. Le Roi en a un très-grand nombre; cependant il n'y a que la premiere, c'eſt à dire celle qui lui a donné le premier enfant mâle, qui ait le titre de Reine. Cette qualité lui donne une très-grande autorité auprès du Roi, & ſur toutes les autres femmes . . . qu'elle regarde bien moins comme ſes compagnes*

pagnes que comme ſes eſclaves. Elle porte cela ſi loin, que ſelon ſes beſoins ou ſon bon ou mauvais plaiſir, elle les vend pour eſclaves ſans conſulter ſur cela le Roi ſon époux; & le Prince qui ſait que c'eſt un droit attaché à la qualité de Reine, ne s'y oppoſe pas, ou ne fait pas ſemblant de le ſavoir quand cela arrive. Je ne m'arrêterai pas à cette pluralité de femmes dont parle ce paſſage, parce que j'ai déja fait voir ſuffiſamment à l'article VI. que les Negres ont pu tirer cet uſage des Juifs au tems de Salomon. A l'égard de la ſupériorité de la premiere qui a donné au Roi le premier enfant mâle, ils ne peuvent l'avoir auſſi tirée que des Juifs. Car, outre que le Mahométiſme n'a point pénétré dans le Royaume d'Ardres non plus que dans celui de Juda, comme l'aſſure le P. Labat, il eſt certain que chez les Mahométans la Sultane qui met au monde le premier enfant mâle, n'a aucune ſupériorité ſur les autres Sultanes pendant la vie du Sultan, mais ſeulement après ſa mort lorſque ſon fils monte ſur le Trône, comme l'Interprete Janakaki Francopulo me l'a aſſuré; au lieu que chez les Juifs la ſtérilité étant un opprobre pour toutes les femmes, & à plus forte raiſon pour la premiere qui étoit la ſeule légitime, on peut juger delà quelle ſupériorité cette premiere femme ne devoit pas acquérir ſur les autres, lorſqu'elle avoit donné à ſon mari le premier enfant mâle, puiſqu'elle ne perdoit pas même cette ſupériorité malgré ſa ſtérilité, vis à vis d'une ſervante qui avoit donné le premier fils à ſon Maître, parce que ce fils étoit cenſé appartenir non à la concubine, mais à la femme légitime qui l'avoit eu, diſoit-elle, ſur ſes genoux par ſa ſervante, comme l'Ecriture le dit de Sara par rapport à Agar, de Rachel envers Bilha, & de Léa à l'égard de Zilpa; de ſorte que gardant toujours cette ſupériorité, ſi la femme venoit enſuite à avoir elle-même un fils, l'adoption ceſſoit, & ce fils devenoit non ſeulement l'aîné, mais auſſi le ſeul héritier, comme on le voit par l'exemple d'Iſaac vis à vis d'Iſmaël. Pour ce qui eſt du droit acquis à la femme légitime mere d'un premier né, de vendre ſes ſervantes, je croirois bien qu'il a été auſſi pratiqué chez les Juifs avant & depuis la Loi écrite, parce que ces ſervantes étoient des étrangeres achetées, ou des filles nées d'elles depuis leur ſervitude: en quoi ces Etran-

geres différoient des Juifs ou Juives qui pour cauſe de pauvreté s'étant vendus à un Maître de leur Nation, ne pouvoient être par lui revendus à un autre Maître, mais étoient remis en liberté à l'avénement de l'année du Jubilé, ſuivant le Lévitique ch. XXV. „Alors il ſortira de chez „toi avec ſes enfans, & il s'en retournera dans ſa famille, & il rentre„ra dans la poſſeſſion de ſes peres: car ils ſont mes ſerviteurs que j'ai „tirés du pays d'Egypte, c'eſt pourquoi ils ne ſeront point vendus „comme on vend les eſclaves." Donc les Juifs vendoient leurs eſclaves, qui n'étoient autres que le ſerviteur & la ſervante, comme il paroît par ce qui ſuit: „Et quant à ton ſerviteur & à ta ſervante qui ſe„ront à toi, achete-les des Nations qui ſont autour de vous. Vous „acheterez d'elles le ſerviteur & la ſervante. Vous pourrez auſſi en „acheter d'entre les enfans des étrangers qui demeurent avec vous, „même de leurs familles qui ſeront parmi vous, leſquelles ils auront „engendrées en votre pays, & vous les poſſéderez: & vous les aurez „comme un héritage pour les laiſſer à vos enfans après vous, afin „qu'ils en héritent la poſſeſſion: & vous vous ſervirez d'eux pour ja„mais." Etant donc un héritage ils pouvoient être vendus, comme il a été dit plus haut; mais, pour qu'une femme eût le droit de les vendre, il faut ſuppoſer que ce terme d'héritage comprenoit tant les meubles que les immeubles; & en ce cas les eſclaves chez les Juifs étoient réputés meubles, comme ils l'ont été auſſi chez les Romains, & comme ils le ſont encore chez les modernes, entr'autres chez les François dans leurs Colonies de l'Amérique, ſuivant cet article du Code Noir de Louis XIV. & de Louis XV. „Déclarons les eſclaves être „meubles & comme tels, entrer en la communauté, n'avoir point de „ſuite par hypotheque, & partager également entre les cohéritiers, „ſans préciput ni droit d'aîneſſe, n'être ſujets au douaire coutumier, „au retrait féodal & lignager, aux droits féodaux & ſeigneuriaux, „aux formalités des decrets, ni au retranchement des quatre quints, „en cas de diſpoſition à cauſe de mort ou teſtamentaire. N'enten„dons toutefois priver nos ſujets de la faculté de les ſtipuler propres à „leurs perſonnes & aux leurs de leur côté & ligne, ainſi qu'il ſe pra-

„tique

„tique pour les ſommes de deniers & autres choſes mobiliaires. Dans „les ſaiſies des eſclaves ſeront obſervées les formalités preſcrites par „nos Ordonnances & les Coutumes pour les ſaiſies des choſes mobi„liaires.“ Il reſteroit à ſavoir ce que devenoit chez les Juifs la famille d'une mere eſclave qu'on vendoit. La Loi écrite n'en dit rien. Mais il eſt à croire que la Loi orale y avoit ſuppléé. Le Code Noir a encore à ce ſujet une diſpoſition très-ſage: „Ne pourront être ſaiſis & „vendus ſéparément le mari & la femme & leurs enfans impuberes „s'ils ſont tous ſous la puiſſance du même Maître; déclarons nulles les „ſaiſies & ventes qui en ſeront faites; ce que nous voulons avoir lieu „dans les aliénations volontaires, à peine contre ceux qui feront les di„tes ventes, d'être privés de celui ou de ceux qu'ils auront gardés, „leſquels ſeront adjugés aux acquéreurs, ſans qu'ils ſoient tenus de fai„re aucun ſupplément du prix.“

„Mais, s'il eſt vrai, pourroit-on me dire, que ce qu'il y a de „commun entre les Coutumes des Juifs & celles des Negres de Juda „ait été porté effectivement chez ces derniers par les Facteurs de Salo„mon & des autres Rois ſes ſucceſſeurs, comment ces Coutumes, „lorſqu'ils ceſſerent d'y trafiquer, ne ſe ſont-elles pas détruites, ou par „quel moyen ſe ſont-elles perpétuées depuis tant de ſiécles? Eſt-ce „que ces Negres ſi parfaitement noirs ſeroient des deſcendans de ces „mêmes Facteurs Juifs naturellement blancs?“ Oui, c'eſt cela préciſement, du moins je le ſuppoſe: le commerce des Rois Juifs aux Côtes d'Afrique ayant ceſſé tout à coup, leurs Facteurs qui s'y virent abandonnés, ſe mêlerent peu à peu avec les Négreſſes, & de ce mélange ſortirent bientôt de véritables Negres & Négreſſes. Pour prouver la vérité de cette ſuppoſition, je m'en tiens à mon auteur le P. Labat, qui dans les Voyages tant de fois cités rapporte que les Portugais ayant été chaſſés des Côtes de Guinée par les Anglois & les Hollandois en 1604, furent contraints de ſe retirer bien avant dans les terres & pour s'y maintenir, de s'allier avec les naturels du pays: „c'eſt, ajoute-t-il, „de ces alliances avec les noirs que ſont venus tant de Portugais qui „à for-

Tom. I. chap. 8. p. 146.

„à force de s'allier avec des femmes noires, ſont devenus à la fin noirs „comme charbon, & ne laiſſent pas de vouloir qu'on les prenne pour „des Portugais naturels; en effet les Portugais d'Europe ſoit par poli„tique ou par quelque autre raiſon les regardent comme freres, mal„gré leur couleur noire, les reconnoiſſent pour Fidalques ou Gentils„hommes, leur donnent l'Ordre de Chriſt, les reçoivent dans les or„dres ſacrés & leur confient les gouvernemens des places qu'ils ſe ſont „conſervées dans l'intérieur du pays, &c." Or ſi 120 ans, écoulés depuis la déroute des Portugais juſqu'à l'époque des Voyages rédigés par le P. Labat, ont ſuffi pour rendre ces Portugais ſi noirs, combien plus le devoient être les deſcendans des Facteurs Juifs confondus avec les Negres depuis près de 28 ſiécles; ainſi il ne faut pas s'étonner ſi d'un côté ils ont conſervé tant de loix & d'uſages tirés originairement de la nation Judaïque, mais d'un autre, ſi ces traditions ſe ſont altérées & corrompues dans un ſi long eſpace de tems au point de leur en avoir fait oublier la ſource.

Quoique je borne ici ce parallele des Coutumes des Negres de Juda & de celles des anciens Juifs, je pourrois le pouſſer plus loin en ſuivant la Flotte de Tarſcis autour de l'Afrique; car il n'eſt pas à croire que Salomon ait reſtraint l'établiſſement de ſes comptoirs chez les ſeuls Negres de Juda & de Serrelionne. Mais, ſans entrer dans un ſi grand détail, je me contenterai d'obſerver, qu'en venant des Côtes Occidentales de l'Afrique pour gagner au Sud le Cap de Bonne-Eſpérance, on trouve tant au deçà qu'au delà, une Côte de 600 milles de long qu'on appelle la Côte de la Cafrerie. Les habitans ſont les plus ſtupides de tous les Africains, vivant à peu près comme des bêtes, n'ayant ni villes, ni maiſons, ni loix écrites; cependant écoutez ce que Dapper & Ludolf nous en apprennent. „Les Hottentots croyent un Etre ſuprê„me, Créateur du Ciel & de la Terre, arbitre du monde & qui poſſe„de des perfections incompréhenſibles. Ils le nomment d'un mot (*) „qui ſignifie le Dieu des Dieux. Ils diſent qu'il ne fait de mal à per„ſonne

(*) Gouaja, Gounja ou Gounja Ticquoa.

„ſonne & à cauſe de cela ils ne lui rendent aucun culte. Ils n'ont point „de Loix écrites, mais ils s'aiment fraternellement les uns les autres, „& ſe gardent mutuellement une fidélité inviolable. On punit auſſi „chez eux ſans avoir égard à l'apparence des perſonnes, le larcin, l'a„dultere, l'inceſte & le meurtre. Ils n'ont ni villes ni maiſons, cepen„dant, dans la montagne de Fura," (que quelques uns font venir par corruption du mot Ophir, parce qu'elle eſt très riche en or, mais mal à propos, puiſque la Flotte d'Hiram qui alloit à Ophir en rapportoit auſſi des pierres précieuſes qu'on ne trouve point à la Côte des Caffres, & n'en rapportoit point de l'yvoire qu'elle auroit pu charger à cette Côte, où il s'en trouve en abondance) „dans cette montagne, „ajoutent-ils, on voit encore aujourd'hui des enceintes de pierres de „taille de la hauteur d'un homme, enchaſſées les unes dans les autres „avec un artifice admirable, ſans y avoir de chaux & ſans être travail„lées au pied." Ce qui fait dire à l'Auteur qui me fournit ce paſſage (*) que c'étoit apparemment dans ces enceintes que demeuroient les Juifs de la Flotte de Salomon, c'eſt à dire ſelon lui, de celle d'Hiram qui alloit à Ophir; mais non, ſi ces reſtes d'édifices prouvent que les Juifs Facteurs de Salomon y ont demeuré, ce ne pouvoit être que ceux qui lui envoyoient de l'or & de l'yvoire par la Flotte de Tarſeis, qui en rapportoit en effet ſans apporter des pierres précieuſes.

„Dans la partie Orientale des mêmes Côtes eſt le Royaume de „Zofala ou Sofala, où il ſe trouve beaucoup de mines d'or, & des „rivieres qui en charient. Cet or, dit-on, paſſe pour le meilleur, & „il eſt ſi beau que celui de l'Europe venant de l'Amérique ne paroît „être que du cuivre en comparaiſon. Il s'y trouve auſſi, ajoute-t-on, „de la très-belle yvoire, d'où l'on conclut que tout ce qui eſt dit de „l'Ophir de Salomon convient mieux à ces Côtes qu'à tout autre pays." Mais encore une fois cette concluſion eſt fauſſe, puiſqu'il ne tiroit point de l'yvoire d'Ophir, & qu'il en tiroit des pierres précieuſes qui

(*) Tiré d'un Mémoire imprimé dans un livre intitulé *Recueil B. à Luxembourg* 1752. in 12. p. 164.

qui ne ſe trouvent pas plus à Sofala que dans le reſte des Côtes d'Afrique.

„Les Côtes de Sofala confinent à celles de Zanguebar, & ces „dernieres à celles d'Ajan. Les unes & les autres donnent encore „non ſeulement de l'or & de l'yvoire, ſans aucune pierre précieuſe, „mais même elles ont auſſi beaucoup de riches mines d'argent." Or, comme l'argent faiſoit partie des retours de la Flotte de Tarſcis & non de celle qui alloit à Ophir, c'eſt une nouvelle preuve que la derniere ne naviguoit point aux Côtes d'Afrique, ni la premiere aux Indes.

„Enfin les Côtes dont je viens de parler bordent le Royaume „d'Abyſſinie, où l'on trouve auſſi de l'or, de l'argent & de l'yvoire, „que les Facteurs de Salomon en pouvoient auſſi tirer pour en char„ger la Flotte de Tarſcis." Les Abyſſins ont une tradition qui pourroit faire croire que c'eſt de là que partit la Reine qui alla trouver Salomon à Jéruſalem. Ils diſent que cette Reine s'appelloit Maqueda, & qu'elle eut de lui un fils nommé Menilehec qui régna après elle, & duquel eſt deſcendue la Maiſon Royale, qui après avoir occupé le trône juſqu'en 960, en fut privée pendant 340 ans, & le recouvra l'an 1300, depuis lequel tems elle s'y eſt maintenue juſqu'à préſent. Ils diſent que leur Bibliotheque d'Embie qui contient, auſſi bien que celle d'Axume, un très-grand nombre de Manuſcrits, a été fondée par la Reine Maqueda elle-même, & qu'il s'y trouve des Livres écrits de la propre main d'Enos, d'Abraham, de Salomon & d'Eſdras. Ils diſent que la même Reine leur apprit la Loi Judaïque qu'ils retinrent juſqu'au tems où l'Eunuque de la Reine Candace baptiſé par le Diacre Philippe, y apporta le Chriſtianiſme qui s'y eſt conſervé juſqu'aujourd'hui, & nonobſtant lequel ils ont retenu l'uſage de la Circonciſion conjointement avec celui du Batême, auſſi bien que le Sabbath, la pluralité des femmes & le divorce des Juifs. On reconnoît outre cela que leur langage approche beaucoup de l'Hébreu & du Chaldéen, & qu'ils liſent & écrivent auſſi de la droite à la gauche. De ſorte qu'on pourroit croire que ce qui donna lieu à Maqueda d'avoir la curioſité de viſiter Salomon,

mon, furent les rapports que lui firent de la grandeur & de la ſageſſe du Roi ces mêmes Facteurs négociant pour ſon compte en Afrique par la Flotte de Tarſcis. Mais je ſuis fort éloigné d'adopter cette derniere opinion.

La Reine qui viſita Salomon peut avoir eu le nom de Maqueda, quoique l'Ecriture ne le diſe pas; mais elle étoit Reine de Saba; elle vint avec des chameaux, elle lui apporta de ſon pays 120 talens d'or, une quantité infinie d'aromates & de pierres précieuſes. Or toutes ces choſes, à l'exception de l'or, ne pouvoient venir de l'Abyſſinie, car on n'y trouve ni pierres précieuſes, ni aromates, ni même des chameaux; & au contraire tout cela ſe trouve de l'autre côté de la Mer rouge dans l'Arabie heureuſe, où l'on reconnoît auſſi qu'étoit l'ancienne Saba, nommée aujourd'hui Zibit ou Zebit. C'étoit donc de cette Arabie que venoit Maqueda, & en ce cas les relations qu'elle avoit eues de Salomon ne pouvoient pas lui être venues par la Flotte de Tarſcis ni par les Facteurs que Salomon avoit en Afrique, mais bien plutôt par ceux qui paſſoient devant l'Arabie pour aller avec la Flotte d'Hiram à Ophir. Et c'eſt peut-être par cette raiſon que l'Hiſtorien du Livre des Rois parlant des préſens que la Reine de Saba avoit faits à Salomon, dit dans le verſet ſuivant: „la Flotte d'Hiram, qui appor„toit l'or d'Ophir, apporta auſſi en même tems une quantité de bois „très-rares & des pierres précieuſes." Cependant je conçois fort bien comment peut être fondée la prétenſion des Abyſſins, tant pour la généalogie de leurs Rois, que pour leur Bibliotheque d'Embie, leur Judaïſme, leur langage, leur écriture & le reſte. Car il faut ſavoir que les Abyſſins ou Abeſſins ſont effectivement ſortis de l'Arabie heureuſe, que paſſant de l'autre côté de la Mer Rouge ils ſe ſont établis premiérement ſur la Côte d'Abex, qui s'étend le long de cette Mer & du détroit de Babelmandel; qu'enſuite ils ſe ſont emparés peu à peu de la partie ſupérieure de l'ancienne Ethiopie, qui eſt l'Abyſſinie d'aujourd'hui, mais moins conſidérable qu'elle l'étoit avant que les Turcs à l'Eſt & les Giaques au Sud l'euſſent reſſerrée par leurs conquêtes dans des bornes aſſez étroites, qui ſont entre les 61 & 73 degrez de

longitude & les 18 & 16 de latitude ſeptentrionale. Et voilà comme les Abyſſins y ont tranſplanté une tradition qu'ils avoient apportée avec eux de l'Arabie heureuſe. Mais, ſi ce qu'ils diſent de leurs Bibliotheques & ſurtout des Manuſcrits de celle d'Embie eſt vrai, il ſeroit bien à ſouhaiter que quelque Voyageur verſé dans les anciennes Langues orientales pût s'en procurer une copie exactement deſſinée. Cela pourroit ſe faire par le moyen des Hollandois, qui ſont beaucoup mieux avec les Abyſſins qu'aucun autre Peuple de l'Europe. Il faudroit qu'il s'aſſurât ſi le Livre d'Enos n'eſt pas celui d'Enoch cité par St. Jude dans ſon Epitre Catholique; ſi celui d'Abraham eſt différent de la Jetſira ou du Livre de la Création qui a été imprimé à Mantoue en 1552 avec les commentaires de R. Saadias Gaon & de quatre autres; ſi celui de Salomon ſeroit ce fameux Livre dont parle l'Hiſtorien Joſephe; & ſi enfin celui d'Esdras eſt en caracteres Chaldéens ou quarrés qu'on croit qu'il a introduits le premier dans l'Hébreu, laiſſant les anciens Hébraïques aux Samaritains, qui les regardent encore aujourd'hui comme ceux dont Moïſe ſe ſervit pour écrire la Loi que Dieu lui donna.

SE-

SECOND DISCOURS
SUR LES
TALENS DU LITTÉRATEUR.

PAR M. DE CATT. (*)

Lorſque je reçus le titre honorable de membre de cette illuſtre Académie pour la Claſſe des Belles Lettres, je crus devoir, pour mon inſtruction particuliere, faire un abrégé de tout ce que je connoiſſois de plus utile ſur les qualités & les devoirs d'un Littérateur.

J'apperçus dans les auteurs que je conſultois, des oppoſitions apparentes qu'il falloit lever, des contrariétés réelles qu'il falloit concilier, des obſcurités qu'il falloit diſſiper & des omiſſions auxquelles il falloit ſuppléer. Peu à peu mon abrégé devint un Mémoire, ou plutôt une ſuite de Mémoires, que je crus devoir ſoumettre au jugement de l'Académie. Je ſentis que ſon approbation & ſa cenſure me ſeroient également utiles; ſon approbation, par l'aſſurance qu'elle me donnera d'avoir trouvé la vérité, & ſa cenſure, par les moyens qu'elle me fournira de corriger mes erreurs.

Il y a deux ans, Meſſieurs, que je commençai à vous expoſer mes idées ſur cette matiere, dans une ſolemnité pareille à celle d'aujourd'hui; mais pour ne pas abuſer de la patience de mes auditeurs, & ne pas conſumer ſeul un tems dont une partie fut mieux employée par mes Confreres, je ne donnai qu'une ſeche analyſe de mon travail: j'en traiterai aujourd'hui une partie plus en détail, réſervant le reſte pour d'autres occaſions.

(*) Voyez le premier, Tome XX, p. 484 & ſuiv.

Le fil de mes idées m'a conduit à diſtinguer & à définir les facultés de notre ame, en tant qu'elles ſervent à la littérature; à examiner en quelle proportion elles concourent à former un littérateur parfait; & à rechercher ſi l'art peut fortifier & accroître la faculté qui ſeroit au deſſous de la proportion requiſe.

Je ne rappellerai point les définitions que j'ai données dans mon premier Mémoire: puiſque ces facultés définies ſont uniquement appliquées à la littérature, elles tendent toutes dans l'Ecrivain à produire le bon & le beau, & dans le Lecteur à le découvrir.

Le *Bon*, en littérature comme partout ailleurs, eſt ce qui répond à ſon but; car tout a un but, tout eſt deſtiné à une fin; & ce qui ne répond pas à cette fin, eſt mauvais. Le but même eſt *mauvais*, lorſqu'il n'eſt pas conforme à la nature de l'homme, auquel je me borne pour éviter une métaphyſique auſſi ſublime qu'inutile à mon but, & qui par conſéquent ſeroit mauvaiſe dans ce Mémoire, quelque bonne qu'elle fût en elle-même.

Le Littérateur n'écrit que pour être lu; & il ne le ſera point, ſi ſon ouvrage manque de juſteſſe dans les penſées, d'ordre & de proportion dans les parties principales, & de clarté dans l'expreſſion. Qui pourroit ſoutenir la lecture d'un livre, ou inintelligible, ou rempli de propoſitions, je ne dirai pas fauſſes & abſurdes, mais mal arrangées! Je trouve au commencement des idées obſcures & des aſſertions douteuſes, des éclairciſſemens & des preuves diſperſées dans le corps de l'ouvrage, des propoſitions incidentes détaillées faſtidieuſement, tandis que les principales ſont à peine indiquées; j'abandonne le livre à jamais; il eſt mauvais. Tout ouvrage de l'art eſt *mauvais* s'il ne garde pas l'ordre & la proportion dans les parties eſſentielles; c'eſt cet ordre & cette proportion qui conſtituent le *bon*. La juſteſſe des penſées & la clarté de l'expreſſion ſont manifeſtement des parties eſſentielles d'un ouvrage de littérature.

Il faut de plus que l'ouvrage attache, qu'il plaiſe, qu'il ſoit *beau*. Le *Beau* a pour objet le coloris, la maniere de préſenter les penſées,

ſées, les tranſitions & l'ordre des moindres parties. Son influence s'étend juſqu'aux écrits faits pour inſtruire: elle n'eſt pas bornée aux ouvrages de pur agrément où les beautés ſont indiſpenſables. Si une énergie fiere & terrible doit régner dans la Tragédie, une gaieté noble dans la Comédie, une majeſté ſublime dans l'Epopée, un enthouſiaſme judicieux mais vrai dans l'Ode, une ſimplicité touchante dans l'Eclogue; ſi le cœur ſeul doit dicter l'Elégie; ſi la connoiſſance du monde doit dominer dans les Romans, ſi l'harmonie la plus brillante & les figures les plus hardies doivent éclater dans les vers; il eſt des beautés également agréables quoique plus ſimples, qui peuvent ſe montrer dans les écrits deſtinés à inſtruire, douce gravité dans l'Hiſtoire, auſtérité inſinuante dans la Morale, noble ſimplicité dans l'Hiſtoire naturelle, préciſion élégante dans la Phyſique, clarté attrayante dans la Métaphyſique, & partout pureté de langage ſans affectation, & uniformité de ſtile ſans monotonie. Qui oſeroit exclure du nombre des Littérateurs Lucrece parce qu'il a traité la Phyſique, Aratus & Manile parce quils ont parlé d'Aſtronomie, Platon & Ciceron parce qu'ils ont écrit ſur la Morale & ſur la Métaphyſique? La Littérature les avoue pour ſiens, non pas à cauſe des ſujets qu'ils ont traités, mais à cauſe de la maniere dont il les ont traités. (*)

C'eſt en prêtant ſes ornemens aux ſujets les plus graves, que la Littérature peut embraſſer les merveilles de la nature, les devoirs de l'homme, la prévoyance du Légiſlateur, la prudence du politique, les progrès de l'eſprit, tout, hors les mathématiques; la Littérature ne prétend pas attacher toutes les ſciences à ſon char; elle s'offre à les accompagner pour aſſurer leur triomphe, & pour ſemer ſous leurs pas les fleurs qu'elle fait éclore.

Les ſciences, je l'avoue, peuvent ſe paſſer de ces fleurs, & triompher ſans ce ſecours. Elles ne viſent qu'à l'inſtruction. Un ouvrage

(*) *Si ornate locutus eſt, ſicut fertur & mihi videtur, phyſicus ille Democritus, materies illa fuit phyſici de qua dixit, ornatus vero ipſe verborum oratoris putandus eſt.* Craſſus apud Cicer. *de Orator.* Lib. I. §. 11.

vrage de cette nature eſt eſtimable s'il eſt *bon* ſans être *beau*, & il eſt mépriſable s'il eſt *beau* ſans être *bon* (*); mais il eſt parfait s'il eſt tout à la fois *bon* & *beau*. Tous les ſuffrages ſe réuniſſent en faveur du philoſophe qui ſait joindre l'agréable à l'utile, comme en faveur du poëte qui mêle l'utile à l'agréable.

Cependant un ouvrage fait pour plaire peut être *bon* ſans contenir des vérités utiles; il ſuffit qu'il ait le degré de bonté qui lui convient, mais il n'eſt rien s'il n'eſt que bon. Une Tragédie très réguliere mais peu touchante, dialoguée avec décence mais ſans intérêt, verſifiée avec exactitude mais ſans élégance, ſeroit bonne, & elle ne ſeroit *rien*, parce qu'elle ſeroit froide. Dans les écrits de cette eſpece on préfere la *beauté* à la *bonté*. (**) Les meilleures Tragédies de Corneille ſont remplies de fautes, & tout le monde les admire; celles de Campiſtron ſont fort régulieres, & perſonne ne les lit; les Campiſtrons évitent le blâme, ils ne méritent point d'éloge. (*.*) Pour s'attirer de juſtes louanges, pour atteindre à la perfection de ſon art, il faut que l'auteur d'un ouvrage d'eſprit réuniſſe le beau au bon; ou plutôt il faut qu'il ſe ſouvienne qu'un poëme, un roman eſt *mauvais*, dès qu'il n'eſt pas beau; il ne répond pas à ſon but, il ne remplit pas ſon objet. Si un livre ſcientifique peut être *bon* ſans être *beau*, ſi au contraire un ouvrage d'agrément ne peut être bon que lorſqu'il eſt *beau*, cette différence vient de la différence de l'objet. L'objet des ſciences eſt le *vrai*, l'objet de la Littérature eſt le *beau;* les ſciences cherchent le vrai avec une attention ſoutenue & laborieuſe, non ſeulement dans la propoſition principale, mais dans toutes les propoſitions acceſſoires. Elles examinent ſcrupuleuſement leur moindre démarche, & ſe ren-

(*) Si l'on juge par cette regle ſi conforme au bon ſens les modernes qui s'arrogent le nom de philoſophes, combien on en trouve de mépriſables!

(**) *Omne tulit punctum qui miſcuit utile dulci - - -*
Non ſatis eſt pulchra eſſe poemata, dulcia ſunto,
Et quocunque volent animum auditoris agunto.

(*.*) *- - - Vitavi denique culpam,*
Non laudem merui.

rendent compte de l'aſſertion la moins importante; ou plutôt elles rejettent toute aſſertion qui n'eſt pas néceſſaire.

La Littérature cherche le beau; & s'il faut de la réflexion & de la peine pour le trouver dans le choix des ſituations, dans la liaiſon & dans le développement des événemens, & dans le ton général du ſtile; il ne faut ni réflexion ni peine pour trouver les vraies beautés du détail. Celles de l'enſemble ſe trouvent dans la littérature, comme le vrai dans les ſciences. Les beautés de détail s'offrent d'elles-mêmes au Littérateur, elles ceſſent d'être des beautés, dès qu'elles ſe font rechercher; j'en appelle au dégoût général qu'on a pour tout ce qui eſt affecté. Que Racine arrange péniblement le plan de ſes tragédies, on le loue; il cherche le *bon*, & le bon eſt en littérature ce qu'eſt le vrai de conſéquence dans les ſciences. Que du Toureil ſe batte les flancs pour donner de l'eſprit à Démoſthene, on le blâme; il cherche le *beau*, & le beau eſt pour le littérateur ce que le vrai d'évidence eſt pour le philoſophe.

C'eſt en vain qu'on demande quel eſt ce beau dont on parle tant, dont on eſt frappé, ſaiſi, enchanté; quel en eſt le fond, la nature, la notion préciſe, la véritable idée. Ceux même qui font ces queſtions, qui ſe plaignent qu'on détaille ce qui eſt *beau* ſans dire ce que c'eſt que *le beau*, & qui promettent de répondre à cette demande, ou n'y répondent point du tout, ou y répondent par des paroles vuides de ſens. L'un diſtribue *avec beaucoup de ſagacité & de philoſophie le beau dans ſes différentes eſpeces*, & tâche de prouver qu'il y a *un beau eſſentiel, indépendant même de la volonté du Créateur, un beau naturel & un beau arbitraire.* Mais il ne donne point la définition du genre, celle du beau en général; c'eſt bien répondre, ſuivant le ſtile ordinaire, parfaitement juſte à la queſtion qu'il ne ſe fait pas, & point du tout à celle qu'il ſe fait. L'autre aſſure *que la ſeule qualité dont la préſence rend tous les êtres beaux, dont la fréquence ou la rareté les rend plus ou moins beaux, dont l'abſence les fait ceſſer d'être beaux, qui ne peut changer de nature ſans faire changer le beau d'eſpece,*

& dont la qualité contraire rendroit les objets les plus beaux désagréables & laids ; celle en un mot par qui la beauté commence, augmente, varie à l'infini, décline & diſparoit, eſt (admirez le génie de l'homme) eſt *la notion des rapports.* Oui, dit-il, *le beau hors de moi eſt tout ce qui contient en ſoi de quoi réveiller dans mon entendement l'idée de rapports ; & le beau par rapport à moi tout ce qui réveille cette idée à l'exception des qualités relatives au goût & à l'odorat* (il devoit ajoûter l'attouchement) *qu'on eſt convenu de déſigner par un autre terme.* Que peut-on objecter à cette définition? Elle eſt vraie, il *n'y a que la notion des rapports capable des effets qui caractériſent le beau.* La ſeule qualité commune ſelon laquelle tous les Etres que nous trouvons beaux conviennent, c'eſt la notion des rapports, qui conſtituent la beauté, quels qu'ils ſoient. Elle eſt générale. Le *principe de la perception des rapports appliqué à la nature du beau eſt ſi général qu'il eſt difficile que quelque choſe lui échappe.* D'ailleurs *nos beſoins & l'exercice le plus immédiat de nos facultés conſpirent, auſſitôt que nous naiſſons, à nous donner des idées d'ordre, d'arrangement, de ſymmétrie, de mécaniſme, de proportion, d'unité*, que l'uſage continuel nous rend très familieres. *Notions d'ordre, d'arrangement, de ſymmétrie, mots qui ne déſignent que différentes manieres d'enviſager les rapports ;* c'eſt pourquoi l'on peut employer l'idée de rapports dans une définition du beau, ſans être accuſé de ſubſtituer un terme à la place d'un autre, & de tourner dans un cercle vicieux.

Je loue ce Philoſophe du ſoin qu'il ſe donne pour écarter de ſa définition tout ſoupçon de cercle vicieux. Mais ſa Logique eſt-elle également exacte & ſcrupuleuſe dans les autres articles? Eſt-il bien vrai que les mots d'ordre, d'arrangement, de ſymmétrie, ne déſignent que des différentes manieres d'enviſager les rapports? L'idée que nous attachons à ces mots, n'a-t-elle rien de plus que l'idée générale de rapports? Entre les ſoldats d'une armée en déroute il y a pluſieurs rapports; cependant il n'y a ni ordre, ni arrangement, ni ſymmétrie; & ſi le beau conſiſtoit dans les notions que ces mots ajoutent à la notion

géné-

générale de rapports, pourroit-on dire *que, quels que ſoient les rapports, ce ſeront eux qui conſtitueront la beauté?*

Chacun de ces mots déſigne une collection d'idées différente des autres. Il y a de l'arrangement entre les membres du tableau d'Horace(*), il n'y a ni ordre, ni ſymmétrie; il y a de l'arrangement & de l'ordre dans les livres d'une bibliotheque, ordinairement il n'y a point de ſymmétrie; lequel de ces rapports conſtitue le beau? Tous, dit l'auteur; je prétens que, *quels que ſoient les rapports, ce ſont eux qui conſtituent la beauté.* Mais tous les êtres ont des rapports entr'eux; les parties de tout être compoſé ont des rapports entr'elles; tout a de quoi exciter dans mon entendement la notion de rapports; donc tout eſt beau. Sans doute toute fleur eſt belle, tout poiſſon eſt beau, *mais de quel beau? de celui que j'appelle beau réel.* Quoique tout ne ſoit pas beau du *beau relatif*, qui dépend *des rapports convenables avec les choſes auxquelles il en faut faire la comparaiſon*, tout eſt beau de ce beau qui réſulte des rapports réels, de ces rapports que l'eſprit apperçoit & ne crée pas; car la beauté ne tire jamais ſon origine des rapports *intellectuels* ou *fictifs*, de *ceux que l'entendement humain ſemble mettre dans les choſes.* Cette réflexion, continue l'auteur, ſert de réponſe *à la ſeule, du moins à la plus forte objection qu'on puiſſe me faire.*

Pour ſentir la futilité de cette réponſe, on n'a qu'à écouter l'explication que l'auteur même donne de ſa diſtinction; un ſtatuaire jette l'oeil ſur un bloc de marbre; ſon imagination, plus prompte que ſon ciſeau, en enleve toutes les parties ſuperflues, & y diſcerne une figure: mais cette figure eſt proprement imaginaire & fictive. Elle peut être belle ou laide, mais non le corps informe d'où on la fait ſortir

(*) *Art Poët.* au commencement *Humano capiti* - - - -
Je ſuppoſe que l'auteur n'attache pas la même idée au mot ordre & au mot arrangement; je ne ſais pas quelle différence il y met: ſelon moi arrangement dit moins qu'ordre, & ordre moins que ſymmétrie. Dans ce tableau il y a de l'arrangement: d'abord la tête; enſuite le cou; après les autres membres; enfin la queue: il n'y a point d'ordre ni de ſymmétrie; tête d'homme, cou de cheval, plumes de differens oiſeaux, membres de differens animaux, queue de poiſſon.

tir. *J'entens les rapports fictifs, ceux que l'entendement humain ſemble mettre dans les choſes*, ce ſont ceux que l'entendement conçoit comme exiſtans, quoiqu'ils n'exiſtent pas; ceux qu'auroit l'objet qu'on imagine, ſi réellement il étoit tel qu'on l'imagine; & cet objet ſeroit beau, ſi on l'avoit imaginé beau; il ſeroit laid, ſi on l'avoit imaginé laid, & s'il exiſtoit tel qu'on l'a imaginé: en un mot ce qui eſt beau eſt beau, ce qui eſt laid eſt laid, réel ou imaginaire, n'importe.

Quand il ſeroit vrai que tout ce qui eſt beau, contient en ſoi de quoi réveiller l'idée de rapports, cela ne ſuffiroit pas, il faudroit que tout ce qui excite cette idée fût beau; que tout ce qui ne la réveille point, fût laid; & que la même choſe fût belle ou laide ſelon la maniere de l'enviſager avec ſes rapports ou ſans ſes rapports; ou que tout fût beau ſi notre eſprit eſt forcé de reconnoître les rapports partout où ils ſont, ce qui n'eſt pas. Non, dit l'auteur, cela n'eſt pas, *ſelon l'acception générale & commune du terme beauté*, mais je crois que, *philoſophiquement parlant, tout ce qui peut exciter en nous l'idée de rapport, eſt beau.*

Eſt-ce donc parler philoſophiquement que de changer la ſignification générale & commune des mots? Si cela eſt, je laiſſe ce privilege aux philoſophes; & éclairé par le flambeau du ſens commun, je cherche en littérateur quel eſt ce beau dont tous les hommes parlent tant, dont ils ſont frappés, ſaiſis, enchantés. Cette recherche fera le ſujet d'un autre Mémoire.

DISCOURS
SUR LES
AVANTAGES DE LA VERTU.
PAR M. TOUSSAINT. (*)

Je crois ne pas déroger à ma vocation en traitant une matiere qui eſt du reſſort de la morale: c'eſt à l'occaſion d'un ouvrage ſur les mœurs que les premiers regards du Roi ſont tombés ſur moi.

Je voudrois qu'on s'attachât à la vertu par pur amour pour l'ordre, ſans eſpoir de récompenſes temporelles. Je ne ſais ſi je ne voudrois pas même faire abſtraction de celles de l'autre vie; mais je craindrois en appuyant ſur cette idée d'encourir le ſoupçon de quiétiſme. D'ailleurs, comme la plûpart des hommes ont des vûes petites & intéreſſées, il faut les prendre par leur foible, & les bien convaincre qu'il leur importe pour leur bien-être, même temporel, d'être vertueux; & c'eſt à quoi j'ai deſtiné les réflexions ſuivantes.

Les *immortaliſtes*, je veux dire ceux qui ſont profeſſion de croire l'ame immortelle, (claſſe nombreuſe, dans laquelle tout bon eſprit doit ſe ranger,) ſont perſuadés que la vertu ſera récompenſée, au moins dans une autre vie; l'idée qu'ils ont de Dieu leur en répond. Dès qu'on admet un Dieu, on le ſuppoſe juſte; & s'il eſt juſte, il faut qu'il couronne la vertu. Mais, ce qu'on ne croit pas auſſi univerſellement, c'eſt qu'elle ſoit même récompenſée dès cette vie-ci: & je voudrois une bonne fois diſſuader ou confondre ceux qui paroiſſent en douter; je voudrois les convaincre qu'ils ſe plaignent à tort; & que ſi les prix temporels de la vertu leur ſont refuſés, c'eſt qu'ils ne leur appartiennent pas.

(*) Lu dans l'Aſſemblée publique du 5. Juin, 1766.

Depuis que les hommes vivent enſemble ſous des gouvernemens réglés, ils ſe ſont forgé des biens d'opinion qu'ils n'auroient pas connus dans l'état de pure nature; des pieces de métal jaune ou blanc, où ils ont empreint quelque image; des cailloux brillantés, qu'ils jugent d'un prix ineſtimable; des morceaux d'émail taillés en croix; des robes teintes en cramoiſi; des banderoles de ſoie, des noms, des titres, des qualités: & ils ſe ſont ſi bien accoutumés à regarder tout cela comme des choſes précieuſes, que quand on ne leur en donne pas pour de la vertu, ils ont regret d'être vertueux, ou croyent l'avoir été gratis. Mais en vérité, quand on les payeroit comme ils le demandent, n'auroient-ils pas lieu de ſe plaindre bien plus légitimement de ce qu'on leur auroit donné pour leur vertu ce qui eſt tous les jours le ſalaire de la violence, de la brigue & de la flatterie?

Le plus ſouvent, dans la diſtribution que Dieu fait de ſes dons, nous voyons d'une part de grands talens ou de grandes vertus, ſans fortune, ſans diſtinctions, ſans prééminence; tandis que le vice & l'ineptie ſont décorés de richeſſes, d'honneurs & de grandes places. Nous appelons cela un partage inégal. Il l'eſt effectivement: mais l'avantage eſt du côté de ceux qui poſſedent ou les vertus ou les talens. Et ce que je dis là eſt ſi avoué, qu'il n'eſt pas un homme ou vertueux ou grand artiſte, qui conſentît, s'il en avoit le choix, d'abandonner ou ſa vertu ou ſon talent, pour n'être que riche ou grand Seigneur.

Mais on voudroit tout avoir: avec une ame noble & grande, un génie heureux, une bouche diſerte, une plume délicate, un pinceau élégant, un burin diſtingué, un ciſeau créateur, on voudroit encore des revenus de millionnaires, des comtés, des gouvernemens, des cordons d'ordres. Eh! que reſteroit-il donc pour les hommes d'un mérite médiocre, ſi ceux que la providence a déjà mis au-deſſus des autres par un mérite ſupérieur, envahiſſoient encore les petites diſtinctions factices par où ſont dédommagés ceux qui n'ont que cette reſſource pour arriver à la conſidération?

C'eſt pour de ſi petits hommes, dites-vous, que la fortune s'épuiſe le plus ſouvent. Il y

Il y a ſans doute des exceptions à faire. Mais, ſans les faire, plus ce que vous dites-là ſera vrai, moins vous aurez à vous plaindre: car voudriez-vous à ce prix qu'elle vous favoriſât auſſi? Il faut ſavoir ſe contenter du lot qu'on a reçû du ciel; & il n'eſt pas difficile de s'en contenter quand on eſt le mieux partagé.

Forcé de vous rendre à cet argument, vous cédez pour un moment: mais, tirant avantage des exceptions que je veux qu'on faſſe, vous ſuppoſez qu'au moins quelquefois la vertu eſt récompenſée par des honneurs & des richeſſes: or, dites-vous, puiſqu'avec la mienne je ne parviens ni à ces richeſſes ni à ces honneurs, il faut bien convenir que je ſuis plus mal traité que ceux qui y arrivent par la même voie.

Autant de ſophiſmes que de mots: vous ne portez que ſur des hypotheſes ruineuſes. Vous ſuppoſez que les dignités & l'opulence ſont des biens réels; que ce ſont les ſeuls; & que les vertueux qui en jouiſſent les ont acquis par leur vertu: or tout cela eſt faux.

1°. Il eſt faux que les titres & les poſſeſſions ſoient des biens réels: ce ſont des charges, des aſſujettiſſemens, des moyens de corrompre les mœurs; l'embarras qu'ils traînent avec eux n'eſt pas compenſé par le plaiſir de la jouiſſance; car l'embarras eſt perpétuel, & le plaiſir n'eſt que paſſager. On n'eſt aiſe que fort peu de tems, d'avoir obtenu un ſurcroît de biens ou d'honneurs: ſix mois paſſés ſur la jouiſſance ſont plus qu'il ne faut pour la rendre inſipide, & elle l'a toujours été pour qui en jouit dès la naiſſance. Allez dans les palais des Princes, ou dans les hôtels des gens de fortune, dont vous enviez le bonheur & la douce tranquillité; allez vous informer de la ſituation de leur ame: vous apprendrez d'eux, pour peu qu'ils s'ouvrent, qu'ils ſont comme vous, ſinon plus encore, devorés de ſoucis cuiſans, inquiétés par des deſirs, tourmentés par des beſoins. Semblables à de jeunes enfants, nous ſoupirons longtems pour quelques joyaux de vil prix: les avons-nous, le dégoût nous prend auſſi-tôt, nous les voudrions échanger, & nous ſommes étonnés nous-mêmes de les avoir tant deſirés.

2°. Quand je vous paſſerois que ces prétendus biens qui vous manquent ſoient plus réellement biens qu'ils ne le ſont, au moins faudroit-il m'ac-

m'accorder auſſi que ce ne ſont pas les ſeuls; qu'il en eſt d'autres qui les valent bien, tels que la paix de l'ame, la ſanté du corps, les talens, les reſſources néceſſaires pour ſatisfaire à nos beſoins: ajoutez ſi vous le voulez, pour les ames ſenſibles à la gloire, un peu de célebrité. Or non ſeulement on peut obtenir tout cela ſans les honneurs & ſans les richeſſes, mais même ni les richeſſes ni les honneurs ne contribuent à les procurer. Le témoignage d'une bonne conſcience eſt le fruit des bonnes mœurs; or on les peut avoir très-bonnes ſans porter un manteau ducal & ſans nager dans l'opulence. On peut ſous une ſimple chaumiere auſſi-bien, & ſouvent mieux, que ſous des lambris dorés, avoir le corps ſain & l'ame tranquille. On peut ſans fortune & par ſa ſeule induſtrie fournir à tous ſes beſoins. Quant à la gloire, c'eſt par des talens éminens qu'on parvient à l'acquérir: l'or, les ſceptres, & les diademes n'y font rien. Les noms de cent mille Rois, & d'un nombre infini de riches, ſont enterrés dans la pouſſiere des tombeaux, tandis que ceux de Démoſthene, de Phidias & d'Apelle, de Paul-Emile & de Caton, d'Homere, d'Horace & de Virgile, vivent encore au milieu de nous.

3. S'il eſt quelques hommes vertueux, que la fortune ait bien traités, ce n'eſt pas parce qu'ils étoient vertueux; autrement elle traiteroit de même tous ceux qui le ſont: c'eſt parce qu'ils avoient ou des protecteurs, ou des amis, ou de l'ardeur à ſe produire. On ne ſauroit croire combien il eſt aiſé de s'avancer dans le monde: pour y réuſſir il ne faut abſolument que le vouloir, mais le vouloir conſtamment. On vous diſpenſe même de mérite, pourvû que vous ayez de l'activité: mais c'eſt préciſément ce qu'ont moins que les autres les hommes d'une portée un peu haute; parce que ſe repoſant ſur ce qu'ils valent, ils rougiroient de demander ce qu'ils croyent qu'on doit leur offrir. Ou, s'ils deſcendent juſqu'à ſolliciter, ils ont encore contre eux d'être incapables d'intrigues, de feintes, de détours, de baſſeſſes: ces gens-là ne ſavent ni ployer ni ramper; & cela donne ſur eux de grands avantages à leurs concurrens.

J'ai dit cependant qu'il eſt pour la vertu des récompenſes même dès cette vie: il faut donc que je lui en trouve d'autres que les richeſſes & les honneurs.

D'abord

D'abord ce ne ſeroit pas la mal payer que de lui aſſigner pour ſolde cette douce ſatisfaction qu'éprouve une ame contente d'elle-même, d'où réſulte un bien-être à peu près analogue à celui que donne au corps une ſanté parfaite: les athées n'en attendent guere d'autre effet; & cependant il y a des athées qui la reſpectent & la pratiquent.

Il ne faudroit qu'avoir fait en ſa vie une ou deux actions vertueuſes pour ſavoir par expérience le plaiſir qu'on goûte à en faire; donc il n'y a perſonne qui ne le ſache, car il n'eſt ſi méchant homme ſur terre qui n'ait fait quelque bonne action. Ainſi que dans l'ordre phyſique il n'y a aucun corps parfaitement dur ou parfaitement mou, il n'y a non plus dans l'ordre moral, ni d'hommes vertueux ſans foibleſſes, ni de vicieux ſans bonnes qualités: mais, comme cette impreſſion de plaiſir née du contentement qu'on a d'avoir fait une bonne action n'a été que momentanée, & ne s'eſt pas répétée ſouvent dans la plûpart des hommes, faute d'un fonds propre à la reproduire, il eſt rare qu'ils ſoient convaincus que cette ſorte de plaiſir ait aſſez de ſolidité, de durée & d'intenſité pour contribuer notablement à leur bonheur. Moi je voudrois les en convaincre en analyſant ce plaiſir.

Je le fais conſiſter dans l'eſtime raiſonnable que la connoiſſance de notre vertu nous donne de nous-mêmes: & pour prouver que cette connoiſſance eſt un plaiſir, vôici la marche que je tiens.

Je ſuppoſe que du haut d'un terrre élevé vous promeniez vos yeux ſur toute l'étendue d'un vaſte héritage, où toutes les richeſſes de la campagne artiſtement diſtribuées par compartimens forment à la vûe un parterre agréable: vous jouiſſez avec plaiſir de ce beau ſpectacle; il vous donne même, ſans que vous ſachiez trop pourquoi, une ſorte de conſidération pour le propriétaire de ce domaine; dans le peuple cette conſidération va juſqu'au reſpect, c'eſt l'arpenteur qui regle la meſure de vénération qu'un vaſſal a pour ſon Seigneur.

Mais, ſi de ſimple ſpectateur de cette belle terre vous en deveniez tout à coup poſſeſſeur, cette conſidération que vous aviez pour autrui, vous la prendriez pour vous-même, l'idée de votre être s'ag-

grandiroit au fond de votre ame; & plût à Dieu que vous n'en donnaſſiez pas au dehors quelques indices par des dédains & des hauteurs.

De même, dans l'ordre moral, la vertu plaît en autrui: mais elle ravit quand on la poſſede ſoi-même. Dans les autres, elle n'eſt gueres qu'un ſpectacle, qui à la vérité nous plaît & nous charme: mais, dans nous-mêmes, c'eſt un bien réel dont nous jouiſſons: or le plaiſir de jouir eſt plus grand que celui de voir.

J'accorderai, ſi l'on veut, que le plaiſir qu'on éprouve à voir la vertu dans les autres a quelque autre fondement que la ſimple beauté du ſpectacle; comme peut-être, par exemple, la joie de voir un de nos ſemblables faire honneur à ſon eſpece, joie qui tient à l'amour propre: & quel ſentiment n'y tient pas? nous nous faiſons gloire d'être membres d'une ſociété capable de certains traits de grandeur; à peu près comme au Barreau, un orateur, quoiqu'obſcur, tire avantage d'être dans un ordre illuſtré par les Patru, les Cochin & les le Normand.

Mais il n'en ſera que d'autant plus vrai que quand ces traits de grandeur vûs en nous-mêmes auront porté ſur nous l'eſtime que nous avions pour autrui, ce ſera un plaiſir bien plus vif encore, puiſqu'il tiendra de plus près à l'amour propre. Car, s'il m'eſt agréable de voir une créature de mon eſpece faire des actes de vertu, combien m'eſt-il plus agréable d'en faire moi-même! J'aime mieux un éclat qui m'eſt propre que celui que j'aurois d'emprunt.

Et ne croyez pas que les plaiſirs occaſionnés par la vertu en ſoient moins purs pour émaner de l'amour propre: la vertu n'employe rien d'impur, ou elle épure ce qu'elle employe.

Vous m'oppoſerez peut-être que cette douce ſatisfaction d'une ame qui ſe complaît en elle-même, & dont vous concevez, dites-vous, toute la ſuavité, ne ſoulage pourtant pas les douleurs du corps, & ne ſatisfait pas à ſes beſoins; que l'homme vertueux n'eſt pas moins brûlant qu'un autre dans un accès de fievre; que la goute le tourmente autant, & que ſa bonne conſcience n'appaiſe ni ſa faim ni ſa ſoif.

Quand

Quand j'avouerois ce que vous m'objectez, ce n'en ſeroit pas moins un raiſonnement injuſte. De ce que la vertu ne ſert pas à tout, s'enſuit-il qu'elle ne ſerve à rien? Et vos honneurs & vos richeſſes qu'il ſemble que vous lui préfériez, équivalent-ils à tous les biens, ou obvient-ils à tous les maux? La vertu fournit aux beſoins du cœur, les talens à ceux de l'eſprit, l'induſtrie à ceux du corps. il ne faut pas s'étonner que chacune de ces cauſes devienne inerte, & manque d'action, dès qu'on en prétend tirer des effets qui ne ſont pas les ſiens. Mais je vais plus loin, & je ſoutiens 1°. qu'il y a des maux qu'écarte la vertu; 2°. qu'il y a des avantages qu'elle procure; 3°. que pour les biens qu'elle ne ſauroit donner, elle en rend la privation moins ſenſible à qui en eſt privé, 4°. qu'elle rend la jouiſſance de ces mêmes biens plus délicieuſe à qui les poſſede; 5°. que pour les maux dont elle ne garantit point, elle les rend au moins plus ſupportables: au lieu que la corruption du cœur aggrave au contraire tous les maux, & empoiſonne tous les biens.

1°. Pour ſavoir de combien de maux on peut être affranchi par la vertu, il n'y a qu'à compter ſi l'on peut tous ceux qu'entraînent après eux les vices, ſoit comme ſuites néceſſaires, ou comme châtimens infligés; les mépris, l'infamie, les inquiétudes, les craintes; les maladies, & les ſupplices; & ce qui peut-être eſt pis encore que tout cela, les troubles & la terreur qu'excitent des remords inſurmontables.

2°. Les avantages qu'elle procure ſont au contraire l'eſtime publique, le calme & la ſécurité, une quiétude parfaite, une joie pure, une ſérénité ſans nuages, que ne donnent point les richeſſes ni les vaines grandeurs de ce monde.

Examinez le ſage Euphraſte: en quelque temps que vous le preniez, vous lui verrez toujours un viſage riant, un air ouvert, un abord affable, un front ſérein; rien ne le trouble, rien ne l'abbat. Il porte cependant intérieurement deux germes féconds en afflictions, un cœur tendre & délicat, & une ame ſenſible aux malheurs d'autrui. Mais, ſi vous avez des peines, il les ſoulage; s'il en a lui-même, il les dévore.

Une longue habitude l'a rendu maître de lui; au comble du bonheur il ſaura compatir à vos chagrins; percé de douleur il prendra part à votre joie. Or c'eſt ſa vertu qui produit en lui cette égalité d'ame admirable.

Le tempérament, me dira-t-on, y contribue peut-être autant que la vertu.

Je le veux bien, pourvû qu'on m'accorde, ce qu'il me ſemble avoir remarqué, que la ſorte de tempérament que je viens de crayonner eſt d'ordinaire celui des hommes vertueux; car la vertu ne ſympathiſe pas avec un génie fougueux, roide, fantaſque & impétueux.

Quoi qu'il en ſoit, toutes choſes égales d'ailleurs, l'homme vertueux & réglé dans ſes mœurs a ſans doute moins de hauts & de bas qu'un Libertin ſans principes, qui n'ayant jamais ſongé à s'étudier ni à ſe combattre, eſt ballotté ſans ceſſe par les impreſſions du dehors, par ſes paſſions, ſes intrigues, ſes deſirs ou ſes regrets.

3°. Pour les biens que la vertu ne procure pas par elle-même, elle y ſupplée abondamment, & ne nous laiſſe pas lieu de les regretter.

Etes-vous né ſans patrimoine: elle vous apprend que le travail vaut des thréſors; que la néceſſité qui vous y force eſt un bien pour vous; qu'il vous met à l'abri des vices qui ſont les ſuites de l'abondance & d'un loiſir deſœuvré; qu'il vous rend plus utile à la ſociété que des richeſſes tout acquiſes, que vous conſommeriez avec ennui; qu'il vous procure de la conſidération & de la gloire, qui touchent plus une belle ame que des monceaux d'or & d'argent; que cette gloire même à ſon tour pourra vous conduire à l'aiſance; & que l'aiſance acquiſe par cette voie, vous flattera beaucoup plus que ſi vous la teniez de vos peres.

Etes-vous confiné par le ſort au ſimple état d'homme privé: elle vous apprend que c'eſt de tous le plus heureux, celui qui vous expoſe le moins à ſervir les paſſions d'autrui, & qui vous laiſſe le moins en butte aux caprices de la fortune; que le vent qui déracine & renverſe

verſe ſi ſouvent les chênes plantés ſur la montagne ne fait qu'effleurer la cime de ceux qui garniſſent le vallon.

Elle a des conſolations & des indemnités pour tout. Quelqu'un a peu de cet eſprit ſaillant qui fait briller dans les cercles: il en ſera plus humble & plus modeſte; il n'offenſera perſonne par des railleries; il n'excitera point de rivalité. N'ayant pas l'art d'amuſer, il s'attachera davantage à ſe faire aimer; il ſera prévenant, officieux, ſerviable, ce que ſont rarement les gens agréables: ils ſe croyent quittes envers la ſociété quand ils l'ont fait rire.

Une femme a reçû peu d'agrémens de la nature: la vertu placée derriere un miroir lui crie de là qu'il faut racheter ces traits informes par un bon cœur, une conduite ſage, des ſentimens tendres, de la complaiſance & des égards pour ſon époux. Perſuadée, comme elle l'eſt, qu'on lui fait grace en l'aimant, il n'y aura rien qu'elle ne mette en œuvre pour ſe rendre plus digne d'être aimée. Jettez les yeux ſur le théatre du monde: parmi les femmes de cette eſpece-là vous en verrez beaucoup plus d'heureuſes, que parmi ces beautés conquérantes, à qui nul cœur, dit-on, ne réſiſte. On a bientôt pris ſa ſuffiſance d'une belle femme; on ne ſe laſſe point d'une bonne.

4°. Séparée des dons de la nature & de la fortune, la vertu les remplace & en tient lieu: rapprochée, elle jette deſſus une réverbération lumineuſe, qui en augmente l'éclat, le prix & même l'énergie. Le Prince qu'elle accompagne au faîte des grandeurs en eſt plus grand, plus chéri & plus reſpecté.

Il eſt plus grand, puiſqu'il eſt plus digne de ſon rang, & qu'avec les ſignes extérieurs d'un mérite prééminent, que ſuppoſe ſa place, il en a la réalité. Fait pour repréſenter Dieu ſur la terre, il le repréſente bien mieux avec de la vertu, puiſqu'il lui reſſemble davantage.

Il eſt plus chéri de ceux qu'il gouverne, parce qu'il les traite mieux. Fidele à ſa deſtination, il s'occupe ſans ceſſe de leur bonheur, leur félicité fait la ſienne. Il n'eſt que l'œconome des ſubſides qu'ils

lui payent, & ne ſe croit pas un centre abſorbant où toût doive s'engloutir. Ainſi le vaſte Océan reçoit dans ſon ſein les eaux des torrens & des fleuves, ſans que ce tribut des ondes ſubalternes groſſiſſe le volume des ſiennes; parce que reverſant toujours l'équivalent de ce qu'il reçoit, ſes pertes égalent ſes gains.

Il eſt plus reſpecté, puis qu'il obtient de tous les cœurs ce qui fait l'ame des reſpects, l'eſtime & l'admiration; tributs réſervés au mérite, que l'autorité ſeule n'eſt pas en droit d'exiger, & qu'elle n'a pas le pouvoir d'extorquer.

Ce que je dis ici du thrône peut s'appliquer en le reſtraignant à tous les poſtes éminens. Tout homme qui commande à d'autres, à l'indépendance près, fait en petit le rôle de Roi.

Elevez au contraire le méchant à un poſte éminent, c'eſt une chûte que vous lui préparez: il s'étourdira ſur la hauteur; il verra de là les hommes ſi petits & ſi foibles, qu'ils ne lui paroîtront mériter ni égards ni ménagemens. Son vertige alors tournant en fureur, du ſommet du pic où on l'a guindé, il fera des efforts violens pour écraſer cette fourmiliere humaine qui rampe à ſes piés: mais ces efforts mêmes lui faiſant perdre l'équilibre, il culbutera juſqu'au pié du mont, ne remportant de ſon élévation que des contuſions livides & des plaies mortelles.

Le riche vertueux eſt plus riche par ſa vertu même. Plus ſobre & plus tempérant, il a moins de beſoins à ſatisfaire. N'uſant que de plaiſirs licites il n'eſt pas dans le cas d'acheter à grand prix la licence de pécher. Reſpectable de ſon propre fond, & de plus modeſte, il n'a que faire de s'épuiſer en équipages, en bijoux, en meubles ſomptueux, pour attirer ſur lui les yeux & l'attention du public. Des épargnes que ſa ſageſſe lui ménage il forme à meſure de nouveaux fonds qu'il place à gros intérêts; ſa banque eſt le ſein des pauvres; le produit de ſa miſe, leur reconnoiſſance, & leurs vœux; mais ſon rembourſement c'eſt le ciel même qui s'en charge.

Pour

Pour l'homme ſans mœurs, rempliſſez ſes coffres d'or ou d'argent: vous ne le rendrez pas véritablement plus riche: vous ne faites qu'accroître ſa cupidité: de cet inſtant les deſirs lui viennent en foule. S'il poſſede dix fois plus qu'il ne poſſédoit, il a mille fois plus de deſirs qu'il n'en avoit. Loin d'être devenu plus ſecourable, il ſera plus dur, plus inſolent & plus fier. Son opulence ne lui ſervira qu'à dépouiller tyranniquement le pauvre de ſon héritage, à entamer l'intégrité des magiſtrats, à ſuborner des beautés chaſtes, à payer les ſervices honteux de ſes lâches entremetteurs, à couvrir ſes crimes ſous ſon or, ou à ſe racheter du ſupplice; malheureux encore d'avoir pû s'y ſouſtraire; l'échafaut ſeul pouvoit expier ſes forfaits; l'enfer l'attend s'il meurt dans ſon lit.

La vertu donne auſſi à la liberté plus de réalité & d'étendue. L'homme vertueux, ou n'éprouve point la gêne, ou vient à bout de la ſurmonter. On diroit que l'intempérie des ſaiſons, les rigueurs de la fortune, les miſeres de l'humanité ſont tous accidens de ſon choix. Sa ſoumiſſion aux ordres de la Providence eſt ſi parfaite, qu'il n'arrive rien dans ce monde qui lui puiſſe arracher ou des murmures ou des plaintes. C'eſt librement qu'il obéit aux loix de la ſociété, parce qu'il les approuve & y ſouſcrit. Ses paſſions n'ont pas pris ſur lui aſſez d'empire pour qu'il ne puiſſe leur oppoſer avec avantage le contrepoids de ſa raiſon. Habitué depuis longtems à lutter contre elles, il ſait les vaincre. Si même par des voies violentes on tente d'ébranler ſa vertu, l'eſtimant plus que ſa vie, il la défendra infailliblement. Il eſt toujours ſûr de faire ce qu'il voudra, parce que dans les choſes indifférentes aux mœurs il veut ce qu'on exige de lui, & qu'à l'égard de celles qui touchent à ſa conſcience, il a dans ſa conſtance & ſa fermeté des reſſources contre la contrainte. Dans le premier cas c'eſt un roſeau qui cede au vent, parce qu'il eſt ſouple & qu'il ploie; dans l'autre c'eſt un chêne robuſte dont la roideur à toute épreuve brave la fureur des aquilons.

Celui qui ne ſent pas que la vertu eſt le premier de tous les biens, qu'elle eſt même le ſeul, en ce que c'eſt elle qui donne du prix à tous

tous les autres, a le ſentiment faux, & ne ſait pas être heureux. Au lieu de prendre dans chaque objet ce qui pourroit améliorer ſon ſort, il y choiſit toujours ce qui l'empire; du Jardin des Heſpérides il ne rapporteroit que de la ciguë. Affranchiſſez-le du joug d'un maître, de combien en eſt-il plus libre? Cédant du matin au ſoir à l'autorité, à la ſuggeſtion, aux exemples, à la fougue de ſes paſſions, à la force de ſes appétits, il paſſe ſa vie à faire ce qu'il ne voudroit pas, & à ne pas faire ce qu'il voudroit. Ce n'eſt pas que ſa volonté ſoit foible ou flottante; car rien ne veut plus fort qu'un méchant ou un ſot: mais c'eſt que les cauſes qui la contrarient ſont encore plus fortes; parce que de longue main il leur a laiſſé prendre de l'empire. Après s'être expoſé à un péril, il retourne s'y expoſer de plus belle; après s'être attiré un affront, il s'en attire un autre ſemblable; agité de remords pour une faute commiſe, il va, comme un captif qu'on traîne, la commettre encore; le repentir ne le garantit pas de la récidive.

La beauté même (qui le croiroit) eſt encore un avantage que la vertu peut accroître. Pour le prouver, je pourrois dire d'abord, que qui veut juger en ſage de la vraie beauté, doit conſidérer l'homme dans ſa totalité, & ne l'appeler beau qu'autant que les perfections de ſon ame concourent avec celles de ſon corps: qu'il eſt hideux, ſi, malgré des yeux grands & vifs, il n'a pourtant que des vûes louches, & n'enviſage les objets que ſous des rapports faux; ſi avec un front haut & ſérein, il eſt occupé de ſoins bas, d'intérets vils, de projets ténébreux; ſi l'incarnat qui rehauſſe les lis de ſon teint ne va pas juſqu'à les couvrir lorſqu'on lui reproche un forfait; ſi ſes levres vermeilles, ſes dents blanches & ſymmétriques renferment une langue médiſante, licentieuſe ou impie: que la beauté du corps n'eſt pas un lien de ſociété, que c'eſt celle de l'ame qui en eſt un; que Poppée, toute belle qu'elle parût aux yeux de Néron, ne devoit plaire qu'à des méchants comme elle ou comme lui.

J'aurois à citer, pour modele d'une beauté parfaite, l'aimable Olympie, qui à toutes les graces de la figure joint l'aménité, la douceur, les prévenances, les égards, les attentions & la bienfaiſance.

J'op-

J'oppoſerois à ce portrait celui d'Emilie, cette belle aux grands yeux bruns, qui a la peau d'une blancheur ſi éblouiſſante, le teint frais & vermeil comme la roſe qui vient d'éclorre. Ses traits, ſa taille, ſa contenance, enchantent au premier coup-d'œil: mais elle a l'humeur aigre & revêche, elle eſt cauſtique dans ſes cenſures, perfide dans ſes engagemens, toujours enveloppée, toujours fauſſe; elle n'aime des plaiſirs que l'excès, & ne conçoit point de volupté ſans débauche. Malgré ſon air attrayant, connoiſſez-la toute entiere, elle fait horreur; cette apparence qui vous rit n'eſt qu'une feuille d'or artiſtement étendue ſur un mauvais bois vermoulu. Diſons mieux: c'eſt un maſque tranſparent, qui laiſſe voir à qui l'étudie, toute la laideur de ſon ame.

Mais je dis tout ſimplement, que la vertu embellit les traits; & je ne déſeſpere pas de le prouver. Elle ſe peint d'une maniere ſenſible dans l'air du viſage, où l'on diſcerne pour l'ordinaire aſſez diſtinctement l'humanité, la complaiſance, la candeur & la franchiſe, & cela à certains ſignes indéfiniſſables, qui ne ſont pas la beauté même, mais qui la rendent plus aimable. Si donc à des traits déjà réguliers ſe joignent ces marques caractériſtiques d'une belle ame, la phyſionomie de la perſonne y gagnera; elle en ſera plus belle, ou comme on dit vulgairement, plus revenante.

Suppoſons plus encore: que pour preuve que ce vernis embelliſſant n'eſt pas un fond emprunté, l'intérieur s'ouvre à nos yeux, que nous liſions dans le cœur de cette perſonne aimable ce que nous avons lû ſur ſon front, comme il arrivera naturellement par la fréquentation ſuivie d'une femme belle & vertueuſe: alors notre plaiſir ſe tournera en raviſſement, & nos hommages en adoration. La beauté qui n'eſt qu'extérieure n'a droit d'agir que ſur nos ſens: celle de l'ame pénetre plus avant, & tenant en bride ſur ſon paſſage nos deſirs ſenſuels, va s'emparer au fond de nous-mêmes de notre admiration & de nos reſpects.

C'étoit ſans doute pour déſigner la beauté ainſi embellie par la vertu que les Anciens avoient imaginé une Vénus Uranie ou céleſte;

bien différente de cette Vénus profane qui charme les yeux ſans toucher le cœur; qui remue les ſens, & laiſſe l'ame oiſive; qui fait des conquêtes rapides, & ne ſait pas les garder. A celle-ci reſſemble la jeune Liſe, folâtre, étourdie, inconſtante, qui fait ſon capital de plaire, & manque ſon but par trop d'efforts: à celle-là l'auguſte Wilhelmine, dont la préſence excite un frémiſſement reſpectueux, tel que celui qu'opéroit, dit-on, autrefois la préſence des dieux, quand ils daignoient ſe manifeſter.

Les vices de même percent au dehors & ſe peignent viſiblement ſur le front. Quelques-uns même portent leur influence & leurs ſuites ſur toute l'habitude extérieure: le déſordre de l'ame ſe décele par celui du corps; ainſi qu'à l'aſpect d'un bâtiment biſarre ou délabré on peut juger du mauvais goût ou de l'indigence du maître qui l'habite.

Pulchérie arrivée à ſon quatrieme luſtre commencé parut une Vénus ſortie du ſein des flots, il n'étoit bruit que de ſa beauté: mais quelle étrange métamorphoſe dix années ont produite ſur elle! On l'annonce dans un cercle: elle entre, je la vois, & la cherche. Sa fraîcheur fanée, ſon teint flétri, ſes yeux ternes & couverts, ſa démarche dégingandée, ſon air have & haraſſé ne me permettent pas d'en croire mes yeux. Ou j'ai mal entendu, ou la Pulchérie que je vois n'eſt pas celle qui dont on exaltoit les charmes. C'étoit pourtant elle préciſément, mais qui en effet n'étoit plus la même. Dès-qu'elle avoit paru dans le monde, une foule d'amans perfides s'étoient fait une étude de flatter ſa vanité par des éloges, ſon orgueil par des hommages; de corrompre ſon innocence par des leçons empoiſonnées, d'amollir ſon ame par le luxe, d'animer ſes ſens par des images laſcives, d'ébranler ſa vertu par des promeſſes, & de la ſubjuguer par des offres. Pulchérie, jeune encore & ſans principes, alloit au devant de ſes ſéducteurs, ſon ardeur pour la volupté ſecondoit leurs maximes funeſtes. Toujours affamée de plaiſirs, ſans connoître l'art d'en uſer, elle en entaſſa en un court eſpace de temps plus qu'il n'eût fallu pour répandre des délices ſur trois âges d'homme continus: & comme elle s'eſt hâtée de vivre, à peine majeure, elle touche à la décrépitude. Le ſel verſé ſur les viandes

des avec œconomie en augmente la ſaveur; avec excès, il les rend acres; avec profuſion, il les encroute ſans s'y mêler, faute de ſucs ſuffiſans pour le diſſoudre. Or le plaiſir eſt le ſel de la vie: la nature nous en diſpenſe une doſe limitée pour aſſaiſonner nos jours. On ne peut pas frauder ſa loi; ce qu'on gagne en quantité, par une avidité mal entendue, on le perd en durée.

A force égale en apparence, l'homme vertueux ſera auſſi réellement plus fort qu'un autre, dans quelque ſens qu'on veuille prendre la force. Si on l'entend de la vigueur du corps, il en aura plus que l'homme ſans mœurs, parce qu'il l'a mieux ſû conſerver, par l'abſtinence des voluptés qui l'énervent.

Veut-on entendre la bravoure militaire, indépendante de la force du corps, cette audace intrépide qui fait qu'un homme en vaut cent: il la poſſede éminemment, parce qu'il aime avec paſſion ſon devoir & ſa patrie.

Veut-on entendre cette fermeté d'ame qui rend un homme capable de réſiſter à toutes les puiſſances de la terre pour l'intérêt de ſa conſcience: je ne dirai pas ſeulement qu'il en a plus qu'un autre, mais je dirai qu'il eſt le ſeul qui en ait. La force du corps cede à une force plus grande; le courage ſuccombe ſous le nombre: mais le vertueux, à qui l'on veut arracher ſa vertu, ſait la défendre contre le nombre & contre la force; le monde entier conjuré contre lui ne peut lui ôter que la vie.

Le méchant n'a au contraire ni courage ni fermeté. Le courage eſt la détermination d'un cœur qui ne craint point le danger lorſqu'il s'agit de remplir ſon devoir; la fermeté, une conſtance à l'épreuve des obſtacles: mais le méchant, qui n'eſt point ſoumis à la loi du devoir, ne peut avoir ni l'un ni l'autre; il a en place, de l'entêtement, de la roideur, & de l'opiniâtreté.

Pour de la force corporelle, s'il en a, elle ne lui ſervira qu'à augmenter ſa férocité: ſon bras toujours levé contre le foible le fait redouter: mais plus il imprime de crainte, plus il a lieu de trembler lui-

même. Cette force que la nature lui avoit donnée pour ſa conſervation tourne à ſa ruine; il eût mieux valu pour lui être foible; que dis-je? ne l'eſt-il pas effectivement avec le nombre d'ennemis qu'il s'eſt faits? Quel eſt l'homme aſſez fort pour faire tête à tout un peuple?

Ajoutez que qui n'excelle que par la force du corps n'a ſur les autres qu'un avantage très incertain; un adverſaire moins fort que lui, mais plus brave ou plus prudent, pourra le vaincre: ainſi que l'homme foible qu'un ſouffle renverſe ne laiſſe pas d'atteler à ſon char des courſiers fougueux, dompte l'impétueux Taureau, & ſubjugue l'Eléphant.

Je n'aurai pas plus de peine à montrer que la vertu contribue à la perfection de la ſanté. Je n'ai que faire de recourir au ſens figuré; de préſenter les vices comme des maladies de l'ame, dont l'homme de bien eſt exempt. Je dis qu'il eſt plus ſain qu'un autre dans l'acception ordinaire du terme; qu'il a le ſang plus pur, les chairs meilleures, qu'il digere mieux, fait un chyle plus louable, & dort plus tranquillement.

Sans comprendre quels ſont les liens qui marient l'ame avec le corps, on ſait quelles étranges ſecouſſes celui-ci reçoit de celle-là. Qu'elle ſoit émue par un violent accès de colere, elle pompe le ſang des cavités du cœur & le porte avec véhémence à la ſurface & aux extrémités du corps; ſa fureur ſe peint en traits de feu. L'œil eſt ardent, les veines gonflées; on diroit qu'elle va rompre les parois de ſon hoſpice, pour s'élancer elle-même ſur l'objet de ſon courroux. Qu'elle ſoit au contraire ſaiſie de crainte ou d'effroi, elle précipite vers le centre la liqueur vitale; & quittant avec elle les extrémités, comme pour ſe ſouſtraire au danger, elle les laiſſe pâles & preſque ſans vie; rien ne peint mieux la mort que la peur. L'envie deſſeche & maigrit; les regrets vifs jettent dans la langueur; l'inquiétude dans l'inſomnie. Combien plus agiſſent ſur la partie animale les paſſions qui y prennent leur ſource, telles que l'ivrognerie, la gourmandiſe, l'incontinence! Elles attaquent la vie dans ſon principe, en altérant les ſucs nourriciers, les corrompant ou les appauvriſſant. L'homme vertueux qui ne connoît point les excès, qui ne prend des paſſions humaines que leur partie douce

douce & balſamique, eſt exempt de ces troubles violens qui dérangent l'œconomie de la machine, & la détruiſent avant le terme.

L'homme ſans mœurs eſt-il né ſain & bien conſtitué: c'eſt vraiſemblablement un don funeſte, qui ne fera qu'avancer ſa deſtruction, en le raſſurant contre les dangers de l'intempérance; un valétudinaire pouſſeroit ſa carriere plus loin.

Voyez le rubicond Phlégoſe: il ſavoit engloutir un broc de vin ſans que ſa tête ou ſon eſtomac s'en reſſentiſſent: mais avec le tems toute ſa machine en a ſouffert. Le vin a raccourci ſes fibres, roidi ſes nerfs, & tari toutes ſes liqueurs; ſes mains tremblent, ſa tête branle; il éprouve au tiers de ſa vie les ſymptomes de la vieilleſſe. Son goût blaſé ne diſtingue plus les ſaveurs: pour irriter ſon palais mort il met le feu dans ſes veines; & ce feu va le conſumer.

D'une autre part un ſquélette s'avance avec des yeux cavés, un viſage plombé, un nez tiré, des dents molles & déchauſſées. Il parle bas, touſſe à demi, & ſe ſoutient à peine. Ce ſont les reſtes d'un beau jeune homme, victime des femmes qu'il idolâtroit, mais qu'il ne ſut pas aſſez diſcerner. Conquérant pareſſeux, il aimoit les victoires faciles; il ſurprit des places mal gardées: mais la garniſon l'égorgea.

Les talens gagnent auſſi à être cultivés par l'homme vertueux. Ce qu'un autre fait par orgueil, pour n'avoir plus d'égal, pour écraſer ſes rivaux, il le fait par amour du devoir, pour remplir ſes engagemens, pour répondre à la juſte attente de ceux qui employent ſes talens; ou (ce qui ne gâte rien) par enthouſiaſme pour ſon art. Son application en eſt plus continue, & ſes chefs-d'œuvre plus fréquens. Celui qui n'eſt excité que par la rivalité n'a plus d'aiguillon quand il reſte ſans émule: mais celui qui viſe directement au grand, ſonge plutôt à ſe ſurpaſſer lui-même qu'à déprimer des concurrens.

Prétendre qu'un artiſte vertueux pouſſe ſon art plus loin qu'un autre, n'eſt-peut-être pas un paradoxe ſi inſoutenable qu'on pourroit le croire. Les cœurs vertueux ſont toujours nobles & grands; il n'y a

même que ceux-là qui le ſoient: or c'eſt préciſément cette grandeur & cette nobleſſe qui porte au vrai beau, le but & l'objet de tous les arts. Je ne ſai même ſi l'expérience ne confirmeroit pas ma conjecture. Il eſt ſi rare qu'il y ait ſur ce point quelque exception à faire pour les hommes d'une portée ſublime, qu'en mon particulier je ſuis fort tenté de croire que la vertu ſurajoutée au talent augmente le mérite de l'artiſte.

Il peut y avoir parmi les ſavans & les lettrés quelque homme avec beaucoup d'eſprit & peu de vertu qui étonne par ſes talens. C'en ſera un ſur mille: mais en tout cas je lui conſeillerai de s'en tenir aux ouvrages de pure imagination; il échoueroit s'il portoit la main à la métaphyſique du cœur, aux objets qui tiennent aux mœurs, & qui intéreſſent le ſentiment; l'eſprit ne ſuffit pas pour ces choſes-là.

Puiſque j'en ſuis venu à parler de l'eſprit, définiſſons ce que c'eſt, & déterminons ſa valeur. Je ſuis piqué de le voir ſans ceſſe prendre le haut ton, & croire inſolemment qu'il peut lui ſeul tenir lieu de tout. Auſſi on le gâte, on le cajole, on l'encenſe du matin au ſoir dans ce ſiécle-ci; & les hommages exceſſifs qu'on lui rend autoriſent & fortifient ſes prétentions. Il me ſemble que cette manie inſenſée qu'on a de faire étalage d'eſprit pourroit bien être l'effet du relâchement des mœurs, & du peu de cas que l'on fait de la vertu. On trouve plus commode de briller par l'eſprit, qui ne coûte rien, que par la pratique auſtere du devoir, qui coûte des efforts & des combats. Joignez à cela que ce brillant, quel qu'il ſoit, eſt d'une nature très aſſortie aux intérêts de l'amour propre, en ce que ne pouvant être ni toiſé ni peſé, chacun s'en arroge autant qu'il lui plaît; on peut déterminer au juſte ou à très peu près, ce qu'un homme a de probité, de talens, de capacité; au lieu que la doſe d'eſprit qu'il prétend avoir eſt une quantité incommenſurable; & dès-lors celui qui s'en arroge ne s'en arroge pas pour peu. Il eſt à même, il eſt le maître de s'en ſuppoſer tant qu'il voudra.

L'eſprit qu'on aime à avoir, & que le public aime qu'on ait, peut à la vérité être allié à de la raiſon, à de la juſteſſe & à du bon ſens; mais

mais n'eſt préciſément rien de tout cela, & peut exiſter, & même exiſte ſouvent ſans tout cela. Ce qu'on entend le plus ordinairement par eſprit eſt une imagination vive & ardente, qui donne aux penſées un tour ſaillant, qui les colore & les taille à facettes pour les rendre plus nobles, moins triviales, ou plus agréables. Il ſait orner des riens, fixer votre attention ſur des riens, vous intéreſſer pour des riens. Tant mieux pour vous ſi le fond qu'il brode eſt déjà riche & précieux; car ce fond n'eſt pas de ſon choix, il auroit ſemé ſes fleurs frivoles auſſi bien ſur une ſimple toile, que ſur de la pourpre, ou du drap d'or. Ce n'eſt dans l'ame qu'une qualité de pur agrément, dont on peut très bien ſe paſſer. La vigueur d'un porte-faix eſt quelque choſe de plus réel & de plus utile. L'eſprit ne fera pas qu'on ſoit plus agréable à Dieu, plus ſecourable dans la ſociété, plus réglé dans ſa conduite. C'eſt une liqueur tendre & changeante, qui prend les goûts de tous les vaiſſeaux où on la verſe. Il n'eſt eſſentiellement ni bon ni mauvais. On ne peut pas dire ni nier, qu'il ſerve ou nuiſe, car il peut faire tous les deux, ou ne faire ni l'un ni l'autre. Ce n'eſt ni un dard ni un bouclier: c'eſt du fer en maſſe dont on pourra forger également des armes d'attaque ou de défenſe; des glaives ou des cuiraſſes; des ſerrures & des barres pour fermer la porte à l'ennemi, ou des marteaux & des haches pour l'enfoncer. Les effets même qu'il produit quelquefois, il ne les produit pas conſtamment: on a plus d'eſprit un jour que l'autre; plus le matin que l'après midi; plus après la digeſtion faite que pendant qu'elle ſe fait. Je ne m'étonne pas qu'un riche aime mieux ſon coffre-fort: ſes Loüis ſont de même valeur après & avant ſon repas.

Je reviens: & pour rentrer dans mon ſujet à propos de ce qui m'en a écarté, je dis que l'eſprit dans un méchant ne ſert qu'à en faire un méchant plus dangereux; c'eſt une pointe acérée ajoutée au bois d'une fleche.

Le méchant fait corrompre les dons de la nature, comme il dégrade ſes talens acquis: ſon ame eſt dans ſes ouvrages. Semblable aux ſales Harpies, il ſouille tout ce qu'il touche; des talens qui devroient le combler de gloire, le deshonorent, parce qu'il n'a ſû qu'en abuſer.

Tout

Tout eſt fait au contraire pour l'homme de bien; tout lui profite, & rien ne profite qu'à lui. Il eſt, comme le diſoient les Stoïciens de leur Sage, plus grand, plus ſain, plus fort, que le malhonnête homme. Il eſt (pour me ſervir de leurs propres termes) le ſeul par excellence riche, libre, noble, beau; il eſt plus Roi que tous les Rois enſemble; & il ne cede en dignité qu'à Jupiter.

Par rapport à certains maux attachés à notre condition, dont la vertu n'a pas le pouvoir de nous exempter, il reſte à faire voir qu'elle peut au moins en affoiblir le ſentiment, & nous les rendre infiniment plus ſupportables; au lieu que la dépravation du cœur les aggrave. Je prendrai pour exemples les infortunes de toute eſpece, les diſgraces, la perte des biens, celle de l'honneur, celle des perſonnes qu'on a chéries, les maladies & la mort.

Euthymon, d'homme privé qu'il fut, eſt parvenu de grade en grade juſqu'à s'aſſeoir à côté du thrône: il y chancele, & le mérite qui l'y a fait monter, loin de l'y ſoutenir, ſera la cauſe même de ſon déſaſtre. On l'avoit ſouffert dans les poſtes inférieurs, parce que moins élevé il n'y jettoit pas une ſi grande ombre: mais arrivé à un plus haut rang, il offuſque ceux-mêmes qui l'y ont porté. C'eſt trop pour la baſſe envie, qu'il ſoit grand Seigneur & grand homme: on lui eût pardonné ſon élévation s'il en eût été moins digne. On cabale pour ſa perte, on y réuſſit; il tombe, & redevient homme privé. Il eſt ſi aiſé de trouver des crimes à qui n'en a pas. Plus les imputations ſont outrées, plus elles acquierent de vraiſſemblance, parce qu'alors l'accuſé ne daigne pas même s'en défendre. Les petites ames croyent qu'Euthymon noyé dans les larmes va traîner avec amertume une vie chagrine & languiſſante, & que griévement meurtri de ſa chûte il n'en guérira jamais tout à fait. C'eſt que les petites ames ne ſavent pas que de ſi haut que tombe l'homme de bien, enveloppé de ſa vertu il tombe mollement, & n'en reſſent pas de douleur. Comme il n'a point ambitionné les grandeurs, il s'en voit déchu ſans regret. Que lui importe de ne plus recevoir des hommages qu'il ſait qu'on rendoit à ſa place? Ce ſont les têtes vuides que le vent de l'infortune fait tourner: celle

celle d'Euthymon eſt pleine d'idées juſtes, de bons principes, de maximes ſolides. Loin du tumulte des affaires, il a de ſon propre fonds de quoi s'occuper dans la ſolitude. Et ne croyez pas même qu'il y gémiſſe de ce que par ſon éloignement l'Etat ſera moins bien ſervi; l'homme véritablement grand eſt modeſte, & ne s'imagine point qu'on ne le puiſſe pas remplacer.

Mais ſi le même revers arrive à Phorbas, ce miniſtre hautain, qui donne ſa morgue pour de la dignité, ſa préſomption pour du mérite, & ſes caprices pour des loix; c'eſt un homme anéanti: il n'étoit quelque choſe que par ſon rang.

Philirene que des entrepriſes bien conçues & auſſi ſagement dirigées avoient prodigieuſement enrichi, eſt aujourd'hui ruiné: mais loin qu'on lui reproche ſon infortune, on y compatit. En perdant ſes richeſſes il a conſervé l'eſtime publique. Riche il eut la prudence de ne pas multiplier ſes beſoins, il uſa de ſon ſuperflu ſans ſe le rendre néceſſaire. La privation des voluptés n'a rien pour lui de douloureux. Il a cueuilli des fleurs à ſes piés lorſqu'il fouloit des gaſons émaillés: le ſol & la ſaiſon lui en refuſent à préſent, il ſait s'en paſſer; il ne regrette de ſes grands biens que ce qu'il employoit à des bienfaits.

Mais lorſque le richard Polychreſte culbute & rentre dans le néant, le public malin ſoûrit d'aiſe. Il n'a fait que retourner à ſon premier état, & l'on eſt ravi qu'il y ſoit retourné: il en étoit ſi loin qu'il en avoit perdu l'idée; & cet oubli le rendoit inſolent, dédaigneux & inhumain. Qu'il boive à longs traits toute l'ignominie de ſa chûte, il la mérite. Sa fortune fut trop rapide pour qu'on la ſuppoſe légitime: il en uſa trop mal pour qu'on croye qu'il en fût digne; il la prodigua trop pour la conſerver. Dépouiller cet homme-là de ſon opulence, c'eſt lui ôter tout ce qui lui attiroit des regards, c'eſt le mettre nu; & Polychreſte nu eſt ce qu'on peut voir de plus hideux. Vous croyez peut-être que l'honnête homme qui perd un ami ou une épouſe qu'il chériſſoit eſt le plus accablé de tous les hommes, parce qu'en effet ayant moins qu'un autre de cet amour excluſif de ſoi-même, qui ruine

les affections ſociales, il eſt plus capable d'un attachement ferme & durable. Il eſt vrai que ſes regrets ſont plus juſtes, & ſes larmes plus ſinceres: un triſte ſouvenir rappelle à ſon imagination attendrie les complaiſances & la douceur de cette chere épouſe qui n'eſt plus, les épanchemens réciproques de leurs cœurs, les délicieux inſtans de leurs entrevûes, après quelques jours, après même quelques heures d'abſence. Rien ne pourra réparer cette perte immenſe: il n'en ſauroit même faire de médiocres dans le petit nombre des perſonnes qu'il s'eſt attachées par les liens de l'amour ou par ceux de l'amitié. Son cœur magnanime ne pouvoit aimer avec paſſion rien que de grand, de parfait & d'accompli. Mais ſa douleur eſt modérée par ſa ſoumiſſion à la providence, par la perſuaſion où il eſt que l'objet qu'il regrette eſt heureux, par l'empreſſement de ceux qui l'entourent à le diſtraire & le conſoler; car tout ce qui l'approche le révere & l'aime, compâtit à ſon chagrin, & l'affoiblit en le partageant.

Varade d'un autre part vient de perdre ſa maîtreſſe. Il n'eſt pas ce qu'on appelle triſte; la triſteſſe eſt une affection douce, calme & modérée: il eſt dépité, furieux, c'eſt plutôt rage que ſimple regret. Il l'avoit arrachée à ſon époux, & étoit allé à deux cents lieues cacher ſon rapt. Il nageoit alors dans l'ivreſſe de ſes premiers tranſports, lorſqu'une maladie la lui enleve. Que de profuſions, d'écarts & de forfaits perdus! Rien n'afflige tant l'ame même d'un ſcélérat accoutumé au crime, qu'un crime inutile: dès que le fruit qu'il en eſpéroit lui échappe, ſon audace n'eſt plus ſoutenue, ſon cœur ſe flétrit & s'abbat. La perte de ſon honneur commence à lui peſer lorſque rien ne l'en dédommage plus; il frémit d'avoir vendu à perte le plus précieux de tous ſes biens, & de perdre encore le prix qu'il en avoit touché.

Eſt-ce un ami que perd un méchant, ſi pourtant des méchants en peuvent avoir: c'eſt un complice qui ſe détache de ſon parti, & va dépoſer contre lui au tribunal du ſouverain juge; c'eſt un fort appui que le ſort lui ôte; une ſociété unique qui lui échappe; il n'y avoit que ce ſeul homme au monde qui ne l'évitât pas, c'étoit ſon égal en noir-

noirceurs, il pouvoit compter ſur lui. Où ira-t-il en chercher un autre à qui il puiſſe découvrir ſon ame ſans que le confident en frémiſſe. Il faut avouer que le ſurvivant de ces deux monſtres eſt à plaindre, & qu'un honnête homme ſeroit plus aiſé à remplacer que le ſcélérat qu'il perd.

A qui penſez-vous que ſoit plus cruel un arrêt flétriſſant, de l'homme d'honneur qui ne l'a pas mérité, ou de l'infame qui l'a encouru par ſes baſſeſſes? A l'homme d'honneur ſans doute, me direz-vous: ce que l'arrêt lui enleve eſt ce qu'il avoit de plus précieux; l'autre n'y perd rien, puiſqu'il n'avoit pas effectivement ce qu'on paroît lui ôter. J'oſerai cependant être d'un avis tout oppoſé; & je dis que c'eſt au lâche tout au contraire qu'on ôte ce qu'il eſtimoit le plus, le droit d'être réputé homme d'honneur ſans prendre la peine de l'être; il avoit les profits du vice & les honneurs de la vertu. On lui enleve l'un & l'autre en le flétriſſant; dès l'inſtant qu'on l'a démaſqué il faut que toutes ſes manœuvres échouent. Mais ce jugement que vous appelez flétriſſant ne flétrit pas l'homme d'honneur: ſon innocence, ſi elle eſt connue, parle pour lui, elle en appelle au public, & le public caſſe l'arrêt. Une chambre de magiſtrats ne viendra pas à bout de nous contraindre à mépriſer un homme reſpectable.

Reſte le cas où l'innocence du condamné ſeroit ignorée; la voix du peuple ſeroit d'accord avec celle des juges; on doit les ſuppoſer informés. Mais dans ce cas-là même, triſte à la vérité, & dont je prie le ciel de me garantir, je dis avec aſſurance, que le ſort de l'homme d'honneur eſt préférable. La diffamation ſuppoſée des deux parts, il reſte encore à l'innocent condamné ſon innocence, que l'autre n'a pas. L'un a du moins le plaiſir de ſe ſavoir homme de bien, & l'eſpérance d'en convaincre l'univers: l'autre eſt diffamé ſans reſſource, & ratifie au fond de ſon cœur l'opprobre dont on l'a couvert.

J'ai vû malade le vertueux Philoctete. Il étoit tourmenté des douleurs affreuſes de la néphrétique. J'avoue que ſa vertu n'empêchoit pas le déchirement cruel de ſes viſceres: mais elle ſoutenoit ſa pa-

tience, lui fourniſſoit des conſolations, & le raſſuroit ſur l'événement. L'homme de bien ſait que Dieu eſt juſte, & ſouſcrit de tout ſon cœur à ſon châtiment préſent, afin que l'indulgence & le pardon ſuccedent à la juſtice ſatisfaite. Par-là ſes douleurs deviennent volontaires, & conſéquemment plus ſupportables.

Pour Cacoëthe au contraire il n'eſt pas de petit mal: attaqué d'une ſimple fievre, il ſe croit déjà mourant; & mourant, précipité au fond des enfers. La terreur empire ſon état; & ſon état en empirant redouble ſa peur. En mettant le pié dans ſon lit, il croit deſcendre au tombeau, & ne voit dans l'autre monde que des ſupplices & des tourmens. Ces frayeurs qui le troublent portent à un excès inſupportable ſes caprices & ſes bruſqueries: on le craint, on le fuit comme un furieux; il ſeroit ſeul du matin au ſoir ſans un héritier qui vient quatre fois le jour s'informer ſi c'en eſt fait, & qui proviſoirement commence par ſéqueſtrer les bijoux du malade & ſon argent, prend ſes clés, & lui laiſſe à peine l'uſage des choſes les plus néceſſaires.

On exigeoit de Thraſimond une injuſtice; on offroit même de la lui payer à grand prix. Fidele à l'honneur, il mépriſa ſes corrupteurs, & dédaigna leur vil appât: il lui en coutera la vie. Le voilà, quoiqu'innocent, convaincu d'un crime capital: on le traîne à l'échafaut. Il vous ſemble peut-être que ſa vertu le défend mal: il va mourir, dites-vous, avec cette vertu: mais après l'avoir ſacrifiée, il faudroit encore qu'il mourût un jour, & il mourroit ſouillé d'un crime. Si les forfaits affranchiſſoient les hommes de la mort, on auroit peut-être, je ne dirai pas un juſte motif, mais un prétexte pour en commettre: mais dès qu'ils n'immortaliſent pas, au moins faut-il choiſir la mort qui répond d'un avenir heureux. Mourir victime de ſon intégrité, ce n'eſt pas laiſſer l'avantage à ſes meurtriers, c'eſt les braver & les vaincre; & l'honnête homme qui perd ſa tête ſous le fer d'un bourreau, meurt encore plus heureux & plus tranquille que le pervers qui meurt dans ſon lit.

Et

Et quand on ne mourroit pas martyr de la vertu, mais ſimplement parce qu'il faut mourir, on ne laiſſeroit pas de tirer d'elle de puiſſans adouciſſemens. Cette crainte de l'autre vie, ſentiment inſpiré par les remords, qui vient contre l'intention de la nature troubler nos derniers momens, l'homme vertueux n'eſt pas fait pour l'éprouver. Qu'a-t-il à craindre d'un Dieu dont il a reſpecté les lois? Le ſage expire en s'endormant: c'eſt au méchant que ſont reſervées les triſtes horreurs de la mort.

Oppoſons Adicaſte à Thraſimond. Adicaſte n'a pas ſû ſe renfermer dans le cercle de ces crimes obſcurs & indémontrables qui ne redoutent que le ver rongeur de la conſcience, & le courroux du ciel. Enhardi à mal faire par l'habitude, il en eſt venu à ces excès révoltans dont la juſtice humaine prend connoiſſance, & qu'elle châtie avec ſévérité. Les faits ſont conſtans: ſon arrêt de mort eſt prononcé, il va le ſubir. Cherchons ce qui ſe paſſe en lui, nous n'avons pas beſoin de ſes aveux pour le ſavoir. La connoiſſance du cœur humain ſuffit pour nous en inſtruire. Dévoré intérieurement par une eſpece de fievre qui a ſes redoublemens, tantôt il tombe dans un ſombre abbattement, qui ſuſpend toutes ſes facultés, & le porte aux confins du néant, tantôt reprenant des forces pour enviſager l'horreur de ſon ſort, il preſſent avec rage les douleurs affreuſes de ſa diſſolution: rien ne tempere & n'adoucit cette vue accablante; tout aigrit au contraire ſa fureur & ſon déſeſpoir. Le crime qu'il va expier, ſemblable au vautour de Prométhée lui dévore avidement les entrailles, & prélude à ſon ſupplice. Il ſe rappelle, en ſe déteſtant, tous les forfaits qui l'ont conduit à ce dernier. Il n'eſt plus dans cette ivreſſe des paſſions qui lui en cachoit la turpitude. La cupidité, l'ambition & l'emportement qui l'étourdiſſoient ſur ſes déſordres, ſont à préſent dans un calme funeſte, qui le laiſſe tout entier à l'amertume de ſes regrets. Cette foule de ſpectateurs qui aſſiégent le théatre de ſon ignominieuſe cataſtrophe lui ſemble découvrir avec des yeux de lynx au fond de ſon ame

toutes les baſſeſſes dont elle s'eſt ſouillée. Il n'a pas même en ce moment l'indigne conſolation dont il s'eſt flatté, d'être anéanti par la mort. L'idée des vengeances céleſtes, qui ſe réveille pour le bourreler, lui préſente mille morts à ſouffrir après celle qu'il a ſous les yeux. Le glaive de l'exécuteur ne fera que le livrer à celui d'un Dieu irrité.

La ſituation du méchant qui meurt dans ſon lit n'eſt guere plus douce que celle d'Adicaſte ſous la main de ſon bourreau: il n'y manque que la flétriſſure; ôtez l'échaffaut & les ſpectateurs, l'état des deux mourans eſt le même.

MÉMOIRE

OU L'ON EXAMINE S'IL EST VRAI QUE L'ON A TOUJOURS EU DE BONS POETES AVANT QUE D'AVOIR DE BONS PROSATEURS.

PAR M. THIEBAULT.

Il eſt difficile de lire un certain nombre d'ouvrages modernes ſur la nature, l'origine, & les regles des beaux arts & de la littérature, ſans en trouver pluſieurs où les auteurs aſſurent que nous avons toujours eu de bons poëtes, avant que d'avoir même de la proſe médiocre; & nous préſentent cette aſſertion comme très véritable, quoique néanmoins très ſurprenante. Cette remarque m'a paru digne d'être diſcutée: j'ai cru que des recherches ſur cet objet, pourroient jeter quelques lumieres ſur l'ordre, la nature, & la marche des facultés de l'homme ſocial. J'étois curieux d'ailleurs de voir par moi-même ſi cette remarque eſt auſſi vraie qu'on cherche à nous le faire croire. Enfin, ſuppoſé qu'elle ſoit bien juſte & bien ſolide, il reſte encore, me diſois-je, à examiner ce ton de ſurpriſe, cet air d'étonnement avec lequel on nous la préſente: cette prérogative de la poéſie ſur la proſe eſt-elle bien, en la ſuppoſant réelle, un de ces phénomenes ſinguliers dont la cauſe nous eſt cachée, & qui même paroiſſent contraires à ce que nous aurions conjecturé, ſi les faits n'étoient venus arrêter & détruire nos raiſonnements & nos conjectures? Ou bien, les auteurs qui prennent ce ton de ſurpriſe en faiſant la remarque dont il s'agit, n'ont-ils cherché à paroître eux-mêmes étonnés, que pour donner adroitement un plus grand air d'importance à leur découverte, & plus de relief à la ſagacité de leur eſprit? Ce n'eſt point l'envie de critiquer qui m'inſpire ce dernier doute: mais, outre que la remarque en queſtion ſe retrouve dans quelques

anciens auteurs que nos littérateurs modernes oublient quelquefois de citer; un écrivain eſt ſi flatté de cauſer de l'admiration dans les eſprits; & l'art de produire cet effet, eſt aujourd'hui ſi connu, ſi fréquemment employé! On ſait ſi bien que pour y parvenir, un des meilleurs moyens, après le ſecret ſi difficile & ſi peu uſité de ne dire que des choſes vraiment neuves & intéreſſantes, c'eſt de paroître ſoi-même éprouver ce ſentiment que l'on veut inſpirer aux autres! & l'on trouve ſi ſouvent des auteurs qui ne ſemblent attentifs qu'à expoſer ſous le jour le plus propre à ſurprendre les eſprits, des faits qui rendus par un tour plus ſimple & plus convenable, ne paroîtroient que ce qu'ils ſont, des événements tout ordinaires!

Avant d'entrer en matiere, je dois avouer qu'en diſcutant cette queſtion dont j'ai l'honneur de vous entretenir, je l'ai trouvée ſujette à de plus grandes difficultés, que je n'y en avois d'abord ſoupçonné; & c'eſt à raiſon de ces difficultés, qui dans le reſte de ce Mémoire ſe feront, je crois, aſſez ſentir, que je vous prie, Meſſieurs, de trouver bon que je m'arrête aujourd'hui à quelques préliminaires, qui ſerviront à mettre plus de préciſion dans une queſtion trop vague & trop générale, & à poſer quelques principes d'après leſquels je puiſſe régler ma marche, & me juſtifier ſur le choix des moyens que j'emploie.

J'avois crû d'abord que c'étoit à l'hiſtoire à décider une queſtion qui ne roule que ſur un fait: cependant je ſentois avec une ſorte de peine que l'hiſtoire, même en décidant la queſtion quant au fait, ne me pourroit rien apprendre touchant les cauſes; & que par rapport à ce dernier point, il faudroit recourir à des recherches d'un autre genre. Par la ſuite, je me ſuis cru obligé d'abandonner la voie hiſtorique, même pour le fonds de la queſtion, & de rechercher, non pas ce qui s'eſt fait, mais ce qui a dû ſe faire; & c'eſt à cet égard que je ſuis bien aiſe de développer les motifs qui m'ont déterminé.

1°. Quand on nous aſſure que nous avons toujours eu de bons poëtes avant que d'avoir de bons proſateurs, veut-on dire qu'au moment où une nation privée de modeles & de ſecours, ſoit étrangers, ſoit

ſoit domeſtiques, ſortiroit de ſon état d'ignorance & de barbarie, elle produiroit par une ſuite des ſeules facultés naturelles & du génie des habitans, de bons ouvrages poëtiques avant que d'en produire d'autres qui fuſſent également bons? Veut-on dire qu'une nation barbare & ignorante, mais qui aura à ſa diſcrétion les modeles de l'antiquité & tous les ſecours des nations voiſines & policées, donnera dans le goût de la poéſie avant que d'avoir celui de la proſe; & que ceux qui s'adonneront à la poéſie, réuſſiront plutôt que les autres? De ces deux queſtions bien différentes, il eſt évidemment impoſſible de réſoudre la premiere par les faits purement hiſtoriques: car nous ne connoiſſons aucune nation qui ſe ſoit, pour ainſi dire, créée elle-même, comme cette premiere queſtion le ſuppoſe. Toutes les nations dont nous ſavons quelque choſe de plus que le nom, ne ſont, pour ainſi dire, que des colonies; outre que tous ces peuples ont toujours eu quelque eſpece de commerce avec d'autres nations voiſines ou éloignées, contemporaines, ou plus anciennes: on ne peut donc pas être ſûr que les progrès & les ouvrages qu'ils ont pu faire, ne ſoient dus qu'à leur propre induſtrie. Il faudra donc à l'égard de cette premiere queſtion ſe livrer aux conjectures philoſophiques. L'hiſtoire ne pourra donc ſervir tout au plus que pour la ſeconde: mais ici elle eſt encore inſuffiſante: car avons-nous aſſez de détails ſur l'hiſtoire primitive de quelque peuple que ce ſoit, pour ſavoir quels ſecours ces peuples ont eus, & de quels ſecours ils ont manqué relativement à la Littérature & à la culture des ſciences? Quelle nation peut ſe flatter de ſavoir ſeulement le nom de ſes premiers auteurs? Dès-lors même que ces auteurs ont été les premiers, il s'enſuit qu'ils n'ont pu être qu'en très petit nombre; qu'ils ont vécu dans des tems où leurs compatriotes n'avoient pas grand goût pour les Lettres; que les ouvrages de ces auteurs n'ont par conſéquent pas dû ſe répandre, ou qu'ils ont aiſément pu s'altérer; qu'il a du y avoir de grands intervalles entre un auteur & un autre auteur; qu'il n'y a eu que difficilement des hiſtoriens qui en fiſſent mention; que probablement leurs ouvrages ſe ſont tout à fait perdus, & qu'il n'en eſt pas même reſté le moindre ſouvenir. Il ne faut point oublier qu'en tout ceci, je

n'ai parlé que des auteurs qui ont été abſolument les premiers de leurs nations reſpectives; & que par ce mot d'*auteurs*, j'ai entendu non ſeulement ceux qui écrivent, mais en général ceux qui compoſent, ſoit qu'ils ſachent écrire, ou non: par la communication qu'il y a entre un peuple inſtruit & un peuple ignorant, on peut chez ce dernier apprendre à compoſer avant de ſavoir lire ou écrire: les ouvrages récités ſerviroient de modeles, auſſi bien que les ouvrages lus.

2°. Quelle différence y a-t-il entre la proſe & la poéſie? Un auteur qui ne s'aſtreint point aux loix particulieres de la poéſie, mais qui ſuit d'ailleurs les autres regles générales de la langue dans laquelle il écrit, eſt ce qu'on appelle un proſateur. Ainſi, pour bien ſentir la différence qu'il y a entre la proſe & la poéſie, voyons ce que celle-ci a de propre & de particulier.

Il en eſt de la poéſie comme des corps qui ne ſe font d'abord connoître que par leurs ſurfaces, que par des qualités extérieures, ſujettes à une infinité de variations, & ſouvent étrangeres à la nature des choſes: ce n'eſt qu'après un mûr & plus long examen que l'on parvient à découvrir les qualités intrinſeques qui conſtituent l'eſſence des corps. La poéſie a également, ſi j'oſe m'exprimer de la ſorte, ſa ſurface, ſes qualités extérieures qui dépendent des regles de la verſification, & ſes qualités intrinſeques qui forment le ſtyle poétique. Les regles de verſification ont pour premier but de rendre le diſcours propre au chant; & c'eſt pour parvenir à ce but, qu'elles demandent que les phraſes ſoient aſſujetties à des intervalles meſurés & ſymmétriques; qu'elles ſoient nombreuſes & harmonieuſes, ſoit par le choix & la liaiſon des ſons les plus ſonores, ou les plus analogues aux penſées que l'on veut exprimer; ſoit par la quantité numérique des ſyllabes, ou par leur quantité proſodique; ſoit par les repos proportionnels qu'on eſt obligé d'y ménager; ſoit enfin par les retours périodiques des mêmes eſpeces de vers, ou par les chûtes de même ſon qu'on appelle *Rimes*. Le propre du ſtyle poétique eſt d'être le langage de l'imagination; de ſubſtituer par conſéquent, autant qu'il eſt poſſible, les images aux idées; d'omettre

mettre les liaiſons grammaticales & les idées intermédiaires que l'eſprit de l'auditeur peut aiſément ſuppléer; en deux mots, de hâter ſa marche en négligeant les petites choſes, de prêter une ame à tous les corps, un corps à toutes les ames, & une exiſtence réelle à tous les êtres que l'on peut imaginer.

Le ſtyle poétique eſt donc, en le conſidérant ſous ce point de vue général, le même partout & dans tous les tems; les variations dont il eſt ſuſceptible, ne ſont gueres relatives qu'aux ſujets que l'on traite, & qu'au genre de poéſie auquel on s'attache: en tout cas, ce ne ſont que de ſimples variations, que des nuances de plus ou de moins, & non pas des différences totales. Les regles de la verſification different au contraire eſſentiellement & du tout au tout, ſelon le génie des langues & le caprice des hommes. Cependant s'il eſt indifférent à la poéſie de ſuivre les loix de telle ou telle autre ſorte de verſification, de paroître ſous telle ou telle autre figure; il n'en eſt pas moins eſſentiel pour elle d'avoir une figure quelle qu'elle ſoit, c'eſt à dire, d'être aſſujettie à des regles de verſification. Une ſuite de penſées toutes poétiques ſans verſification, ne forment pas un poëme, non plus qu'une ſuite de phraſes ſoumiſes aux regles, mais dénuées de ſtyle. Il eſt indifférent à la nature de la matiere, pour en revenir à notre comparaiſon, d'être blanche ou noire, d'être ronde ou quarrée: mais il faut néanmoins qu'elle ait une couleur & une figure.

Notre problême ſe réduit donc ici à deux nouvelles queſtions; la premiere: le ſtyle des premiers auteurs eſtimables chez les différentes nations, a-t-il toujours été poétique? La ſeconde: ces premiers auteurs ſe ſont-ils aſſujettis à des regles de verſification dans leurs ouvrages? De ces deux nouvelles queſtions, la premiere ne peut encore que difficilement être décidée par l'hiſtoire: car, outre ce que nous avons déjà dit ſur la grande difficulté de connoître les auteurs qui chez les différentes nations ont véritablement été les premiers, comment comparer & apprécier le génie, le mérite d'un nombre infini d'auteurs qui probablement ne ſont venus que les ſeconds, ou même longtems

après les ſeconds, quoiqu'ils ſoient les plus anciens que l'on connoiſſe dans leur nation? Souvent il n'y a que leurs noms qui ſoient parvenus juſqu'à nous On peut bien ſavoir par des témoignages étrangers s'ils ont écrit en proſe ou en vers, parce que pour juger de cet article, il n'a fallu que des yeux: mais il faut plus de connoiſſances pour juger du ſtyle; & par conſéquent il y auroit du riſque à s'en rapporter là-deſſus à ce que quelques anciens critiques peuvent en avoir dit. Et ſuppoſé enfin que l'on voulût juger de tous par ceux dont nous avons les ouvrages ou ſeulement quelques fragments; qui ſeroit aſſez éclairé pour pouvoir, & aſſez hardi pour oſer marquer les rangs entre tant d'ouvrages de divers ſiecles, de divers genres, & écrits en différentes langues? Et d'ailleurs comment fixer le tems précis en deça duquel ſe trouvent tous les bons auteurs d'une nation, & au delà duquel tous ſoient reconnus mauvais? Comment s'accorder ſur le choix en nommant celui qui ſeul a réellement eu droit de faire époque dans ſa patrie à cet égard? Suppoſé que les voix ſe réuniſſent ſur certains auteurs pour quelques nations modernes, combien n'y auroit-il pas d'avis différents pour toutes les nations anciennes?

On ne peut donc employer l'hiſtoire que pour examiner la queſtion ſimplifiée que voici: *chez les différents peuples dont nous connoiſſons un peu l'hiſtoire détaillée, les premiers auteurs connus ont-ils conſtamment été des verſificateurs?*

On ſent que cette queſtion n'eſt plus celle que je me ſuis propoſé d'examiner; & que quand l'hiſtoire prouveroit que les premiers auteurs connus ont conſtamment ſuivi quelques regles de verſification, on ne pourroit point en conclure que ces auteurs ont été des poëtes; moins encore qu'ils ont été de bons poëtes. Cependant je ſuis bien aiſe de ſuivre ce fil un moment, afin de m'aſſûrer encore mieux par quelques exemples du peu de ſecours que les faits hiſtoriques peuvent fournir par rapport à notre queſtion générale.

Pour cela, je penſe qu'il eſt inutile de parler des auteurs qui ont vécu dans les beaux ſiécles de la littérature: il s'agit ici de l'enfance

des

des Lettres, & non pas de leur parfaite maturité. Je ne parlerai pas non plus des auteurs qui ont paru dans les tems de décadence: il s'agit de ſavoir quel genre a été connu & cultivé le premier, & non pas quel genre ſubſiſtoit encore lorsque l'autre étoit déjà entierement négligé; & je ne crois pas que les obſervations faites ſur l'un de ces tems puiſſent fournir des inductions bien certaines ſur l'autre.

Comme ceci n'eſt qu'un ſimple eſſai, il me reſte encore une carriere trop étendue à parcourir: ainſi, pour me reſſerrer autant que mon objet le demande, je ne vais que jetter un coup d'œil ſur les commencements de la littérature françoiſe & romaine, en n'examinant que le berceau de l'une & de l'autre; d'où je paſſerai enſuite aux premiers ſiécles de la Grece, ou plutôt aux tems de la haute antiquité; & je ne ferai que nommer, en paſſant d'un ſiécle à l'autre, une partie des auteurs qui ont illuſtré ces différents ſiécles.

1°. Corneille, Malherbe, & Marot ont vu & ſuivi un nombre infini d'auteurs renommés, les uns poëtes, & les autres proſateurs; & qui tous n'ont fait que ſuivre Philippe de Comines. Celui-ci n'eſt venu lui-même qu'après Jean de Hauteville, Guillaume le Breton, Alain de l'Isle, Alain Chartier, Jean Clopinel, & ſurtout Villon qui ſelon Boileau,

- - - Sut le premier, dans des ſiécles groſſiers,
Débrouiller l'art confus de nos vieux Romanciers.

Il ſemble, par cet éloge, que Villon ſoit le premier bon auteur, ou du moins le premier bon poëte qui ait paru en France. Cependant il ne vécut que longtems après Ville-Hardouin, & Jean Sire de Joinville. Je ne ſais au reſte s'il faut remonter plus haut. Avant Joinville on ne trouve que les Troubadours entre leſquels Thiebault V. Comte de Champagne & Roi de Navarre, ſurnommé *le faiſeur de chanſons* ou *le troubadour*, tient un des premiers rangs. Quelque fameux qu'aient été les Troubadours en général, & les Parlements d'amour pendant le treizieme & le douzieme ſiécles; il nous reſte à peine quelques fragments de leurs ouvrages; & les Trou-

badours eux-mêmes ne remontent pas plus haut en France que le onzieme ſiécle au commencement duquel Conſtance, dite *blanche*, fille de Guillaume premier Comte de Provence, amena avec elle, lorſqu'elle vint épouſer Robert Roi de France, pluſieurs Troubadours qui apprirent aux françois l'art des pieces rimées. C'eſt depuis ce tems-là qu'on a connu en France les chanſons, les ſatyres ou ſyrventes, les ſonts ou ſonnets, les madrugales ou martingales que nous appellons madrigaux, les comédies, & ſurtout les teucons, ou dialogues ſur quelque queſtion galante.

Il faut convenir que bien avant les Troubadours on trouve encore quelques auteurs eſtimables pour leurs tems, comme Adémari Aumônier de Charlemagne, Eginard Chancelier du même Empereur, Abbon, Haimon, Aimoin, qui la plûpart étoient proſateurs. Mais une bonne raiſon de ne pas remonter plus haut que Jean Sire de Joinville & Thiebault V. Comte de Champagne qui vivoient tous deux en même tems; c'eſt que la plûpart des auteurs qui les ont précédés en France, & même de ceux qui les ont ſuivis pendant pluſieurs ſiécles, n'ont presque écrit qu'en latin; de ſorte que ces auteurs appartiennent moins à la littérature françoiſe qu'à la romaine: ils ſont les derniers des anciens plutôt que les premiers des modernes; de mauvais diſciples de ceux-là, plutôt que les maîtres de ceux-ci.

Le petit nombre de ceux qui n'ont pas écrit en latin, l'ont fait en Roman, langage bien plus éloigné de la langue françoiſe telle qu'elle exiſte aujourd'hui, que celle-ci ne l'eſt de la langue italienne. Il n'eſt donc pas plus juſte de confondre ces auteurs avec les nôtres, que ſi l'on vouloit regarder les italiens & les françois comme appartenants à une même langue & à une même nation. Mais, ſi l'on ne vouloit conſidérer le roman & le françois qui lui a ſuccédé, que comme une ſeule & même langue, cela ne ſerviroit pas encore beaucoup à la queſtion préſente; puiſque le roman n'a commencé à s'écrire que peu avant le huitieme ſiécle. La proſe en tireroit même plutôt avantage que la poéſie relativement à l'ancienneté; ſi, comme nous l'avons remarqué plus haut, les pieces rimées ne ſont connues en France que depuis environ le dixieme ſiécle.

En

En regardant Jean Sire de Joinville & Thiebault V. Comte de Champagne, comme les deux premiers bons auteurs françois, ainſi qu'il me paroît aſſez raiſonnable de le faire; la queſtion préſente reſte indéciſe: je dois même remarquer en cet endroit que j'ai eu raiſon de ne pas chercher par l'hiſtoire leſquels ſont les plus anciens, des bons poëtes ou des bons proſateurs; car ici, par exemple, qui oſeroit donner la préférence aux vers de l'un ou à la proſe de l'autre? On a beaucoup loué le génie, & beaucoup vanté les chanſons du Troubadour Comte de Champagne: mais a-t-on moins eſtimé l'hiſtorien de Louis IX, même pour les qualités de ſon ſtyle?

2°. A Rome avant Ciceron & Hortenſius, on avoit déjà eu Térence, Plaute, Ennius, Pacuvius, Attius & Nævius. Mais Q. Aelius Tubero, Rutilius Rufus, M. Aemilius Scaurus, Junius Gracchanus, Claud. Licinius, Cn. Gellius, Sempronius Aſellio, C. Cœcilius Antipater, C. Sempronius Tuditanus, Lucius Caſſius Hemina, L. Caſſius Piſo, L. Scribonius Libo, M. Porcius Cato, L. Cincius, Fabius Pictor, M. Acilius Glabrio, &c. hiſtoriens ou orateurs, vivoient à peu près dans le même tems. Les partiſans de la poéſie objecteront que, longtems avant les uns & les autres, & même dès le regne de Numa Pompilius, on fit à Rome des Cantiques à l'honneur des Dieux? Mais ceux qui ſeront pour le parti contraire, ne pourront-ils pas répondre que, dès les premiers tems de Rome, les Pontifes avoient ſoin tous les ans d'écrire les faits & les principaux événements qui pouvoient intéreſſer l'état, les loix, & les mœurs? Sans doute que leur proſe devoit être bien mauvaiſe: mais, outre qu'il ne s'agit point ici des qualités du ſtyle, les vers de Nævius qui n'étoient que des vers Saturniens & très irréguliers, ces vers valoient-ils beaucoup mieux, quoique Nævius vécût dans le ſixieme ſiécle de Rome? Ennius même, malgré tout l'eſprit qu'il avoit, Pacuvius, malgré la ſcience qu'Horace lui attribue, Attius, malgré le ton grave que le même Horace loue en lui, étoient-ils tous ſi loin de la barbarie, & ſi près de la perfection? Qu'on juge par les vers de Nævius, ce que devoient être les cantiques compoſés du tems de Numa?

Voilà,

Voilà, je crois, ce que l'ancienne Rome peut nous fournir touchant cette matiere; en quoi l'on doit remarquer que, pour l'antiquité, la proſe & la poéſie n'y ont pas eu grand avantage l'une ſur l'autre.

3°. Dans une antiquité plus reculée, Homere & Héſiode vécurent longtemps avant les premiers philoſophes qui prirent le nom de Sages, auſſi bien qu'avant la plûpart des hiſtoriens connus. On compte même avant eux, Pronapide, Cléophile, Méliſandre, Oribante, Phénius, Démodoque, Paris, Siagrius, Darès, Terpandre, Amphion, Hercule, Olès de Lycie, Pamphos d'Athenes, Philammon, Muſée d'Eleuſine, Pireus, Orphée, Thymès, Linus, Calliope, &c. tous poëtes renommés. Ici le nombre des poëtes l'emporte de beaucoup ſur le nombre des proſateurs; ce qui fait d'abord un préjugé en faveur de la poëſie. Cependant le préjugé ne ſuffit pas pour décider la queſtion: en effet Cadmus le Miléſien qui, ſelon ce qu'on nous en dit, paroît avoir été proſateur, vivoit peu de tems après Orphée, & par conſéquent avant une bonne partie de tous les auteurs que nous venons de nommer. D'ailleurs la plûpart de ces anciens poëtes n'ont écrit que l'hiſtoire dans leurs poëmes; & cette hiſtoire, il eſt plus que probable qu'ils la tiroient des régiſtres publics & particuliers qui ſans doute n'étoient pas en vers.

L'exiſtence de ces régiſtres ou mémoires plus anciens que les auteurs qui y ont puiſé, ſe prouve par Manéthon qui a fait ſon hiſtoire ſur des mémoires très anciens qu'il avoit reçus de Jérombal prêtre d'Egypte: elle ſe prouve par Béroſe qui a écrit d'après les vieux régiſtres des Babyloniens; & par Sanchoniaton, qui n'a fait ſon hiſtoire des Phéniciens, qu'en ſe ſervant des régiſtres des villes & des archives qu'il trouva dans les temples. Or Sanchoniaton lui même eſt un des plus anciens auteurs, ſuppoſé toutefois qu'il ſoit bien vrai qu'il ait vécu, & par conſéquent qu'il ait écrit l'hiſtoire dont il s'agit.

Je dis que ces mémoires n'étoient pas en vers; 1°. parce que ceux qui en font mention, n'en diſent jamais rien; & que probablement ils n'auroient pas omis une particularité ſi curieuſe; 2°. parce

que

que dans ces mémoires, régiſtres, ou archives, il n'étoit queſtion que de conſerver ſimplement l'eſſence des faits: ce n'étoient, pour ainſi dire, que des Notes auſſi courtes que ſimples; 3°. la raiſon pour laquelle les premiers auteurs mettoient leurs ouvrages en vers, n'avoit pas lieu dans ces notes: les auteurs compoſoient en vers pour faciliter la mémoire de leurs diſciples qui apprenoient leurs ouvrages par cœur, ou pour que ces ouvrages puſſent être chantés: or les archives en queſtion n'avoient point dû, ſelon leur premiere deſtination, être chantées, ni appriſes par cœur; ce n'étoit qu'un dépôt public, que des matériaux informes; 4°. il eſt certain que les annales de Rome écrites tous les ans & conſervées par les premiers pontifes, n'étoient que des notes ſimples & en proſe.

Je paſſe ſur un grand nombre de noms cités par les anciens: je laiſſe les Mages des Perſes, les Chaldéens des Babyloniens, les Gymnoſophiſtes des Ethyopiens, le Thoth, l'Iſis, l'Horus des Egyptiens, & les Druides des Celtes. On pourroit diſputer longtems avant de ſavoir s'ils ont tous compoſé en vers plutôt qu'en proſe.

Il eſt au moins très vraiſemblable que les premiers auteurs grecs ont été des poëtes: mais de quel poids peut être un exemple particulier pour une aſſertion générale? On peut y joindre Moïſe, ſi l'on veut: par là la choſe ſe trouvera vérifiée chez deux peuples anciens, & reſtera problématique pour beaucoup d'autres. A la rigueur, elle ſeroit problématique même pour les Juifs: car outre qu'on ne peut gueres regarder Moïſe comme un premier auteur, lui qui avoit été élevé à la Cour des Rois d'Egypte, on n'eſt pas d'accord d'ailleurs ſur le genre de ſes ouvrages.

Tout ce que nous venons de dire, pourroit faire ſoupçonner que plus une nation eſt ancienne, plus il eſt probable que les poëtes y ont précédé les proſateurs; & qu'au contraire plus l'origine d'une nation eſt près de nous, plus il eſt probable que chez cette nation les proſateurs y ont précédé les poëtes: ce qui ſuffit pour prouver que la remarque de nos littérateurs modernes à ce ſujet eſt au moins hazardée,

en la prenant dans toute ſon étendue, & en ne l'examinant que du côté hiſtorique. Car je crois en avoir aſſez dit pour faire voir qu'on ne pourra jamais prouver par l'hiſtoire, ni que chez tous les peuples coſons ou primitifs, ſéparés & iſolés, ou ayant commerce avec d'autres nations, on a toujours eu de bons poëtes avant d'y avoir des proſateurs; ni même qu'on y a toujours eu des poëtes avant d'y avoir des proſateurs, quels qu'ils aient été les uns & les autres. J'ai donc eu raiſon de penſer qu'il faudroit recourir à d'autres moyens; qu'il faudroit examiner leſquels ont naturellement dû précéder les autres; voir par un examen ſuivi & philoſophique de la nature, de la marche, du développement, des progrès, & du réſultat des différentes facultés de l'homme, ſi dans notre origine ſociale nous ſommes plutôt poëtes que proſateurs. C'eſt ce qui ſera le ſujet d'une autre lecture; & fournira, comme je l'eſpere, une réponſe ſatisfaiſante aux différentes queſtions auxquelles cette matiere peut donner lieu, & peut-être encore quelques obſervations, quelques inductions aſſez curieuſes.

SE-

SECOND MÉMOIRE

SUR LA QUESTION,

SI DANS L'ORDRE DES TEMS LES POËTES ONT TOUJOURS PRÉCÉDÉ LES PROSATEURS?

PAR M. THIEBAULT.

Je crois avoir ſuffiſamment prouvé dans un autre Mémoire, que les recherches hiſtoriques ne peuvent nous mener à rien d'aſſez ſatisfaiſant ſur cette matiere. Il faut donc ſe retourner du côté des recherches philoſophiques; c'eſt-à-dire, que ne pouvant découvrir ce qui a été, il faut au moins rechercher ce qui a dû être. La philoſophie doit s'appuyer ſur les faits, quand les faits ſont, ou peuvent être connus: mais, lorſque nous manquons abſolument de mémoires hiſtoriques, n'eſt-il pas permis au philoſophe d'établir les faits ſur ſes raiſonnements, de les déduire même de ſes conjectures? C'eſt, me dira-t-on, ne donner qu'un Syſtême, qu'un Roman philoſophique; & nous en avons déjà tant, qui ſont au moins inutiles! - - - Si l'on diſtinguoit bien les ſyſtêmes que la philoſophie a véritablement arrangés & dirigés, d'avec ceux qui lui ſont fauſſement attribués, & qui n'ont d'elle que l'air & le ton, ſans doute que le nombre des premiers ſeroit beaucoup plus petit qu'on ne penſe, & que l'on n'y trouveroit que de véritables hiſtoires. Quoi qu'il en ſoit, vous jugerez, Meſſieurs, du rang où l'on doit placer le mien.

Il ſemble que, pour ſavoir ſi l'homme conſidéré en ſociété, eſt, en ſortant des mains de la nature & à meſure qu'il ſe civiliſe, plutôt poëte que proſateur; il faudroit ſuivre tous ſes pas, l'analyſer à cha-

que inſtant de ſa marche, & bien ſaiſir la nature de ſes facultés, les efforts qu'il fera pour les développer, & enfin la gradation de ſes progrès. On peut aiſément donner une réponſe générale ſur tous ces points, en diſant que les facultés primitives de l'homme ſocial ſont celles que l'on peut déduire de ſon organiſation & de ſon état de ſociété; ou ſi l'on veut, le germe non développé de celles que l'expérience ne nous permet pas de lui refuſer; que ſes efforts ſeront toujours proportionnels à ſes beſoins; & que ſes progrès ſeront en raiſon compoſée de ſes efforts & de ſes facultés. Mais il ſeroit bien difficile de ſuivre ces réponſes générales, & de les appliquer dans le détail, ſi l'on ne vouloit étudier l'ame que dans l'ame-elle-même. Comment éviter, en ce cas, le défaut de n'oppoſer aux ténebres qu'un fanal plus ſombre que les ténebres elles-mêmes; de n'expliquer une choſe obſcure que par une autre plus obſcure encore? Si donc nous avons un ſigne infaillible & caractériſtique de l'état des hommes, une image fidele de leur ame, un objet qui donne priſe à nos ſens, & qui ſoit comme l'échelle des variations de leurs goûts & de leurs progrès; gardons-nous de négliger un ſecours ſi utile! Or, ce ſecours puiſſant, cette bouſſole ſi propre à nous conduire au terme déſiré, nous la trouvons dans les langues, qui ſont toujours l'image de l'eſprit & du caractere général des peuples; ſoit que la moindre ou plus grande perfection du langage doive être conſidérée comme la cauſe, ou ne ſoit que l'effet de la moindre ou plus grande perfection de l'eſprit général de la nation; queſtion étrangere à notre ſujet, & dans laquelle nous n'entrerons point. Il ſuffit, pour notre deſſein, d'obtenir ce que tout le monde avoue, que les progrès d'une langue ſont toujours à peu près paralleles aux progrès de l'eſprit. D'ailleurs la poéſie & la proſe ſont eſſentiellement & tout entieres dans le langage & le ſtyle; d'où il ſuit que le caractere d'une langue, ſon état, ſes propriétés ſucceſſives décident abſolument la queſtion qui fait l'objet de nos recherches. Réduiſons donc cette queſtion aux termes ſuivants: *La langue d'un peuple, quel qu'il ſoit, eſt-elle plutôt propre à la poéſie qu'à la proſe?* C'eſt à ce dernier point que je m'attache; & c'eſt, Meſſieurs, ce que je vais examiner dans ce diſcours.

Les

Les langues ſont ou primitives, ou dérivées: pour ſuivre l'hiſtoire des unes & des autres, il faut commencer par les primitives: c'eſt même à celles-là qu'il faut principalement faire attention, car les langues dérivées ſont beaucoup plus connues. Mais, pour pouvoir ſuivre une langue primitive dès ſon berceau, à quel autre moyen pouvons-nous recourir, que de faire ici une ſuppoſition déjà faite pluſieurs fois, c'eſt-à-dire, que de ſuppoſer des perſonnes abandonnées à la nature & à elles-mêmes, n'ayant aucune ſorte de langage, ni aucun autre ſecours à cet égard, que des organes bien conformés & à leur point de perfection naturelle; & de chercher quels efforts ces perſonnes feront pour ſe créer une langue, & quels en ſeront les ſuccès? Je dis donc que, ſi l'on place dans une iſle entierement déſerte & cependant pourvue des choſes néceſſaires à la vie, une centaine de jeunes gens qui n'aient jamais entendu parler aucune langue; ces jeunes-gens feront un peuple nouveau, une langue nouvelle; & que ſi l'on répete la même expérience cent fois, nous aurons cent langues primitives, qui ſans doute différeront entr'elles dans les détails, mais qui néanmoins auront toutes, à très peu de choſe près, les mêmes qualités générales, le même caractere, les mêmes propriétés; comme on voit que les fruits d'une même eſpece d'arbres ont toujours la même forme, la même couleur, la même ſeve, le même goût, ſans néanmoins ſe reſſembler parfaitement.

On ne peut me nier la poſſibilité de créer ainſi une langue dont les auteurs n'auroient eux-mêmes aucune notion: car l'homme ayant tous les organes néceſſaires pour cela, parviendra peu-à-peu à les exercer & à s'en ſervir, ſi le beſoin eſt bien urgent. Or quel beſoin eſt plus grand chez des hommes en ſociété, que le beſoin de parler? L'homme apprendra donc à le faire, de même qu'il apprendra ſeul à marcher. Les organes de la voix étant plus compliqués que les autres, l'effet en ſera plus tardif; mais il n'en ſera pas moins ſûr. Comme il n'eſt pas de mon ſujet de porter cette preuve auſſi loin qu'elle pourroit aller, je n'en dirai pas d'avantage ici. Je paſſe à la recherche

des propriétés, du caractere général & commun de toutes les langues primitives. Je le trouverai, ce caractere, dans ce qui eſt une ſuite néceſſaire de la nature des organes, & de la poſition de l'homme. Un petit nombre d'articles que nous allons parcourir les uns après les autres, développeront ma penſée.

1°. Une langue primitive, telle que celle des jeunes inſulaires que nous avons ſuppoſés, ne peut ſe former que très lentement. Il faudra bien des générations avant qu'elle ſoit fournie des termes les plus néceſſaires, & ſurtout avant qu'elle ait pris une forme, une apparence de ſyntaxe, les premiers traits d'un caractere décidé. Dans les commencements, il y a trop d'obſtacles à lever & ces obſtacles ſont tous dans leur entier: les ſecours manquent auſſi bien que les moyens: le beſoin eſt plus reſſerré, plus limité; les prétentions ſont plus bornées, l'eſpérance du ſuccès eſt plus foible: on doit faire moins d'efforts; ou plutôt on n'en doit point faire. La langue ne laiſſe pas néanmoins que de ſe former peu-à-peu: mais la nature ne paroît que vouloir ſe jouer. Elle procede ici comme dans les enfans, dont les premiers mouvements ſemblent n'être qu'un jeu, tandis qu'ils préparent l'homme à des fonctions libres, régulieres & néceſſaires. Dès que l'on ſera parvenu à vaincre quelqu'une de ces difficultés; que les autres ſeront, pour ainſi dire, un peu entamées; que l'eſprit de l'homme ſera enhardi par quelques heureux ſuccès; qu'il ſe ſera ouvert de nouvelles routes; qu'il aura ſaiſi ou établi un certain nombre d'analogies; que les idées ſe multipliant, les beſoins croîtront à proportion, & ſolliciteront l'induſtrie: alors on ſe portera à de vrais efforts; la langue quittera tout à coup ſa marche lente & tardive; elle s'avancera à grands pas vers la perfection. Elle reſtera néanmoins bien en deçà du terme: car étonné des grands progrès qu'il aura faits en ſi peu de tems, l'eſprit humain s'arrêtera comme pour contempler ſon ouvrage, & ne ſongera qu'à en jouir. Les imperfections qui reſteront encore, ſeront moins ſenſibles, moins gênantes: on n'aura plus un ſi grand beſoin de les détruire: on en reſtera là juſqu'à ce que l'eſprit ayant de nouveau fait de grands progrès,

&

& acquis une nouvelle délicateſſe, ſe retrouve par rapport à ſa langue, dans le même état à peu près où il étoit lors de ſes premiers efforts. Mais avant ce terme une inondation de peuples barbares, ou d'autres accidents viendront peut-être détruire & le peuple & la langue, ou du moins les replonger dans la barbarie. C'eſt de là que naiſſent ſouvent les langues dérivées. Il eſt eſſentiel de remarquer qu'après les premiers ſuccès rapides de cette langue primitive, & dans le tems que l'eſprit humain paroîtra ſe repoſer à cet égard, il ſe fera néanmoins toujours dans le langage des changements très conſidérables, à les prendre dans leur totalité, quoique peu ſenſibles, à les conſidérer en particulier & dans le détail. C'eſt alors que les racines ſe perdront en partie & peu à peu; & que l'analogie entre les mots commencera à s'affoiblir; changements imperceptibles, qui porteront coup à la langue, & lui ôteront une partie de ſon énergie.

2°. Les premiers mots, ou plutôt, les premiers ſons d'une langue primitive ſeront toujours les interjections. L'impoſſibilité de parler une langue qui n'exiſte pas encore, & qu'il faudra créer à chaque inſtant, ſera cauſe que l'on n'exprimera d'abord que les ſentiments, les affections de l'ame, telles que la ſurpriſe, la douleur, la crainte, le doute, le regret, le dépit, l'averſion, le déſir, la joie, &c. Car on a des ſentiments avant que d'avoir des idées diſtinctes. Ces premieres expreſſions ne ſeront que des cris, que de ſimples accens: mais elles n'en ſeront pas moins énergiques, puiſqu'elles ſeront toujours accompagnées de ces tons pittoreſques que la nature a conſacrés aux paſſions, & qui ſont comme la baſe de l'art déclamatoire. Une remarque ſinguliere, c'eſt que dans les langues connues qui ſont des langues dérivées & fort éloignées de toute langue primitive, les interjections ſont ordinairement des monoſyllabes, quoique les mots dérivés manquent rarement de s'allonger. Dans tous les idiomes de tous les tems, les interjections ſont ſi expreſſives & ſi peu équivoques, qu'il eſt rare qu'elles ne ſoient pas entendues de ceux qui ignorent entierement la langue à laquelle elles appartiennent. On objectera qu'elles ſont preſque par-

tout

tout les mêmes? Mais cela prouve en faveur de nos conjectures: car de là je conclus qu'elles appartiennent à la nature, & non pas aux caprices, ni à tout ce qui s'appelle arbitraire; & qu'en conſéquence elles ſeront à peu près les mêmes dans la langue primitive de nos inſulaires. Mais, ſi dans toute langue, les interjections ſont les mots les plus anciens, les conjonctions ſeront à coup ſûr les derniers venus. Car la derniere choſe que l'homme acquiert, c'eſt l'art d'unir ſes idées, de les rapprocher, de les comparer, de les enchaîner les unes aux autres. Il eſt longtems à ne les combiner que deux à deux; c'eſt-à-dire, que pendant longtems il ne ſait former que des phraſes ſimples & déta-chées. Il lui faut pluſieurs ſiecles avant que de parvenir à lier ſes jugements, comme il a d'abord lié ſes idées; à former des raiſonnements bien ſuivis, comme il a d'abord formé des phraſes. Il ſuit de cette obſervation, qu'après que nos inſulaires auront ſaiſi & employé les moyens que la nature nous offre pour trouver la vraie dénomination de chaque choſe connue; ce ne ſera pas du côté du nombre des expreſſions & des idées, que leur langue ſera plus défectueuſe: le vice principal de leur langue nouvelle, c'eſt qu'ils n'auront pas l'art de ranger, de lier enſemble leurs idées & leurs expreſſions: en un mot les langues barbares ſont toujours bien moins pauvres qu'elles ne ſont découſues. La Syntaxe ne ſuivra donc que de très loin la formation des mots; & même après que l'uſage aura établi une ſorte de ſubordination dans le régime de la langue, cet article ſera encore pendant des ſiecles flottant & incertain, libre & irrégulier, enfin bien loin d'être irrévocablement fixé par des loix généralement reconnues.

3°. D'abord tous les noms ſeront primitifs; & c'eſt de ceux-ci que l'on formera enſuite par dérivation la plûpart des verbes, des adjectifs, des adverbes & des termes abſtraits. Mais les racines auront leur uſage & leur ſignification particuliere, & feront partie de tous les autres mots uſités: elles ſubſiſteront par elles-mêmes auſſi bien que par les mots qui en auront été formés; & leur emploi ſera toujours de ſignifier l'idée principale & générale, l'objet conſidéré tel qu'il s'eſt d'abord

d'abord préſenté. Or rien ne contribue tant à nous faire voir d'une maniere vive, nette, préciſe & prompte, l'idée qui eſt attachée à un mot, que de bien connoître les environs de ce mot; c'eſt-à-dire, ſa racine ou ſes dérivés, ceux qui viennent de la même racine, & qui lui ſervent comme de branches collatérales, les compoſés qui en ont été tirés, ou les ſimples qui l'ont formé lui-même, &c. Ce ſont comme autant d'objets qui réfléchiſſent la lumiere ſur celui que nous fixons. C'eſt ainſi que l'œil ſaiſit avec bien plus de facilité & de netteté les figures les plus compoſées de la Géométrie, quand il eſt bien familiariſé avec celles qui, étant plus ſimples, en ſont comme les éléments.

4°. Voyons encore dans un plus grand détail, comment nos inſulaires s'y prendront pour former les mots de leur langue nouvelle. Mais, avant que de paſſer outre, je dois avertir qu'en pluſieurs endroits de ce Mémoire, & particulierement ici, mon ſujet me ramene néceſſairement à des recherches que pluſieurs auteurs, & nommément celui du *Traité de la formation méchanique des langues*, ont faites avant moi. Je ne puis réparer ce mal, qui n'en eſt un que pour moi, qu'en faiſant un choix de ce qu'ils ont dit de mieux; qu'en donnant aux choſes un ordre & un développement conforme à mon deſſein qui eſt très différent du leur; & qu'en faiſant de leurs obſervations principales une application à laquelle aucun d'eux n'a ſongé.

Pour nommer les parties de la bouche qui ſont des organes de la voix, nos inſulaires ne feront que mettre ces organes en action; & ce ſera par les effets, par les ſons que ces organes produiſent, qu'ils ſeront déſignés; méthode naturelle, & preſque néceſſaire dans le cas ſuppoſé; méthode très énergique, & dont on retrouve encore des traces dans les langues modernes, quelque éloignées qu'elles ſoient de leur premiere origine. Ce ſera à peu près de la même maniere qu'on nommera tous les objets qui font du bruit: on ne fera qu'imiter le bruit qui leur eſt propre: car ils n'ont aucune qualité qui puiſſe être autant à portée de l'organe de la voix que celle-là; c'eſt-à-dire, aucune qualité que la voix puiſſe imiter avec plus de facilité, & d'une maniere plus parfaite, plus préciſe, & plus ſenſible.

Mais de ces premiers noms, de ces premieres racines, combien de mots dérivés qui feront images auſſi bien que les primitifs; adjectifs, verbes, adverbes, &c. autant d'Onomatopées dans la langue de nos inſulaires, juſqu'à ce que le caprice de l'uſage ait deſtiné les mêmes ſons à des objets étrangers, & que par cet abus on ait comme énervé ces mêmes ſons qui devoient avoir tant de force! Cependant nos organes ne pouvant gueres repréſenter dans un même mot qu'une ſeule qualité d'un objet qui en a pour l'ordinaire un très grand nombre; ne pouvant même ſouvent repréſenter que l'une des moins importantes; il faut avouer que la langue même la plus parfaite, ſera toujours bien foible & bien défectueuſe du côté de l'énergie: elle ne montrera qu'un ſeul côté d'un objet qui en a mille. Je ne fais cette obſervation que pour prévenir ceux qui voudroient m'accuſer de faire d'une langue primitive une langue trop parfaite. Je puis encore mieux leur répondre en les renvoyant à ce que j'ai dit de la Syntaxe. Quoi qu'il en ſoit, la langue primitive que nous ſuppoſons, repréſentera au moins une qualité de l'objet; & c'eſt beaucoup en comparaiſon de nos idiomes dérivés.

Il n'y a point de bruit ſans quelque mouvement; & pour l'ordinaire les objets en mouvement ſont quelque ſorte de bruit. Ainſi les choſes que l'on verra toujours ou ſouvent en mouvement, auront encore des noms imitatifs, & par conſéquent précieux par leur force intrinſeque. D'ailleurs, ſi l'on ne peint pas le mouvement lui-même, on peindra au moins la qualité du mouvement; on en imitera la lenteur par des ſons traînants, la viteſſe par des ſons fluides & rapides. Une certaine monotonie dans les ſons déſignera un mouvement égal & continu: des ſons diſparates, & des paſſages d'une exécution difficile, exprimeront les mouvements irréguliers & qui ſe font par bonds & par ſauts. Or les deux ſortes de noms dont nous venons de parler, ne feront-elles pas la principale, & même la majeure partie des noms qui ſe trouveront dans la langue primitive? Les objets qui n'affectent d'une maniere ſpéciale que le goût, l'odorat, ou le tact, produi-

duiſent des ſenſations dont le caractere eſt analogue aux qualités du bruit & du mouvement. Lorſqu'on voudra leur impoſer des noms, on ſuivra cette double analogie. Les noms de cette derniere claſſe ne ſeront que des noms dérivés: mais on en ſentira d'autant mieux tout le ſens & toute la force, que leurs racines ſeront elles-mêmes des noms uſités, & bien connus.

De tous les objets ſenſibles, les plus difficiles à peindre par la parole ſont ceux qui paroiſſent toujours dans le repos, & qui n'affectent que les yeux. Mais combien d'analogie encore entre les couleurs & les ſons, entre les figures & les différentes ſortes de mouvement, entre les maſſes & la qualité du bruit? C'eſt par là qu'on tâchera d'exprimer les qualités ſenſibles des objets de cette derniere claſſe.

C'eſt encore par analogie & d'après les noms des objets phyſiques que ſe formeront la plûpart des noms abſtraits. Cependant il faut remarquer qu'il y a certains ſons qui ſemblent deſtinés par la nature à repréſenter certaines modalités, certaines vues de l'eſprit, en un mot certaines abſtractions. C'eſt ce que Platon, Leibnitz, & pluſieurs autres grands hommes ont reconnu. Il ne faut pas de ſi grandes autorités pour nous forcer d'avouer que, ſoit miſtere dans la conduite de la nature, ou plutôt ignorance de notre part, nous ſommes obligés de reconnoître en mille occaſions des faits conſtants dont il ne nous eſt pas poſſible de rendre raiſon. Cette réflexion s'étend à l'emploi de pluſieurs ſons qui dans preſque toutes les langues paroiſſent ſinguliérement affectés à certaines idées, & qui ont une énergie très marquée. Il ſeroit très facile de donner ici des exemples ſatisfaiſants. Mais le tems ne me permet pas d'entrer dans les détails. Ces ſortes de ſons ſe retrouveroient donc dans les langues primitives, & y auroient la même deſtination, puiſqu'il nous eſt permis de préſumer que cette deſtination vient de la nature. Les termes abſtraits étouffent, dit-on, le génie poétique: cela eſt vrai dans les langues actuelles où ces termes n'ont d'autre force que celle que leur donne la convention tacite du public. Mais en ſera-t-il de même dans une langue primitive, où

ces termes ne ſeront formés que ſuivant l'inſtinct de la nature, ou d'après certaines loix d'analogie que l'eſprit aura ſaiſies? Ne peut-on pas dire en ce dernier cas, que ces termes ſeront tout poétiques eux-mêmes? Ajoutons que le nombre des termes abſtraits ſera très petit dans une langue premiere, ſurtout en comparaiſon de ce qu'il eſt aujourd'hui.

Eſt-il néceſſaire d'obſerver ici qu'en tâchant de marquer par des loix générales, quels doivent être la marche & le caractere des langues primitives, je ne prétends pas exclure le nombre conſidérable d'exceptions que le hazard ne peut manquer d'introduire? On préſente un objet à un enfant qui ne fait encore que bégayer. Cet enfant, par une impulſion purement machinale, prononce un ſon qui n'a aucun rapport avec l'objet: cependant ce ſon devient le nom de cet objet, au moins dans le ſein d'une famille, & dans ce langage particulier qu'on nomme enfantin. Combien d'autres cauſes pareilles peuvent influer dans la formation des langues nouvelles? En conſéquence combien d'irrégularités? Mais tous ces caprices ne produiſent que des exceptions, & n'influent que dans des circonſtances iſolées & particulieres. Ainſi les obſervations générales que nous avons faites, n'en ſont pas moins juſtes; de même que les anomalies particulieres ne détruiſent point les regles des déclinaiſons & des conjugaiſons.

5°. Les organes ne deviennent flexibles que peu à peu, & qu'à force d'exercice. On a même prétendu avec aſſez de vraiſemblance, & principalement pour cette raiſon, qu'une langue toute créée par un peuple nouveau, ſeroit, au moins pour les racines, l'ouvrage des enfants, & non pas celui des adultes. Mais qu'il faille attribuer cet effet à la flexibilité des organes dans les uns, ou aux efforts pénibles, mais conſtants & réfléchis des autres; il eſt toujours certain, non ſeulement que la nature ne conduira nos inſulaires à l'uſage de la parole qu'inſenſiblement, & que peu à peu; mais que les organes qui ſont les plus aiſés à mouvoir, ſeront auſſi les premiers employés, & ceux auxquels on aura recours le plus ſouvent. D'où il ſuit 1°. qu'autant que la loi de l'imitation & de l'analogie le permettra, les premiers

objets

objets connus & nommés, c'eſt-à-dire les premiers mots d'une langue primitive, les racines ne ſeront formées que par des ſons plutôt agréables que rebutants. Car le jugement de l'oreille, le plaiſir ou le déplaiſir de ce maître orgueilleux & ſuperbe, eſt toujours conſéquent à la facilité ou à la difficulté de l'exécution des ſons. Du même principe il ſuit 2°. que les ſons primitifs paſſant dans les mots dérivés, porteront avec eux, & répandront dans toute la maſſe du langage ce caractere doux & agréable qu'ils ont eux-mêmes. Ce n'eſt pas qu'une nouvelle langue n'ait auſſi des ſons rudes & forts: la néceſſité de l'imitation y en produira aſſez. Mais les ſons de cette derniere ſorte ſeront employés plus rarement que les autres. Ainſi de toutes les voyelles, celles qui n'auront lieu que les dernieres, ſeront les naſales. Les premieres conſonnes que les organes encore engourdis pourront rendre d'une maniere diſtincte, ſeront les lettres labiales, les plus douces de toutes les conſonnes. Les gutturales, ou peut-être les dentales ſuivront de près: les linguales ne viendront qu'en quatrieme ordre: les palatales ne ſeront qu'au cinquieme rang; & les dernieres de toutes ſeront les naſales, & les mouillées. Les ſifflantes ſeroient auſſi parmi les dernieres venues: mais la néceſſité de nommer différentes ſortes de bruit, fera hâter le développement des organes qui produiſent ces conſonnes. Aujourd'hui les ſons qui appartiennent à un même organe, ou à une même partie de l'organe général de la parole, ſouffrent un très grand nombre de diviſions: on compte pour chaque organe, des ſons doux, des ſons rudes, & des ſons moyens. Mais dans les commencements d'une langue premiere, les organes étant moins développés, l'échelle des ſons n'eſt pas diviſée en tant de parties: on a par conſéquent moins de lettres: les intervalles entre les différents ſons qui compoſent tous les mots, ſont plus grands, & mieux diſtincts: la prononciation eſt plus libre: le paſſage d'un ſon à l'autre y eſt plus ſenſible: leur liaiſon a quelque choſe de plus ſaillant & de plus marqué. Il y a moins de variété: mais celle qui s'y trouve, eſt peut-être plus frappante que dans les langues dérivées, parce que dans une langue nouvelle & primitive, tout eſt nouveau, rien n'eſt uſé. Les nuances

ſont moins fines & moins délicates: mais elles ont toute la fineſſe & toute la délicateſſe que l'on peut ſentir: car, relativement aux ſons qui compoſent les mots d'une langue, l'oreille ne ſe développe qu'avec l'organe de la voix: ce ſont deux facultés qui chez un peuple nouveau marcheront à peu près enſemble. D'ailleurs, la fineſſe & la délicateſſe dont il s'agit, ne valent pas la force. Enfin l'on ſait combien l'harmonie eſt naturelle à l'homme: il la retrouve dans toutes les œuvres de la nature: tout lui en donne & le goût & l'exemple. Comme les racines auront leur emploi dans le langage, & que leurs ſons feront partie des mots dérivés, il y aura dans la langue premiere une variation progreſſive dans les mots tirés d'un même primitif: tous ces mots ſe rapprocheront les uns des autres par un ſon fondamental & commun, tandis que d'un autre côté ils différeront entr'eux par les ſons acceſſoires. Je ne ſais ſi l'on penſera comme moi: mais il me ſemble que cela peut produire à peu près le même plaiſir que nous reſſentons quand nous voyons tous les individus d'une même famille ſe reſſembler par des traits généraux qui leur ſont communs, & différer les uns des autres par mille petits traits qui les diſtinguent. Indépendamment de cet avantage qui pourroit n'en être pas toujours un, nos inſulaires doivent naturellement chercher à ſuivre le goût que l'oreille a pour la ſymmétrie, le nombre, les cadences, le chant, la mélodie & l'harmonie. La ſymmétrie & le nombre ſeront comme un effet néceſſaire de l'imperfection de la Syntaxe, puiſque toutes les phraſes ſeront ſimples, aſtreintes à une longueur à peu près égale, & aſſez courtes, vû le peu d'étendue des combinaiſons non compliquées de l'eſprit: les cadences pourront aiſément ſe trouver & ſe préſenteront ſouvent d'elles-mêmes dans une langue où tous les mots qui ont quelques rapports dans le ſens, en ont auſſi dans les ſons: l'harmonie & la mélodie naîtront du caractere même des ſons qui ſeront en général bien diſtincts, coulants, & plutôt doux que rudes. Enfin le chant, ou ſi l'on veut, la déclamation, les accents tant oratoires que proſodiques, doivent néceſſairement être plus ſenſibles dans une langue nouvelle qu'ils ne le ſont dans nos langues dérivées: pour prouver ce dernier point, je n'aurois qu'à

cher-

chercher dans la langue chinoiſe juſqu'à quel degré l'homme peut porter cette partie du langage: je pourrois ſoutenir que c'eſt la diſette de mots qui les a dirigés, & peut-être auſſi la maniere la plus naturelle de nommer les objets, celle d'imiter le bruit. Je prouverois que toutes les langues primitives ſont, dans le tems de leur formation, dans un cas tout ſemblable. Mais ne ſuffit-il pas d'obſerver que l'homme a dû chanter avant de parler; & que par conſéquent les langues anciennes ont eu plus d'accents que nos langues modernes? Il ne faut point m'objecter que dans un endroit je ſuppoſe riche la langue primitive que je ſuppoſe pauvre ailleurs: car cela doit être dès qu'on la prend à différentes diſtances de ſon origine, & qu'on en examine ſucceſſivement l'état: outre cela, je ne la ſuppoſe pauvre qu'en ſyntaxe & qu'en conjonctions; je ne la ſuppoſe riche qu'en noms, verbes, adjectifs & adverbes: encore n'ai-je entendu par cette richeſſe qu'une abondance de mots à peu près équivalente au nombre des objets connus; richeſſe qui conſidérée ſous un autre point de vue, ſeroit appellée diſette.

Concluons de tout ce qui a été dit juſqu'ici, que dès que la langue primitive de nos inſulaires ſera aſſez formée, aſſez avancée pour pouvoir produire quelques auteurs, les ouvrages de ces premiers auteurs auront pour caracteres diſtinctifs & principaux, des expreſſions propres à bien peindre les affections, les mouvements de l'ame; une grande liberté dans la ſyntaxe; des phraſes courtes & désunies; des ſons doux & bien diſtincts, ſuffiſamment variés & cependant ſujets en partie à reparoître fréquemment, mais toujours avec un nouveau cortege & de nouveaux accompagnements; beaucoup de facilité pour les cadences, la ſymmétrie, & la mélodie; des noms qui ſeront preſque tous des Onomatopées, c'eſt-à-dire, qui ſeront autant d'images ſenſibles de leurs objets; des mots très énergiques, vu que les primitifs auront tous leurs fonctions particulieres dans le langage, que les dérivés auront entr'eux & avec leurs primitifs une analogie ſenſible tant pour le ſon que pour le ſens, & que ces dérivations ne ſeront fondées que ſur les qualités les plus frappantes des objets, ou les plus faciles à

bien

bien exprimer. Ne peut-on pas dire d'après tous ces caractères, que les ouvrages des premiers auteurs ſeront néceſſairement des ouvrages tout poétiques? Concluſion que l'on peut confirmer par deux obſervations bien eſſentielles; 1°. la difficulté de l'écriture, ſurtout ſi l'on commence, comme il eſt aſſez naturel de le ſuppoſer, par vouloir peindre les objets eux-mêmes, & non pas les ſons qui les repréſentent: car les liaiſons des idées n'ont rien de ſenſible: il y aura donc peu de liaiſon dans tout ce que l'on écrira. Il y aura également peu de termes abſtraits; encore ſeront-ils tous repréſentés par des images analogues & toutes phyſiques. L'écriture retiendra pendant longtems la langue dans l'état d'irrégularité que tout idiome a néceſſairement en naiſſant. Les phraſes ſeront donc longtems courtes & découſues. On ne s'attachera qu'aux idées principales: on réduira tout en ſentences: on perſonnifiera tout. 2°. L'homme en naiſſant ne ſaiſit d'abord que les rapports les plus généraux, que les reſſemblances les plus frappantes. Or, l'exiſtence n'eſt-elle pas la plus ſenſible de toutes les reſſemblances, le plus commun, le plus étendu, & par conſéquent le plus frappant de tous les rapports? Obſervons que par un effet naturel de la pareſſe & de la précipitation de notre eſprit, l'homme & ſurtout l'homme ignorant regarde comme ſemblables en tout les objets qui ſe reſſemblent par le côté qui s'eſt préſenté le premier à ſes regards, & qui l'a le plus frappé. Ainſi l'homme ſauvage qui ſent en lui un principe animé, prêtera ce principe à tout ce qui exiſte comme lui. Si la raiſon, ou la crainte, ou la reconnoiſſance, ou le déſir porte nos inſulaires à concevoir & à révérer des êtres ſupérieurs à tout ce qu'ils voient, & maîtres ſuprêmes du monde qu'ils habitent, ils revêtiront ces Dieux de corps, parce qu'eux-mêmes en ont. Ce ne ſera qu'après une longue ſuite de réflexions, & peut-être de ſiécles; qu'après un grand nombre d'expériences & de nouveaux faits; qu'après avoir bien perfectionné ſa raiſon, que l'homme pourra obſerver les différences cachées, mais conſtitutives des diverſes eſpeces d'etres; qu'il pourra croire un Dieu ſans corps, & des corps ſans ame. Or, quel eſt le caractere le plus eſſentiel de la poéſie? N'eſt-ce pas de toucher, d'abonder

bonder en images, d'avoir des tours libres, d'omettre les idées intermédiaires & peu eſſentielles pour que ſa marche ſoit plus rapide, de joindre l'harmonie à l'expreſſion, & ſurtout de donner une ame à tous les corps, un corps à toutes les ames, & l'exiſtence à tout ce que l'on conçoit?

Quant à la verſification, elle ne doit pas tarder à ſuivre. La néceſſité d'être court ſuffira ſeule pour faire des eſpeces de vers de toutes les phraſes. Car il ſera trop difficile d'écrire pour être long, & la langue ſera trop pauvre du côté de la ſyntaxe pour que le diſcours puiſſe être lié & ſuivi. D'ailleurs, qu'on ſe rappelle ce que nous avons dit ſur l'harmonie, ſur les cadences, ſur les ſons qui formeront les racines des mots: l'homme ſentira néceſſairement que certains ſons, certaines meſures, certaines proportions, certaines conformités de déſinences font ſur ſon oreille une impreſſion agréable. Il cherchera donc à décorer ſon ouvrage de cette ſorte d'agréments. La nature le dirigera encore ici; & le tems de la reſpiration ſera la meſure naturelle de chaque vers. Qu'on joigne à tout cela le goût de l'homme pour le chant, pour la danſe, & pour les retours des mêmes airs dans l'un, & des mêmes pas dans l'autre, c'eſt-à-dire, pour tout ce qui eſt *refrain*: je ſuis perſuadé que, plus on examinera ces goûts réunis, & leur influence néceſſaire, moins il reſtera de doute ſur l'ancienneté de la verſification.

Tout ce que j'ai dit juſqu'ici, n'a pour objet qu'une langue primitive qui ſeroit formée par un peuple nouveau: ſuis-je en droit d'en faire l'application à la langue, ou aux langues, qui dans la réalité & dans le fait, ont été les premieres? J'avoue que je ne vois pas trop en quoi cette application pourroit paroître haſardée: car, ſi la langue qui a réellement été le premier & le plus ancien idiome, n'a été que le fruit des ſeuls efforts de la nature; elle a dû être préciſément dans le même état que la langue ſuppoſée dont nous venons d'examiner la formation & le caractere. Si cette langue au contraire a été révélée, il eſt plus que probable qu'elle a été proportionnée à l'état, aux beſoins, à la nature, aux organes, aux connoiſſances de l'homme nouvellement créé, & com-

comme naiſſant; ce qui la fait encore rentrer dans le même ordre, & ce qui ſuffit pour juſtifier l'application de toutes nos remarques. Concluons donc que les premiers auteurs, & même les premiers bons auteurs, ont du être des poëtes.

Une induction qui ſuit du même principe, c'eſt que l'on a eu tort de rechercher dans les paſſions la premiere cauſe de la poéſie: car dans un ſens ce n'eſt rien dire, puiſque dans ce même ſens les paſſions ſont évidemment la premiere cauſe de tout ce que les hommes ont fait. D'un autre côté c'eſt dire une choſe fauſſe, puiſque la poéſie n'a pas originairement été le fruit de l'art, mais qu'elle a été un réſultat naturel & comme néceſſaire des opérations de l'eſprit, du développement de nos facultés, de la premiere formation & de la marche du langage primitif.

Mais, ſi les premiers auteurs qui ont exiſté, n'ont eu que des langues dérivées; ſi de leur tems le premier langage s'eſt déjà trouvé corrompu, altéré, diviſé en pluſieurs branches; ces premiers auteurs ont-ils encore dû être des poëtes? Cette queſtion fait une partie eſſentielle du ſujet que nous nous ſommes propoſé de diſcuter: il faut donc y répondre. Heureuſement la réponſe ne ſera pas difficile. Nous n'avons qu'à reprendre le fil de nos obſervations ſur la marche & la formation des langues, & voir comment les unes ſe dérivent des autres.

Sous l'empire du beſoin, l'eſprit ne s'écarte gueres au delà des objets néceſſaires: mais, affranchi de ce lien de ſujétion, il s'échappe, & bondit en liberté dans les vaſtes plaines de l'imagination. Avide de nouveautés, ſe livrant au plaiſir tout neuf de connoître, comparant ce qu'il a vu avec ce qu'il voit, il introduit la métaphore, les alluſions, les termes figurés: tout le frappe, même dans ſes propres productions. C'eſt là le moment du poëte, & le triomphe de la poéſie: c'eſt alors que cet art fera des prodiges, & qu'il obtiendra le nom de langue des Dieux. Jamais la langue ne ſera auſſi poétique que dans cet inſtant, quoique par la ſuite elle puiſſe devenir beaucoup plus parfaite,

faite, c'eſt-à-dire, beaucoup plus réguliere, plus exacte, plus abondante, & plus philoſophique. Cependant ces brillants ſuccès qui éléveront d'abord la poéſie au ſommet de la gloire, produiront un goût général; & ce goût ſubſiſtera encore par une ſuite naturelle de l'habitude, lorſque les principales cauſes qui l'auront produit, ne ſubſiſteront plus: telle eſt l'origine du goût oriental. L'eſprit, l'imagination, le génie de pluſieurs nations voiſines & iſſues les unes des autres, ſe ſont montés & ſoutenus ſur ce ton qui eſt préciſément celui de la poéſie. Mais, quoique le goût reſte longtems le même, les ſuccès ſont bien différents, ſurtout au bout d'un certain nombre de ſiecles. Car l'exercice continuel de l'eſprit, la culture des ſciences, les efforts des écrivains produiſent l'abondance des termes, laquelle donne un plein eſſor au caprice du choix. Le ſuccès de quelques libertés heureuſes autoriſe l'uſage des écarts forcés; l'acception figurée ſupplante l'acception ſimple. Bientôt, à force de varier les différents ſens d'un même terme, ou les termes qui rendent une même idée, la diſtinction des mots diſparoît; on en oublie la propriété. Une foule de verbes, de prépoſitions, de noms ſont d'un uſage ſi libre & ſi illimité, d'une acception ſi vague & ſi générale; ils ſe plient à tant de ſignifications écartées de leur ſens primitif, qu'il eſt bien difficile de retrouver celui-ci à travers le labyrinthe des idées voiſines, éloignées, analogues, étrangeres, oppoſées, auxquelles ces mots ſe fléchiſſent. La filiation des termes s'obſcurcit, la race en dégénere. Le mêlange des expreſſions produit dans les langues, le même effet que produit dans les Etats le mêlange des conditions; ſigne certain de leur prochaine décadence. Le commerce, les uſages, les opinions produiſent tous les jours des mots nouveaux qui conſervent ordinairement un air étranger, & qui troublent, détruiſent l'unité & l'analogie. Les noms des êtres moraux paſſent de beaucoup le nombre des noms d'êtres phyſiques. La langue eſt appellée *riche;* & en effet les riches ſont ceux dont la dépenſe en ſuperflu excede celle du néceſſaire: mais il arrive ſouvent que ce n'eſt qu'aux dépends du néceſſaire que l'on a le ſuperflu. La prononciation s'altere à ſon tour: à force d'exercer les organes, on les rend plus ſou-

ples; on leur donne plus de préciſion: ce premier effet n'eſt qu'un bien: mais en voici un autre qui eſt un mal, & qui ſuit de près: on multiplie le nombre des ſons primitifs; ce qui ne peut ſe faire qu'en regardant comme eſſentiellement différents des ſons qui ne ſont produits que par un même organe, & qui ne different que par des nuances très légeres: cela rend la prononciation gênante & pénible: cela ôte aux mots prononcés cet air mâle & diſtinct qu'ils avoient; il ne leur reſte qu'un caractere maniéré & affadi, & cela par une ſuite des petites délicateſſes, des petites fineſſes qui leur deviennent eſſentielles. Que ſera-ce ſi le nombre des caracteres alphabétiques n'augmente pas à proportion que croîtra le nombre des ſons ſimples? Les uns prononceront comme on écrira; les autres écriront comme on prononcera; plus d'accord, plus d'uniformité. De là une foule de langues naiſſantes dans une même langue. Plus le nombre des objets connus augmentera, plus il faudra former de termes nouveaux, qui ſeront preſque toujours des dérivés: lorſque l'on aura paſſé de certaines bornes, les mots dérivés de dérivés ſe trouveront allongés au point d'exiger des abbréviations: le plus ſouvent on ne les abrégera qu'en retranchant les voyelles; les conſonnes reſteront preſque toutes, parce qu'elles ont plus de corps, qu'elles réſiſtent d'avantage, & que ce ſont elles qui caractériſent les ſons. En conſéquence, il y aura bientôt un grand nombre de conſonnes pour une même voyelle: de là les langues deviendront extrêmement dures, & difficiles à prononcer: elles deviendront d'autant plus déſagréables, que pluſieurs conſonnes réunies n'exigent pas ſeulement des efforts pénibles pour être prononcées, mais qu'elles étouffent la voyelle ſur laquelle elles portent; ce qui rend le langage ſourd & obſcur. Tant de cauſes réunies produiront de grands changements dans la prononciation: le corps des mots s'en reſſentira: mais les dernieres ſyllabes ſurtout s'en reſſentiront; bientot les terminaiſons changeront; ce ne ſera plus richeſſe: ce ſera diſſipation. Le luxe dans les Etats où il regne ſans ménagement, annonce la force paſſée, & la ruine prochaine: il en eſt de même dans les langues: elles ont paſſé par un état de barbarie pour arriver à la perfection: elles paſſent par

un

un état de rafinement pour arriver à un état de confuſion & de déſordre. C'eſt ici qu'elles ceſſent d'être les mêmes: celles qui ont précédé, deviennent langues mortes: celles qui ſuivent, ſont langues dérivées. Ainſi, plus une langue s'éloigne de ces premiers degrés de perfection où elle étoit parvenue en ceſſant d'être barbare; moins les mots qui la compoſent ſont poétiques. Il ne faut point oublier que ſouvent, plus les mots d'une langue ſe dépravent, plus la ſyntaxe ſe forme, s'attache à la régularité & à l'uniformité, devient rigide ſur l'obſervation de ſes regles; de là cette marche gênante qui acheve d'épouvanter les muſes, qui les fatigue & les épuiſe: je regarde la ſyntaxe comme la partie du langage dont il eſt le plus difficile de faire l'hiſtoire philoſophique dans un certain détail. Cependant, à conſidérer les langues du côté de la ſyntaxe, on trouve entre les unes & les autres une différence bien eſſentielle, & qui conſiſte en ce que, là c'eſt par la différence des terminaiſons que l'on déſigne les rapports que les mots d'une même phraſe ont entr'eux; au lieu qu'ici la fonction & les rapports des mots ne ſont marqués que par leur place & leur arrangement. Il eſt évident que la ſyntaxe de la premiere eſpece eſt beaucoup plus favorable à la poéſie: mais eſt-elle la plus ancienne? Pour décider ce point, conſidérons que les hommes ſortant de leur premiere barbarie, & ſe formant un langage, doivent être guidés par l'imagination & par le ſentiment, beaucoup plus que par le raiſonnement. Or la premiere ſorte de ſyntaxe ſe prête aux mouvements de l'ame, aux variations de l'imagination: elle ſuit l'ordre qui eſt le plus conforme à l'intérêt de celui qui parle: c'eſt un tableau mouvant dans lequel le principal perſonnage peut toujours très aiſément occuper la premiere place. Je renvoie ſur cet article à ce qu'en a dit Mr. l'Abbé Batteux dans ſes *Lettres ſur la conſtruction oratoire.* Il n'y parle que de la langue latine comparée à la françoiſe: mais ces deux langues ont juſtement dans leur ſyntaxe cette différence eſſentielle dont nous parlons. Ce que je veux dire, c'eſt que les hommes qui formeront une langue primitive, feront longtems à ne prononcer que des mots détachés, qu'enſuite ils en réuniront tout au plus deux ou trois; & qu'ils le feront

ſans avoir aucune ſyntaxe; qu'ils les arrangeront ſelon l'ordre qui ſe trouvera dans le tableau ſpirituel qu'ils voudront copier, je veux dire, dans les penſées & dans les mouvements de leur ame; que l'obſcurité & les équivoques d'un pareil langage les forceront enſuite à chercher quelque moyen de marquer dans les mots les rapports qui ſont entre les idées; que ſans pouvoir expliquer d'une maniere bien ſatisfaiſante comment on s'y prendra pour en venir aux diverſes terminaiſons qui forment les déclinaiſons & les conjugaiſons, il me paroît néanmoins certain qu'on en viendra là plutôt que de recourir à un arrangement ſervile, uniforme, & contraire à cette liberté, à cette variété qui regne dans notre maniere de voir & de ſentir: je penſe donc que la ſyntaxe la plus favorable à la poéſie ſera la ſyntaxe des langues primitives; & que celle qui conſiſte ſurtout dans l'arrangement des mots, ne pourra être connue & pratiquée que lorſque la métaphyſique aura longtems travaillé ſur les idées: cette derniere ſorte de ſyntaxe ne ſe trouvera donc probablement que dans les langues dérivées fort éloignées de leur primitive. Lorſqu'une langue ſera ſur ſon déclin, que la ſyntaxe étendra la rigueur de ſes regles juſqu'aux minuties, qu'elle ſe trouvera forcée de tourner ſes vues du côté de l'arrangement des mots, parce que les mots auront inſenſiblement perdu la flexibilité néceſſaire pour ſe décliner, & qu'ils n'auront conſervé qu'une ſeule terminaiſon; alors quiconque ne ſera pas doué d'un génie extraordinaire, & fécond en reſſources, & d'une imagination auſſi variée qu'heureuſe, ne devra, s'il eſt ſage, ſe ſervir de cette langue que pour diſſerter, raiſonner, philoſopher, ou du moins pour écrire en proſe. Car les muſes demandent une grande liberté dans la ſyntaxe, & beaucoup d'énergie dans les mots: au lieu que la proſe ne demande que des mots arbitraires, pourvu que le ſens en ſoit bien fixé par l'uſage: mais il lui faut une marche plus lente, & plus réguliere qu'à la poéſie.

Dans le tems de la décadence des langues, les racines deviennent des expreſſions trop générales & trop vagues pour ſe ſoutenir: elles tombent en diſcrédit, & diſparoiſſent inſenſiblement dans le paſſage d'une

d'une langue à l'autre. Il ſera donc bien rare que l'on puiſſe faire la généalogie des mots dérivés: on ne pourra plus remonter à la premiere ſource: l'analogie entre les mots ne donnera plus qu'un jour ſombre, équivoque, & ſouvent trompeur. Il n'y aura bientôt plus que des dérivés de dérivés, qui s'écarteront les uns des autres, juſqu'à ſignifier ſouvent des choſes contraires. Ces anomalies ſe multiplieront tous les jours. D'ailleurs, en dérivant de nouveaux mots, on en change ſouvent les ſons primitifs: le ſon qui forme comme la baſe & la racine de ces dérivés, eſt ſouvent comme écraſé par les ſons acceſſoires: il finit par diſparoître tout à fait. Les nouveaux mots ſe rapprochent d'autres termes auxquels ils ſemblent appartenir, & avec la ſignification deſquels la leur n'a aucun rapport. Ils ne peuvent faire image que pour des idées toutes différentes de celles dont ils ſont les ſignes. Voilà préciſément ce qu'on appelle langage arbitraire, termes de convention. Dans cet état, après un intervalle d'un très grand nombre de ſiecles; après une marche auſſi biſarre que celle de l'eſprit humain, comment retrouver la trace des mots ſur la route qu'ils ont ſuivie? Comment, vu la grande diſconvenance que l'on voit preſque toujours entre l'objet qu'on a voulu peindre par le langage, & les ſons que l'on nous donne pour cette peinture; comment, dis-je, retrouver la raiſon ſuffiſante de l'impoſition des noms? Comment retrouver enfin l'analogie des idées dans l'analogie des termes; lorſqu'il n'y a plus de monument qui nous tranſmette la connoiſſance des ſaillies irrégulieres de l'eſprit humain? Ce n'eſt pas dans la filiation des idées que l'on retrouvera la filiation des termes: car les dérivations qui naiſſent des rapports que nous voyons dans nos idées différentes, ſont bien moins faciles à reconnoître que celles qui naiſſent de la figure, c'eſt-à-dire, des ſons & des lettres qui compoſent les mots. Cependant les écarts de l'eſprit ſont peut-être encore plus fréquents que ceux qui viennent du ſon & des lettres.

Ajoutons que mille cauſes paſſageres, & la plûpart inconnues, ont introduit & introduiſent de fauſſes manieres de parler dans nos idio-

idiomes dérivés: de nouvelles mœurs, un nouvel ordre de choſes produiſent des termes nouveaux: mais les mœurs varient, les choſes changent, & les noms reſtent. Une choſe, quelle qu'elle ſoit, fruit de l'art ou production de la nature, aura été nommée d'après ſa matiere premiere, ou d'après ſa forme, ou d'après l'uſage auquel elle ſert, ou d'après le lieu d'où elle ſera venue, ou même d'après quelqu'autre circonſtance encore moins eſſentielle: mais de la même matiere on fera d'autres choſes toutes différentes, & qui n'auront plus ni le même uſage, ni la même forme; pour les uſages auxquels elle étoit propre, on ſe ſervira de choſes tirées d'autre matiere, venues d'autres pays, fabriquées d'une autre façon, & d'une forme toute contraire: en un mot la circonſtance qui aura ſervi à nommer la choſe, ceſſera d'avoir lieu; ainſi le nom qui ſe ſoutiendra dans toutes ces variations, & qui ſera toujours à peu près le même, n'aura plus aucune force, aucune énergie, aucune vérité intrinſeque: le ſens adopté de ce mot formera un contraſte biſarre avec le ſens étymologique & primitif. Enfin l'homme & la nature agiſſent chacun de ſon côté: la nature travaille ſur les choſes, & l'homme ſur les idées qu'il s'en fait, & ſur les noms qu'il leur donne. L'une eſt un maître indépendant & libre; l'autre eſt un eſclave toujours foible, & ſouvent mal adroit. Dans la formation d'une langue primitive, les idées étoient plus imparfaites qu'elles ne ſont aujourd'hui; mais les termes étoient néceſſairement plus énergiques: dans nos langues dérivées, les termes n'ont pour l'ordinaire qu'une valeur de convention, quoique nos idées ſoient plus juſtes. Concluons donc encore ici, que plus une langue dérivée eſt éloignée de la langue primitive, c'eſt-à-dire, plus le nombre des langues intermédiaires qui les ſéparent, eſt grand; moins, en général, cette langue dérivée doit être propre à la poéſie, au moins à ne la conſidérer que du côté des termes qui la compoſent: car la ſyntaxe peut-être fort libre, même dans les dernieres langues dérivées, ſurtout lorſqu'elles n'ont pas encore atteint leur point de maturité.

Cependant il ne faut pas croire que deux langues qui ſeroient à égale diſtance de leur ſource primitive & commune, ſeroient également

ment poétiques. Outre mille autres cauſes très capables d'y mettre des différences eſſentielles, le climat & l'eſprit du gouvernement influent ſur les talents comme ſur les mœurs. Si l'honneur eſt le principe du gouvernement, on cherchera à ſe procurer de l'honneur par tous les moyens poſſibles: c'eſt un principe fécond qui nourrit & échauffe l'imagination. Il développe l'idée & l'amour du beau; il donne à l'ame une élévation dont les idées & les ſentiments ſe reſſentent également. Or ſurpaſſer les autres en talents, n'eſt pas un honneur médiocre. Mais chez un peuple encore voiſin de la barbarie, l'honneur conſiſte moins à faire de bonnes choſes, qu'à en faire d'extraordinaires, de hardies, de difficiles: de là peut-être les Dieux & les héros d'Homere, & Homere lui-même. Ajoutez-y un climat riche, doux, & varié; les images ſeront agréables & belles, les expreſſions fleuries & limées: les plaiſirs y ameneront les ris & la liberté, les ſentiments délicats, les penſées fines, l'harmonie, & les muſes. Mettez en oppoſition un peuple dont le mobile général ſoit l'intérêt: il ne s'y agira preſque que de calculs & d'économie: l'on y ſera prudent, ſage, patient, & circonſpect: on y parlera une langue plus ſimple & plus dénuée d'agrément; l'eſprit y ſera plus juſte & plus ſolide: l'imagination y ſera moins vive. Suppoſez de plus que ce peuple habite un pays marécageux, & reſpire un air peſant. Les ſavants qu'il produira ſeront plutôt de volumineux compilateurs que des poëtes habiles. Après cet écart qui m'a paru néceſſaire, revenons aux conſéquences que nous avions à tirer de nos remarques ſur les langues dérivées. La premiere, c'eſt que plus les langues ſont philoſophiques, moins elles ſont favorables aux poëtes: car c'eſt dans la ſyntaxe ſurtout que ſe trouve la philoſophie du langage; puiſque c'eſt la philoſophie qui fixe la ſyntaxe, & qui donne à ſes regles cet air auſtere & rigide qui déconcerte les muſes. Les muſes veulent de la liberté dans leur marche: contentes d'aller au but qu'elles ſe ſont propoſé, elles ſont bien éloignées de ſe gêner ſur la route. Au contraire elles aiment à ſurprendre ceux qui les ſuivent de l'œil; & elles y parviennent par des écarts inattendus, des digreſſions myſtérieuſes: elles

quittent ſouvent le grand chemin pour ſe jetter dans des ſentiers peu connus, ou même pour ſe frayer des routes nouvelles: elles courent preſque toujours; mais leur courſe a quelque choſe qui ſemble biſarre, capricieux, irrégulier. Et quoique ces défauts ne ſoient des défauts qu'en apparence, & qu'ils ne ſervent qu'à mieux aſſurer le ſuccès & le triomphe des muſes; il n'en eſt pas moins vrai qu'ils demandent un génie flexible, ſouple & hardi, qui ne peut gueres ſympathiſer avec le génie méthodique, ſimple, roide, & circonſpect de la philoſophie. Il me ſemble en un mot que rien n'eſt mieux fondé que les reproches que l'on fait à la philoſophie de mettre la poéſie dans la gêne, de la dépouiller de ſes graces, & d'éteindre ſon feu. Une autre conſéquence, c'eſt que les plus grands poëtes ont vécu; à moins qu'il n'y ait encore aujourd'hui quelque langue plus voiſine de la langue primitive, que ne l'ont été la langue grecque & la latine. Concluons enfin que, ſi la poéſie eſt le langage de la ſociété dans ſon adoleſcence, il viendra ſans doute un tems de maturité où les bons poëtes ſeront extrêmement rares, & où l'on pourra appliquer en général à l'eſpece humaine ce que Mr. Greſſet a dit de l'homme individuel, que ſans un peu de folie on ne rime plus à trente ans.

DIS-

DISCOURS
DE RÉCEPTION
DE MONSIEUR BITAUBÉ. (*)

Meſſieurs,

Avant que d'aſpirer à l'honneur que je reçois aujourd'hui, je me ſuis demandé à moi-même: l'établiſſement des Académies eſt-il utile aux ſciences? L'examen de cette queſtion a produit un petit nombre d'idées que je me hazarde à vous propoſer.

Dans tous les tems, on a vû les Savans former des Sociétés: l'Egypte avoit ſes Initiations: dans la Grece, on parloit du jardin d'Epicure, du Lycée, du Portique & de l'Académie: chez les nations barbares, les Prêtres, qui étoient leurs Savans, vivoient réunis: c'eſt que, malgré les motifs de jalouſie qui quelquefois ſéparent les gens de lettres, (motifs honteux dont on ne doit parler qu'à regret) l'agrément & l'utilité les raſſemblent. Il eſt doux, ſans doute, de vivre au ſein de ſa famille; les ſentimens du cœur, qui ſont les premiers & les plus touchans, ſont auſſi les plus propres à délaſſer des travaux pénibles de l'eſprit: mais, après ces plaiſirs ſimples & faciles, dont la nature nous environne elle-même, quoi de plus ſatisfaiſant, lorſqu'on aime les ſciences, que de fréquenter ceux qui les cultivent, de s'entretenir d'objets qui nous ſont chers & familiers? En goûtant avec eux les plaiſirs de l'eſprit, il ſemble qu'on s'approche des Intelligences céleſtes. Un Philoſophe moderne a dit avec beaucoup de raiſon, que l'amitié fondée ſur ces liaiſons, étoit la plus vive de toutes les amitiés.

(*) Prononcé dans l'Aſſemblée publique du 5 Juin 1766. On a ſupprimé dans ce diſcours & dans le ſuivant ce qui étoit de pur compliment. Voyez la Note qui eſt au bas de la page 506 du Tome XXI.

Par-là même que ce commerce eſt agréable, il eſt avantageux: mais ſon utilité eſt encore bien plus ſenſible; il peut contribuer beaucoup à l'avancement des ſciences. La vie du Savant eſt, pour l'ordinaire, trop ſpéculative; l'ame y contracte un certain engourdiſſement: dans la fréquentation mutuelle des gens de lettres, les études deviennent, ſi je puis ainſi parler, actives; elles réuniſſent à la fois les charmes & les avantages du cabinet & de la ſociété. Nos idées, en ſe communiquant, ſe développent ſans effort; elles acquierent plus de force, & accélerent encore leur rapidité naturelle, ſemblables à ce feu qui, répandu dans tout l'Univers, demeure ſouvent caché: mais qui par ſon action réciproque, s'attire, éclate, & ſe propage avec une vîteſſe que l'œil ne peut ſuivre. Combien d'heureuſes découvertes que l'on doit peut-être à ce commerce! La reconnoiſſance devroit nommer les Savans qui ont entouré les Grands-hommes.

Mais s'il eſt tout à la fois agréable & utile aux gens de lettres de vivre réunis, pourquoi la plûpart d'entr'eux paroiſſent-ils aujourd'hui animés d'un eſprit contraire? Pourquoi ſemblent-ils s'éviter, & préferent-ils de ſe répandre dans le monde? On en allegue diverſes raiſons peu avantageuſes à leur caractere: j'aime mieux en apporter une autre, c'eſt, peut-être, que les ſavans ſe recherchent moins, parce que les ſciences ſont plus généralement cultivées, & qu'ils trouvent dans la plûpart des gens du monde la politeſſe jointe au ſavoir. Mais s'il leur eſt plus utile encore de ſe raſſembler entr'eux, ſi dans les cercles la ſolidité eſt toujours ſacrifiée à l'agrément, il eſt d'autant plus néceſſaire qu'il y ait des Sociétés telles que les Académies, où, comme forcés de ſe réunir, ils puiſſent réparer le tems qu'ils perdent en s'éloignant les uns des autres.

Répondrai-je à ceux qui prétendent que les Sciences ne ſe ſont pas perfectionnées autant qu'on devoit l'attendre de ces établiſſemens? Ne doit-on pas au contraire leur attribuer une grande partie des progrès de la Phyſique & de la Géométrie? N'eſt-ce pas du ſein de ces Corps que ſont partis les hommes célebres, qui ſe ſont tranſportés aux deux

deux bouts de la terre pour la meſurer? Si jamais on parvient à former le ſyſteme général des connoiſſances humaines, quels ouvrages y contribueront plus que les recueils de ces Compagnies ſavantes? Ceux qui déclament contre les Académies, ſont ou des gens du monde mal-inſtruits, ou des hommes de lettres qui jugent ces recueils inutiles parce qu'ils ne les liſent point. Vous reconnoiſſez-là ſans doute, Meſſieurs, la Logique de l'amour propre.

On s'éleve encore contre les Académies, à cauſe de leur multitude. J'avoue que cette objection paroît une des plus fortes, & l'on m'accuſera peut-être ici de paradoxe. Mais faut-il que l'obſcurité de quelques-unes d'entr'elles ſerve à déprimer celles qui ſe diſtinguent? Au contraire les Etats foibles ne rehauſſent-ils pas l'éclat des grands Empires? On ne confond jamais dans les Royaumes les Capitales avec les villes moins conſidérables & les hameaux. Si les Académies abondent, c'eſt l'effet de la culture plus univerſelle des Lettres. Ce qu'elles gagnent en ſuperficie, dit-on, elles le perdent en profondeur. Je n'en vois pas la raiſon: comment les talens médiocres pourroient-ils nuire aux travaux des grands hommes? Il eſt utile, peut-être, que la lumiere des ſciences ſoit répandue de toutes parts, afin que ſi elle rencontre quelque génie heureux, qui périſſoit dans l'obſcurité & dans le ſilence, elle le réveille & l'enflamme. Les gens de lettres ſeroient-ils des deſpotes orgueilleux, jaloux du don de penſer?

La façon dont ſe diſtribuent les honneurs littéraires forme un reproche plus grave. Mais c'eſt une ſuite de l'imperfection de tout établiſſement humain, imperfection qu'il faut combattre, ſans cependant anéantir une inſtitution utile. D'ailleurs les génies ſupérieurs ſont rares, & pour élever l'édifice des Sciences, il ne faut pas mettre entiérement à l'écart les travaux ſubalternes. Les grands hommes, en partageant les mêmes honneurs avec des eſprits médiocres, ne ſont pas confondus avec eux: ce ſont des chênes qui dans une même forêt ombragent les bruyeres.

Mais ſi l'établiſſement des Académies eſt utile aux Sciences, cette utilité eſt plus ou moins ſenſible, ſuivant les différentes formes de ces

Sociétés. Les connoiſſances humaines ſont liées entr'elles par une chaîne immenſe. Un Corps, qui comme celui-ci les embraſſe toutes, & s'eſt ſaiſi de toute cette chaîne, peut donc les cultiver avec beaucoup de fruit; leur influence doit être plus prompte; c'eſt une Encyclopédie vivante; ce ſont des Aſtres qui ſe prêtent mutuellement leur lumiere; l'objet de vos efforts réunis, c'eſt l'Univers. Admis dans ce lieu, je crois voir de plus près les opérations de la nature, & être moins éloigné de cette vérité premiere, ſource de toutes les autres, énigme du monde encore inconnue, & dont peut-être on ne trouve la ſolution que dans le créateur.

Un autre avantage, Meſſieurs, de la forme de votre corps, c'eſt qu'elle inſpire aux gens de lettres l'union & la modeſtie. Les Savans ſe renferment d'ordinaire dans la Science qui eſt l'objet de leurs études, & mépriſent ceux qui ſe livrent à des genres différens: ici forcés au parallele, & reſpirant comme le même air, ils parviennent à connoître leur utilité réciproque: le Géometre & le Poëte ne ſont pas étonnés de ſe trouver enſemble.

Enfin, Meſſieurs, loin qu'on puiſe dans une ſemblable Société le deſir d'être univerſel, deſir ſouvent nuiſible à l'avancement des Sciences, on voit au contraire de plus près leurs abimes, & par-là même on ne s'expoſe point à les ſonder. D'ailleurs, comme elles nous attirent toutes à la fois, & qu'on ne peut guere les embraſſer avec ſuccès, elles temperent réciproquement l'amour qu'elles inſpirent, & nous contraignent à nous borner à celle qui eſt de notre reſſort. Cependant elles influent l'une ſur l'autre, agrandiſſent nos vues, & dans le beſoin ſe prêtent un mutuel ſecours. Quelquefois Platon s'embraſe au feu d'Homere; Lucrece peut chanter l'Univers. . . . .

DIS-

DISCOURS
DE RÉCEPTION
DE MONSIEUR WEGUELIN. (*)

Meſſieurs,

.... Les Bacons & les Leibnitz n'ont tant inſiſté ſur l'inſtitution des Académies, que parce qu'ils les regardoient comme les ſeuls remparts de la vérité. L'ignorance & la férocité ont occaſionné la fondation des ſociétés, & ces mêmes cauſes ont produit l'établiſſement des Corps littéraires. On ne penſa à l'érection des Académies, qu'après une infinité d'épreuves qu'on fit du peu d'utilité que la plus grande partie des citoïens pouvoit retirer des études purement ſcolaſtiques.

Les Académies ayant un champ beaucoup plus libre que les Ecoles, elles ſont par-là même plus en état que celles-ci de briſer les chaines de l'autorité & de l'exemple. L'eſprit borné des Ecoles vient ſouvent de ce qu'il faut proportionner l'enſeignement aux regards foibles & diſtraits d'une jeuneſſe inquiete & avide de ſçavoir. On ſe preſſe trop de contenter la curioſité ſouvent frivole des jeunes gens, & on ſe hâte de bâtir des ſyſtemes, qui comme ces Caravanſéras de l'Orient ſont ſpécieux au dehors & vuides en dedans. Rien de plus facile que de donner un arrangement ſéduiſant à une ſuite d'idées: mais il arrive très ſouvent, qu'elles prennent une direction qui, bien loin de mener à quelque choſe, la font rentrer en elle-même. Tout le mal vient de ce qu'on ne regarde pas nos connoiſſances comme des infiniment petits du cercle univerſel des idées, mais comme des Touts excluſifs & comme des Intégrations abſolues. Faute d'idées, l'eſprit ſe met en fraix de méthodes, qui par leur prolixité reſſemblent aſſez ſouvent aux ponts de

(*) Prononcé le 20 Novembre 1766.

de pierre bâtis ſur des ruiſſeaux guéables. Conduits par l'eſprit de recherches exactes, Vous regardés, Meſſieurs, les ſyſtemes comme les mariniers experts conſiderent le projet de tenter le paſſage du Nord-Oueſt. Quel bien ne feriés-vous pas au genre humain, ſi Vous vouliés pouſſer votre travail juſqu'à donner une juſte appréciation des ſyſtemes?

Le gros du peuple, qui eſt de bonne foi en tout ce qu'il prétend penſer & ſentir, eſt ſi porté à ſe ranger aux avis de ceux qui lui en impoſent par leurs lumieres & par leur renommée, qu'il vaut bien la peine de tirer quelque profit de ſes diſpoſitions dociles. Chaque notion reçue par le peuple eſt ſemblable aux bruits populaires, c'eſt un mêlange de vrai & de faux, qui peut & doit ſubir une analyſe exacte. Il ne ſera poſſible d'arracher le ſceptre à des gens infatués de leurs talens aquis, qu'en faiſant revenir le peuple aux maximes les plus ſaines de la raiſon & de l'humanité: c'eſt votre capacité, c'eſt vôtre zele, c'eſt l'expérience du paſſé qui m'enhardit à ſouhaiter que Vous vous rapprochiés du peuple; mais la choſe la plus difficile reſte encore à faire, c'eſt de rapprocher le peuple de la ſageſſe & de Vous. Nous avons un Maître, qui plein de lumieres & de zele pour la gloire des ſciences nous ſoutiendra dans toutes les entrepriſes qui tendent à l'avancement du bien public de quelque eſpece qu'il ſoit. La phyſique expérimentale réuſſit à déſabuſer le monde d'une infinité d'erreurs populaires, & celles qui reſtent ne ſont pas plus difficiles à déraciner que ne le furent les idées monſtrueuſes que le peuple s'étoit formées des météores. Il ſemble que toutes les erreurs, à n'en point excepter celles des mœurs, donnent quelque obliquité aux facultés de l'ame. On peut s'en appercevoir, en jettant un coup d'œil ſur les raiſons des erreurs intellectuelles, qui ſont hors de nous, & ſur les cauſes des erreurs morales, qui ſont en nous: cependant la curioſité d'un côté & le recueillement de l'autre ne ſont pas ſi éloignés du génie de l'homme ordinaire, qu'il faille de grands efforts pour les réunir toutes les fois que les intérêts de l'humanité le demandent.

Je

Je ne me ſuis tant arrêté, Meſſieurs, à ce monde d'opinions, de faits & d'hypotheſes, que parce qu'il eſt l'objet particulier de mes recherches. Cet amas prodigieux d'actions, de mœurs & de coutumes, où la force de l'habitude n'a jamais détruit celle de l'exemple; ce vaſte eſpace, dans lequel les Royaumes & les Empires font leurs révolutions ſucceſſives, produit ſur moi un effet égal à celui que les corps céleſtes font ſur l'Aſtronome & ſur le Géometre. Je ne connois que deux voyes par leſquelles on peut répandre des lumieres philoſophiques ſur les mœurs, ſur l'hiſtoire & la politique. L'une de ces voyes, où l'imagination agit, eſt immédiate; l'autre ſe rapportant à l'intelligence eſt médiate. La premiere ſaiſiſſant le beau dans tous les genres, & élevant l'ame juſqu'à une contemplation intuitive de l'harmonie ou de la disharmonie qui regne dans les ſentimens, eſt l'ouvrage des beaux eſprits & par conſéquent le vôtre, Meſſieurs & très honorés Collegues, de la Claſſe de Belles-Lettres, qui tenés à une Nation, où le vrai bel eſprit paroit s'être naturaliſé; du moins Vos beaux eſprits ſçavent-ils donner au génie national la forme la plus agréable & la plus impoſante. La ſimplicité & la rigidité des mœurs républicaines, dans leſquelles je fus élevé, ne m'empêchent pas de découvrir les agrémens qui ſe trouvent dans vos ouvrages d'eſprit, mais il ſied toujours mal d'imiter ce qui nous eſt étranger. Je ne concourrai donc, Meſſieurs, avec Vous que dans la partie morale des Belles-Lettres.

Cette partie très noble de nos connoiſſances, qui fut rédigée en ordre par Socrate, cultivée par ſes premiers diſciples, & pratiquée par les principaux Chefs des ſectes philoſophiques, la Morale, dis-je, fut toujours le fléau des Sophiſtes & la médecine du genre humain. Les Légiſlateurs & les Modérateurs des Etats, les Hiſtoriens, les Poëtes & les Orateurs n'ont été que les Moraliſtes de leurs âges. Je paſſe même juſqu'à dire, que toutes les idées religieuſes n'ont de valeur intrinſeque qu'à raiſon de ce qu'elles font entrer l'homme plus immédiatement dans l'ordre moral. Je frémis, Meſſieurs, d'horreur à la vue de tous les abus qui ſe ſont gliſſés dans cette partie intéreſſante de nos connoiſſances; mais j'ai en même tems un preſſentiment ſecret du ſuccès qu'on

aura, en obſervant les phénomenes du monde moral avec la même attention que vous prêtés aux phénomenes du monde phyſique; j'entrevois la poſſibilité de réduire les effets que produiſent les ſenſations ſur notre ame à la forme des expériences phyſiques; & quoique chaque action me paroiſſe être une eſpece d'infini, je ſens cependant qu'on pourra venir à bout d'en déterminer exactement la moralité: j'augure même qu'après un nombre ſuffiſant d'obſervations & d'expériences bien déterminées, l'on pourra réduire un jour les problemes de religion, d'hiſtoire, de morale, de politique & de pſychologie, à la forme des problemes qu'on propoſe dans les Mathématiques mixtes.

Je ſuis d'autant plus confirmé dans ces idées, que je jouis actuellement des ſecours rélatifs aux matieres que je me ſuis propoſé d'approfondir: vos excellentes méthodes de phyſique, adaptées à mes obſervations hiſtoriques & morales, affermiront la marche de mon eſprit. Pour connoître la liaiſon qui ſe trouve entre les facultés ſupérieures & inférieures de l'ame, j'emprunterai les lumieres que Vous avez données ſur diverſes facultés de l'ame: à l'aide de vos recherches ſur le goût & ſur les langues je découvrirai les cauſes qui ont donné cette teinte ſinguliere à l'imagination de ces peuples, qui ſe ſont diſtingués des autres par la ſingularité de leur langage & de leurs opinions. J'aurai même recours au calcul de la géométrie dans tous les cas, où la multiplicité & la complication des rapports politiques & moraux me mettront dans la néceſſité de ſaiſir l'eſprit de ces méthodes admirables, par leſquelles le compas d'Uranie a réglé les dimenſions de l'univers. Comme les Dieux deſcendoient autrefois du ciel & ſe familiariſoient avec les hommes, ces ſublimes Géometres ne dédaigneront pas d'étendre leurs recherches aux événemens réglés de la vie. Ils ont ſçu ſoumettre à leur calcul le hazard même; il n'y a qu'un pas à faire, pour paſſer de ce cas à celui d'un nombre quelconque de déterminations. C'eſt à l'hiſtorien & au moraliſte à fournir les faits, & au Géometre à les mettre en œuvre: la géométrie, planant dans les régions ſublimes de l'Ether, manie l'infini comme le fini: mais quel profit les autres Sciences en tirent-elles, ſi leurs notions reſtent toujours vagues & incomplettes? J'ai ſouvent déplo-

déploré le ſort de l'eſprit humain, qui a trop ou trop peu de courage: on en a trop dans toutes les ſciences, où la tranſcendance du génie n'employe point l'eſprit de combinaiſon encyclopédique; on a au contraire trop peu de ce courage dans preſque toutes les ſciences pratiques.

Très peu d'hommes ont défriché le pays inculte de la morale & de la politique univerſelle. Je joins ces deux idées, parce que l'une regarde la morale de l'homme, l'autre celle de ſes rapports publics. Heureuſement nous trouvons ſur la liſte de ces Bienfaiteurs du genre humain une Tête couronnée, des Grotius, des Leibnitz, des Montesquieu, des Helvétius, des Rouſſeau: ce fut un Roi qui terraſſa l'hydre du deſpotiſme; ce fut un Légiſlateur qui donna les notions les plus ſaines ſur les loix; c'eſt au Céſar de nos jours, que l'on doit le modele le plus accompli du ſtile hiſtorique, & de ce diſcernement admirable qu'il faut employer dans le choix auſſi bien que dans l'expoſé des faits publics. Le vrai goût hiſtorique n'a pas eu aſſez d'imitateurs, parce que les préjugés publics ſont plus généralement répandus que les notions d'un diſcernement exquis.

Grotius raſſembla les matériaux, par le moyen desquels ſes ſucceſſeurs ſe virent en état de faire les Côdes les plus univerſels des loix de la nature, & du droit public. Semblable à Colomb, il mit les moraliſtes ſur la route du vrai; en marchant ſur ſes traces, on pouvoit découvrir toutes les parties du monde moral. L'eſprit de ſyſteme n'a pas fait moins de tort aux progrès du droit de la nature, que l'eſprit de deſpotiſme en a cauſé au nouveau monde.

Leibnitz, ce génie tutelaire de l'Allemagne, dont la vaſte intelligence jettoit des regards immenſes ſur le globe des Etres penſans & ſur celui des êtres corporels; Leibnitz, dis-je, étoit non ſeulement le rival de Neuton, mais auſſi un excellent moraliſte. Son hypotheſe fut très ingénieuſe, & en même tems très utile en ce qu'à la faveur des notions plus exactes qu'il a données ſur la nature des eſprits, nous pouvons faire des obſervations lumineuſes, ſoit de logique, ſoit de pſychologie & de morale. Il eſt même utile & honorable à l'eſprit humain

de parcourir toutes les hypotheſes de l'intelligence, quand ce ne ſeroit que pour voir juſqu'à quel point l'eſprit d'ordre & de combinaiſon peut modérer la fougue de l'imagination. Si quantité d'eſprits ſuccombent à la tentation de ſe livrer à un ſyſteme, ce n'eſt pas la faute de ces ſyſtemes, mais celle de ceux qui, dépourvus de la préciſion géométrique, n'ont pas aſſez de ſens pour diſtinguer la partie problématique de la philoſophie de celle qui eſt fondée ſur des faits. Pour juſtifier cette digreſſion, je n'ai qu'une ſeule excuſe, Meſſieurs, à vous faire, c'eſt qu'ayant à parler d'un nouveau Pythagore, qui liſoit tous les auteurs ſcolaſtiques parce qu'il pouvoit tout apprendre, & qui liſoit tous les bons auteurs, parce qu'il vouloit tout apprendre, il me ſembloit permis de mettre l'opinion à côté de la vérité.

Monteſquieu, ce Solon françois, prit une voye beaucoup plus directe que ne fut celle de Leibnitz; il débrouilla le premier les reſſorts & la mécanique du monde public. Ce ſage fut membre de cette Académie, & ſes ouvrages immortels ne ſont pas ſeulement gardés dans les archives de la mémoire, mais le précis de ſes maximes admirables eſt même gravé ſur le thrône de notre Roi. Que chaque ami de l'humanité aille planter une fleur ſur la tombe de cet homme illuſtre! Mais que ſerviroit-il d'orner ſon monument de figures périſſables? Les dépouilles du deſpotiſme orgueilleux, celles de la luxure effrénée & de la rapacité inſolente, ſuſpendues autour de ſon ſépulcre en ſeront des ornemens éternels.

L'Auteur de l'ouvrage ſur l'eſprit a aux yeux du moraliſte philoſophe un mérite approchant de celui de l'auteur de l'eſprit des loix. Le premier, voulant appliquer aux rélations privées & ſociales les maximes lumineuſes du dernier, ſoutint, avec raiſon, que tout le ſuccès de la morale dépend d'une bonne législation. On ne peut en effet bien conſidérer les mœurs & les coutumes des peuples que rélativement à la forme de leur législation. Ce n'eſt pas en détachant, mais en uniſſant les actes de la vie publique & de la vie privée de l'homme, qu'on parvient à apprécier ſon vrai mérite moral & politique. Il importe

peu

peu de connoître tout le Côde d'une nation; on n'en ſentira jamais la néceſſité & l'importance, qu'en comparant les détails aux principes, aux ſentimens & aux intérêts d'un peuple; ce n'eſt que par une comparaiſon attentive & éclairée de tous ces côdes particuliers, qu'on peut faire une théorie ſupportable de l'homme ſocial. Tous ceux qui ne ſuivent pas cette méthode agiſſent comme les premiers phyſiciens ont agi, qui établirent les principes du monde corporel & qui négligerent en même tems ſes phénomenes. Preſcrire les plus grands préceptes de morale & ne point donner de police ſociale, c'eſt publier des loix ſomptuaires avant qu'on ait bien établi le droit de propriété.

Un auteur pratique moderne, voulant ſe ſauver du reproche d'avoir trop généraliſé les idées qui regardent les mœurs, ſe mit premierement à obſerver le fond de ſon ame, & paſſa enſuite à obſerver les mœurs publiques; vrai *Diogene* décent dans toute ſa conduite, il ne fit quartier à aucune idée ſociale qui lui parut être un paradoxe moral. Selon les loix de la bienſéance, il ne faudroit pas qu'un Académicien fit l'éloge du détracteur des Académies; mais Céſar rendit juſtice aux Helvétiens, Tacite parla avec éloge des Germains, Auguſte admira Caton, & Eſchine exalta Démoſthene. L'hiſtoire a une ſeule regle pour juger de ce qui eſt louable ou de ce qui ne l'eſt pas; cette regle roule ſur l'ordre du tems que ſuit la renommée. Précede-t-elle les faits, on la ſuppoſe fauſſe & poſtiche; mais ſi des faits authentiques, ſi des idées puiſées dans le fond de l'humanité, & prononcées avec cette énergie que l'enthouſiaſme moral prête à la bouche d'un grand homme, ſi, dis-je, de telles idées ont devancé la renommée, c'eſt que la vérité elle-même a prononcé. D'ailleurs les gémiſſemens des martirs n'ont jamais défiguré l'hiſtoire de leur vie. On a toujours jugé des écarts des hommes extraordinaires, non ſur les rapports ordinaires de la vie, mais ſur le conflit de ces rapports, dans lequel la rigueur du ſort les avoit jettés. On a même pardonné à une infinité de grands hommes, d'avoir trempé leur plume dans une bile échauffée par une imagination élégante & par un cœur ulcéré, on leur a, dis-je, pardonné les reproches & même les duretés qui leur ſont échappées; il a ſuffi que

le ſentiment de l'honnêteté univerſelle ne les ait jamais quittés. Le foible des hommes de cette trempe eſt toujours de tirer au parfait: l'Emile de Rouſſeau eſt dans le cas du Philoſophe d'Hannovre: comme celui-ci veut tout expliquer, l'autre veut tout pratiquer; mais ni l'un ni l'autre ne prend garde que nous ne ſommes pas faits pour le bon & pour le vrai abſolu. Il fut beaucoup plus facile à Rouſſeau de former ſon éleve, qu'il ne fut aiſé à Licurgue d'autoriſer par l'uſage une ſeule de ſes loix. Les beaux rêves de l'imagination tranſportant l'homme dans la région immenſe des probables, nous flattent bien plus que ne le font les détails les mieux conſtatés de quelques actions particulieres. L'eſprit étant une fois monté ſur le ton impérieux d'une imagination forte & étincelante, on ſe met d'abord à imiter; mais on imite toujours mal ce qui ne ſubſiſte plus dans le ſyſteme actuel des choſes. . . .

ERRATA

pour le Tome XXI, Année 1765.

Pag. 291. lig. 5, $\frac{(bb + bl)^2}{(b + x)^2}$ *liſez* $\frac{(bb + bl)^2}{(b + x)^4}$.

Pour le Tome XXII. Année 1766.

Pag. 25. §. 7. l. 6. ne ſont inégales, *liſez*, ſont inégales de côté & d'autre, & qu'elles ne ſont égales. - -

— 28. l. 1. en marge *liſez*, Pl. I.

ibid. l. 6. Tγ, *liſez*, TV.

p. 29. l. 2. DCM, *liſez*, DC*m*.

— 32. l. 2. lorſqu'elle en eſt, *liſez*, que lorſqu'elle eſt en - - -

— 35. §. 29. l. 8. CG, *liſez*, DG.

— 57. l. 2. en marge *liſez*, Pl. II. Fig. 2.

— 58. 59. 60. *l*L, *liſez toujours*, *m*M.

— 62. dans la Table les trois derniers + ſont —.

— 77. §. 34. l. 11. CQ, *liſez*, CG.